



République du  
*Sénégal*

Un Peuple - Un But - Une Foi



MINISTRE DE L'ECONOMIE ET DES FINANCES

DIRECTION DE LA PREVISION ET DES ETUDES ECONOMIQUES



## Document de Travail

ANALYSE ET PREVISION DES SERIES TEMPORELLES

PAR LA METHODE DE BOX & JENKINS

DPEE/DSC/BPTCT@Décembre 2007



## **PAR LA METHODE DE BOX & JENKINS**

Baïdy Baro MBAYE

**Direction de la Prévision et des Etudes Economiques  
Division des Synthèses Conjoncturelles**

Serigne Moustapha SENE

**Direction de la Prévision et des Etudes Economiques  
Division des Synthèses Conjoncturelles**

**DSC/DPEE@Décembre 2007**

---

**Les opinions émises dans ce document relèvent de la seule responsabilité de leurs auteurs. Elles ne reflètent nullement le point de vue de la Direction de la Prévision et des Etudes Economiques (DPEE).**

**Les auteurs tiennent à remercier tout le personnel de la DPEE, particulièrement messieurs Souleymane Diallo et Mouhamadou Bamba Diop.**

# SOMMAIRE

I. INTRODUCTION .....	4
II. GENERALITES SUR LES SERIES CHRONOLOGIQUES .....	5
II.1 DEFINITIONS ET EXEMPLES .....	5
II.2 TENDANCE ET SAISONNALITE .....	6
III.3 STATIONNARITE .....	7
<b>III.3.1 Définition et exemple .....</b>	<b>.....</b>
<b>III.3.2 Variables intégrées .....</b>	<b>.....</b>
II. MODELISATION ARIMA DES SERIES CHRONOLOGIQUES .....	8
II.1 LES PROCESSUS AUTOREGRESSIFS, AR(AUTOREGRESIVE).....	8
II.2 LES PROCESSUS MOYENNES MOBILES, MA (MOVING AVERAGE) .....	9
II.3 LES PROCESSUS ARMA(P,Q) ( AUTOREGRESIVE MOVING AVERAGE) .....	9
II.4 LES PROCESSUS ARIMA(P,D,Q) .....	9
II.5 L' IDENTIFICATION DANS LA METHODE DE BOX & JENKINS .....	10
II.6 L' ESTIMATION DES PARAMETRES D 'UN MODELE ARIMA.....	12
II.7 LE DIAGNOSTIC D 'UN MODELE ARIMA .....	13
III. SAISONNALITE ET MODELE SARIMA .....	14
III.1 LE TEST DE SAISONNALITE DE FISHER .....	14
III.2 LA DESSAISONALISATION .....	14
<b>III.2.1 Une méthode non paramétrique, X-12 ARIMA .....</b>	<b>.....</b>
<b>III.2.2 Une méthode paramétrique, TRAMO-SEATS.....</b>	<b>.....</b>
III.3 LES MODELES ARIMA SAISONNIERS (SARIMA) .....	18
<b>III.3.1 Définition .....</b>	<b>.....</b>
<b>III.3.2 Identification et ajustement des modèles SARIMA .....</b>	<b>.....</b>
IV. MODELISATION ARIMA AVEC SPECIFICATION ARCH DES ERREURS .....	19
V. ANALYSE ET PREVISION DE LA MASSE MONETAIRE ET DE SES CONTREPARTIES .....	20
VI. CONCLUSION .....	25
<b>ANNEXE 1.....</b>	<b>26</b>
<b>ANNEXE 2.....</b>	<b>39</b>

## I. Introduction

Réduire l'incertitude liée à la connaissance du futur, améliorer la qualité de l'information et des décisions qui en découlent demeurent les principaux objectifs de la prévision. Il existe de nos jours un ensemble de méthodes rigoureuses, basées sur des algorithmes, permettant de faire des prévisions, notamment temporelles. La qualité d'une prévision dépend en grande partie du choix porté sur l'une ou l'autre de ces méthodes. Elle dépend également de «l'art» du prévisionniste d'intégrer un ensemble de connaissances et de déceler dans une foule d'informations celles qui sont les plus indiquées à donner des prédictions probantes.

A court et moyen terme, l'efficacité des méthodes statistiques (par opposition aux méthodes économétriques) de prévision est prouvée. Ces méthodes reposent sur la construction de modèles auto projectifs pour lesquels les prévisions sont faites sur la base de l'information contenue dans la série à prévoir. Seule la connaissance du passé et du présent de la série permet de la projeter sur le futur. C'est en ce sens que les modèles projectifs sont dits endogènes.

Avec la mensualisation de la note de conjoncture de la DPEE, pour pallier les retards souvent constatés dans la collecte d'information, les méthodes auto projectives de prévisions évoquées ci-dessus sont utilisées. Elles sont accompagnées d'analyses critiques des différents responsables de chapitres dans un processus totalement itératif.

Il s'agit dans ce document de présenter la méthode d'analyse et de prévision de séries temporelles de Box & Jenkins. Après quelques généralités sur les séries chronologiques, la modélisation ARIMA est introduite avant l'exposé de l'analyse et la prévision de la masse monétaire et de ses contreparties. En annexes, deux études de cas sont présentées, l'une sur l'analyse et la prévision des variables de la situation monétaire intégrée, l'autre sur les débarquements de la pêche artisanale dans la région Thiès.

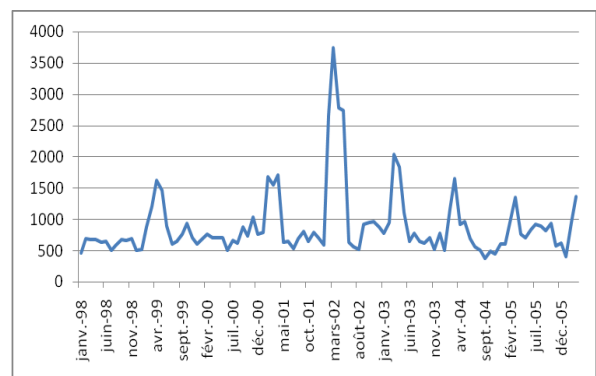
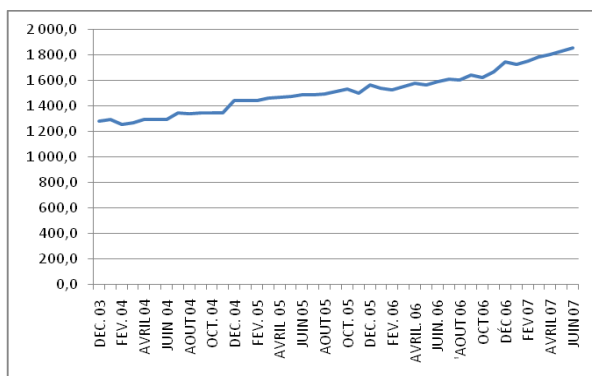
## II. Généralités sur les séries chronologiques

### II.1 Définitions et exemples

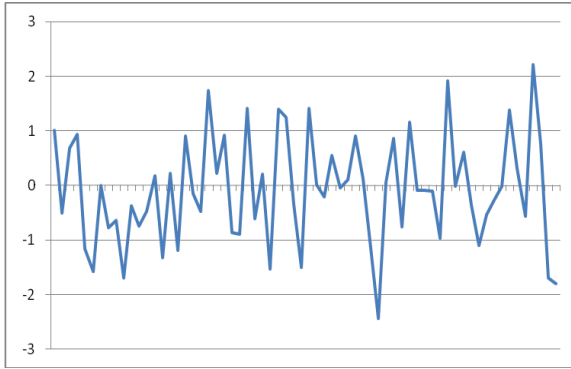
Une série chronologique  $(X_t)$  est une suite d'observations d'une variable  $X$  à différentes dates  $t$ . Habituellement  $T$  est dénombrable, de sorte que  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Le but de l'analyse des séries temporelles (séries chronologiques) est de s'intéresser à la dynamique d'une variable. Cette dernière est importante pour au moins deux raisons : d'un point de vue économétrique, on ne peut relier que deux variables qui ont des propriétés similaires, en particulier une même stabilité ou instabilité ; les propriétés mathématiques permettant de relier deux variables dépendent de leur dynamique.

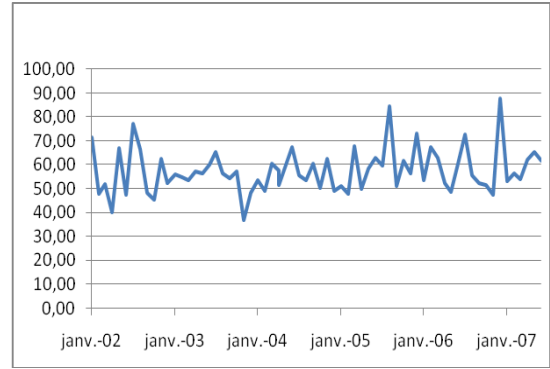
Une série temporelle peut concerner des données macroéconomiques (Masse monétaire, PIB, inflation,.....), microéconomiques (nombre d'employés d'une entreprise, ventes, ..), politiques (nombre de votants, nombre de votes nuls,....), démographiques (âge moyen des habitants d'une localité, leur taille,.....), financières ( Indice BRVM composite, cours d'action,.. ). La périodicité de la série importe peu. Il peut s'agir de mesures annuelles, semestrielles, mensuelles etc. Les figures qui suivent présentent une variété de séries chronologiques.



- a. La masse monétaire au Sénégal (en milliards F Cfa) Les débarquements de la pêche artisanale dans la région de Fatick (en tonnes)



d. Bruit blanc



e. Exportations de biens au Sénégal  
(en milliards F Cfa)

**Figure 1 : Exemples de séries chronologiques**

### II.2 Tendances et saisonnalité

L'analyse graphique d'une série temporelle représentée sous forme de tableau permet dans certains cas de déceler une composante déterministe qui peut se présenter sous forme de tendance ou de cycle saisonnier. La série chronologique peut également présenter ces deux comportements en même temps.

Il n'est toujours pas facile de déceler cette tendance et cette saisonnalité qui peuvent parfois n'apparaître qu'après transformation des données brutes par une fonction, par exemple logarithmique. Il peut également arriver que la série ne contienne aucune des composantes déterministes.

On suppose souvent qu'une série brute se décompose de la manière suivante (modèle additif)

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$$

$T_t$  désigne la tendance qui représente l'évolution de long terme de la série.

$C_t$  est le cycle. C'est un mouvement lisse, quasi périodique autour de la tendance présente des phases de croissance et de récession.

Les composantes tendance et cycles sont souvent regroupées et on parle, alors, de composante tendance - cycle, notée

<sup>1</sup> Le modèle multiplicatif se ramène au modèle additif par transformation logarithmique.

$S_t$  est la composante saisonnière et représente les fluctuations infra - annuelles qui se répètent de manière plus ou moins régulière d'année en année

$I_t$  est l'irrégulier, regroupant toutes les fluctuations plus ou moins erratiques non prises en compte dans les composantes énumérées ci - dessus.

### III.3 Stationnarité

#### III.3.1 Définition et exemple

Un processus stochastique est dit faiblement stationnaire ou stationnaire du second ordre si :

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= m, \quad t \\ \text{Var}(Y_t) &= \sigma^2, \quad t \\ \text{Cov}(Y_t, Y_{t+h}) &= \gamma(h), \quad t, \quad h \end{aligned}$$

Une série chronologique est stationnaire si elle est la réalisation d'un processus stationnaire. Ceci implique que la série ne possède ni tendance ni saisonnalité et plus généralement aucun facteur n'évoluant avec le temps. Une variable stationnaire a tendance à fluctuer autour de sa moyenne revenant régulièrement à sa valeur d'équilibre de long terme.

Exemple : Un bruit blanc (suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées) de loi normale est stationnaire.

La stationnarité est une propriété de stabilité, la distribution de  $Y_t$  est identique à celle de  $Y_{t-1}$ .

#### III.3.2 Variables intégrées

Un processus  $X_t$  est dit intégré d'ordre  $d$  et on le note  $I(d)$ , si sa différence  $d$ -ième est stationnaire.

Soit  $L$  l'opérateur tel que :

$$\begin{aligned} LX_t &= X_t - X_{t-1} \\ (1-L)X_t &= X_t - X_{t-1} \end{aligned}$$

L'opérateur  $1-L$  est appelé opérateur différence première.

$X_t$  est intégrée d'ordre  $d$  si  $(1-L)^d X_t$  est stationnaire.

## Processus Trend Stationary (TS) et Processus Differency Stationary (DS)

- Un processus trend stationary (TS) est une série non stationnaire de type déterministe  $X_t = f(t) + \epsilon_t$ ,  $f$  est une fonction du temps et  $\epsilon_t$  est un bruit blanc. Pour stationnariser un processus de type TS on utilise les moindres carrés ordinaires puis on retranche les valeurs estimées de la série initiale. Avec un processus TS l'effet produit par un choc est transitoire, la chronique retrouve son mouvement de long terme.
- Un processus DS présente une non stationnarité de type aléatoire. Pour stationnariser un processus DS, on utilise le filtre aux différences.

## II. Modélisation ARIMA des séries chronologiques

Les modèles ARIMA permettent de combiner trois types de processus temporels : les processus autorégressifs (AR), les processus moyenne mobile (MA) et les processus intégrés (I). Dans le cas général, un modèle ARIMA (p, d, q) est une combinaison de ces trois types de processus, p, d et q désignant respectivement l'ordre du processus autorégressif, l'ordre d'intégration et l'ordre de la moyenne mobile. Il s'agit par la méthode de Box & Jenkins de construire un modèle restituant le mieux possible le comportement d'une série temporelle suivant trois étapes : identification, estimation et diagnostic.

### II.1 Les processus autorégressifs, AR (Autoregressive)

Un processus  $X_t$  est dit autorégressif d'ordre p, AR(p), si l'observation présente  $X_t$  est générée par une moyenne pondérée des observations passées jusqu'à la p-ième période sous la forme suivante :

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

$\phi_i, i = 0, \dots, p$  sont des paramètres positifs ou négatifs à estimer

$\epsilon_t$  est un bruit blanc i.e. les  $\epsilon_t$  sont i.i.d suivant une  $N(0, \sigma^2)$

Les processus autorégressifs supposent donc que chaque point peut être prédit par la somme pondérée d'un ensemble de points précédents, plus un terme aléatoire d'erreur



## II.2 Les processus moyennes mobiles, MA (Moving Average)

Dans un processus de moyenne mobile d'ordre  $q$ , chaque observation est générée par une moyenne pondérée d'aléas jusqu'à la  $q$ -ième période dans le passé.

$$X_t = \theta_0 + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Les moyennes mobiles suggèrent que la série présente des fluctuations autour d'une valeur moyenne. On considère que la meilleure estimation est représentée par la moyenne pondérée d'un certain nombre de valeurs antérieures (ce qui est le principe des procédures de moyennes mobiles utilisées pour le lissage de données). Ceci revient en fait à considérer que l'estimation est égale à la moyenne vraie, auquel on ajoute une somme pondérée d'erreurs ayant entachées les valeurs précédentes.

## II.3 Les processus ARMA(p,q) (Autorégressive Moving Average)

Les modèles ARMA sont représentatifs de processus générés par une combinaison des valeurs passées et des erreurs passées.

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

On peut aussi écrire le modèle ARMA(p,q) sous la forme :

$$\Phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

où  $L$  est l'opérateur de décalage et  $\varepsilon_t$  est le processus de bruit blanc.

Un processus ARMA(p,q) est stationnaire si  $\Phi(L) = 0$  a toutes ses racines de module strictement supérieur à 1.

Un processus ARMA(p,q) est inversible si  $\Theta(L) = 0$  a toutes ses racines de module strictement supérieur à 1.

## II.4 Les processus ARIMA(p,d,q)

Un processus  $I(d)$  est dit ARIMA(p,d,q),  $p, d, q$  positifs ou nuls si le processus est un processus ARMA(p,q) stationnaire.

Les processus ARIMA sont utiles pour des processus qui ont des corrélations positives et lentement décroissantes car cette propriété des autocorrélations peut être le signe d'une tendance dans la série.

$$(L)(1 - L)^d X_t = (L)^q \epsilon_t$$

Le processus ARIMA(0,1,0) porte le nom de marche aléatoire ( Random Walk Model) . Il est souvent utilisé pour analyser l'efficacité des marchés financiers.

### II.5 L'identification dans la méthode de Box & Jenkins

Toute composante saisonnière étant supposée éliminée, l'identification consiste à spécifier les trois paramètres p, d, q du modèle ARIMA (p, d, q).

La stationnarité du modèle est d'abord testée. Etude graphique, de corrélogramme et test de Dickey- Fuller augmenté sont tour à tour effectués. Si la série n'est pas stationnaire, il convient de la transformer (en général par différenciation) pour obtenir une série stationnaire.

L'ordre d'intégration d est obtenu par le nombre de fois que la série initiale a été différenciée pour obtenir la stationnarité. Test de Dickey - Fuller augmenté, analyses de corrélogrammes sont utilisés pour le déterminer. Ayant une série stationnaire, on analyse la fonction d'autocorrélation (FAC) et la fonction d'autocorrélation partielle pour déterminer les paramètres p, q du modèle.

La fonction d'autocorrélation est constituée par l'ensemble des autocorrélations  $\rho_k = \text{corr}(Y_t, Y_{t-k})$ , k dans  $\{1, \dots, K\}$ , K étant le décalage maximum admissible pour que le coefficient d'autocorrélation ait un sens. En général  $n/6 \leq K \leq n/3$  où n est le nombre d'observations temporelles; si n très grand ( $n \geq 150$ ), on peut prendre  $K = n/5$ .

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre k peut être estimé par :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_1)(y_{t+k} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \sum_{t=1}^n (y_{t+k} - \bar{y}_2)^2}} \quad \text{avec } \bar{y}_1 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t \quad \text{et } \bar{y}_2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_{t+k}$$

Sous l'hypothèse  $\rho_k = 0$ , la statistique  $\frac{|r_k|}{\sqrt{1-r_k^2}}$  suit une loi de Student à n-2

degrés de liberté. Si la valeur calculée est supérieure au quantile d'ordre  $\alpha/2$  d'une loi de Student à n-2 degrés de liberté, alors l'hypothèse est rejetée au seuil  $\alpha$  (test bilatéral).

La fonction d'autocorrélation partielle désigne l'ensemble des autocorrélations entre les variables  $y_t$  et  $y_{t-k}$ , l'influence de la variable étant contrôlée pour  $i < k$ .

Plusieurs logiciels de traitement des séries temporelles (Eviews, SPSS, STATA etc) construisent des corrélogrammes qui affichent des intervalles de confiance à 95% permettant de déterminer les coefficients statistiquement significatifs à prendre en compte. Certaines règles sont en général retenues pour interpréter les corrélogrammes :

Les valeurs d'une fonction d'autocorrélation d'un processus autorégressif AR(p), décroissent exponentiellement avec des alternances possibles de valeurs positives et négatives. La fonction d'autocorrélation partielle, quant à elle, présente p pics aux p premières valeurs du corrélogramme d'autocorrélation partielle.

Le corrélogramme d'une fonction d'autocorrélation d'une moyenne mobile, MA(q), présente q pics aux q premières valeurs. La fonction d'autocorrélation partielle d'une MA(q) présente des valeurs exponentiellement décroissantes. Si la fonction d'autocorrélation décroît lentement, il faut différencier la série avant l'identification du modèle.

Les deux corrélogrammes simple et partiel d'un processus ARMA ont des profils moins typiques. Leur interprétation est plus difficile. L'étude de tels processus nécessite le plus souvent plusieurs itérations de type *identification-estimation-diagnostic*.

D'un autre côté, Hannan et Rissanen<sup>2</sup> ont suggéré, pour la détermination des ordres  $p$  et  $q$  d'un processus ARMA( $p,q$ ), une procédure en trois étapes.

D'abord on estime par les moindres carrés ordinaires (MCO) quelques processus autorégressifs d'ordre assez important.

Ensuite, on sélectionne la régression ayant la plus petite valeur du critère d'information d'Akaike (CIA), les résidus de cette estimation sont pris comme estimateurs des termes (ε) qui sont inconnus dans le modèle ARMA.

Dans la troisième et dernière étape, un nombre de modèles ARMA sont estimés en utilisant ces résidus estimés. Les équations sont estimées par les MCO pour diverses valeurs de  $p$  et de  $q$ . On choisit la spécification ayant la plus petite valeur du critère de Schwarz.

## *II.6 L'estimation des paramètres d'un modèle ARIMA*

Les logiciels informatiques comme Eviews, SPSS, STATA permettent d'estimer les coefficients du modèle identifiés dans l'étape précédente, les paramètres  $p$ ,  $q$  et  $d$  étant clairement spécifiés.

En théorie l'estimation des paramètres d'un modèle ARIMA( $p,d,q$ ) lorsque  $p,d,q$  sont supposés connus peut se réaliser par différentes méthodes dans le domaine temporel :

- Moindres Carrés Ordinaires (cas  $q=0$ ). Dans ce cas, on utilise les équations dites Yule Walker. En remplaçant les autocorrélations théoriques par leurs estimateurs, on peut retrouver les estimateurs des MCO des paramètres du modèle par la résolution des équations de Yule - Walker.
- Maximum de Vraisemblance approché (Box and Jenkins 1970)
- Maximum de Vraisemblance exacte (Newbold 1974, Harvey et Philips 1979, Harvey 1981)

---

<sup>2</sup> Jack Johnston et John Dinardo, 1999, « Méthodes économétriques », *Econometrica*.

Plusieurs logiciels informatiques implémentent ces méthodes d'estimation d'un modèle ARIMA (Eviews, SPSS, DEMETRA, STATA etc) notamment les méthodes du maximum de Vraisemblance approchée et du maximum de vraisemblance exacte.

La maximisation est réalisée à l'aide d'algorithme d'optimisation non linéaire (Newton-Raphson, méthode du simplex). Les résidus étant supposés décrits par un bruit blanc gaussien  $N(0, \sigma^2)$ , la vraisemblance associée au vecteur de réalisation  $(x_1, x_2, \dots, x_T)$  s'écrit :

$$(2\pi\sigma^2)^{-T/2} \det[\Gamma]^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} x'[\Gamma]^{-1} x \right\}$$

## II.7 Le diagnostic d'un modèle ARIMA

Il s'agit dans cette partie d'effectuer un ensemble de vérifications :

Les valeurs des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle de la série des résidus doivent être toutes nulles. Si les autocorrélations d'ordre 1 et 2 diffèrent significativement de zéro, alors la spécification du modèle n'est sûrement pas adaptée. Il peut arriver, cependant, qu'une ou deux autocorrélations d'ordre supérieur dépassent, par aléas, les limites de l'intervalle de confiance à 95%.

Les caractéristiques des résidus doivent correspondre à celles d'un bruit blanc. La statistique **Q** de Box et Ljung, connu encore sous le nom de statistique de Box et Pierce modifiée est couramment utilisée pour tester le bruit blanc. La statistique doit être vérifiée sur une base comprise entre un quart et la moitié des observations. Elle ne doit pas être significative pour que l'hypothèse du bruit blanc puisse être conservée pour la série des résidus. Elle est définie par

$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2}{n-k}$  et suit une loi  $\chi^2_{K(p+q)}$  sous l'hypothèse  $H_0$ : «  $r_1 = 0, r_2 = 0, \dots, r_k = 0$  », c'est-à-dire en l'absence d'autocorrélation.

### III. Saisonnalité et modèle SARIMA

#### III.1 Le test de saisonnalité de Fisher

Il convient d'effectuer un test permettant de détecter l'existence d'une saisonnalité avant d'effectuer sur série temporelle une correction de variations saisonnières. Le test le plus communément utilisé est celui de Fisher par analyse de la variance du facteur mensuel (trimestriel) par rapport à la variance totale. Ce test se présente comme suit :

- Calcul de la somme des carrés du modèle avec tendance simple
- Calcul de la somme des carrés du modèle avec tendance et saisonnalité
- Calcul de la valeur du Fisher empirique

$$F^* = \frac{U^* / P}{U^{**} / (T - K)}$$

La valeur du  $F^*$  empirique est à comparer à la valeur du  $F$  théorique donné par la table de loi de Fisher-Snedecor aux degrés de liberté  $K-P$  et  $T-K$ , avec :

$K$ , le nombre de paramètres indépendants à estimer dans le cadre du modèle avec tendance et saisonnalité, soit  $K = 2 + 12 - 1$  (car les 12 coefficients saisonniers sont liés entre eux)  
 $P$ , le nombre de paramètres à estimer dans le cadre du modèle à tendance seule,  $P = 2$ .  
 $T$  est le nombre d'observations.

Hypothèse n°1 :  $F^* > F$  alors la série est saisonnière

Hypothèse n°2 :  $F^* \leq F$  alors la série n'est pas saisonnière.

Pour une chronique relativement longue (4 ans en données mensuelles),  $F$  peut être approximé par 2 ; cela évite une lecture systématique de la table pour un risque d'erreur faible.

#### III.2 La dessaisonnalisation

La dessaisonnalisation d'une série temporelle consiste à estimer sa composante saisonnière et à l'extraire de la série brute. On obtient ainsi une série corrigée des variations saisonnières (CVS),  $(X_t)$

Nous évoquerons essentiellement deux méthodes de désaisonnalisation non paramétriques : X12-ARIMA et l'autre paramétrique TRAMO-SEATS. Sans perte de généralité, nous considérons que les séries sont mensuelles.

### III.2.1 Une méthode non paramétrique, X-12 ARIMA

Cette méthode repose sur une technique de lissage par moyennes mobiles qui est utilisée de façon itérative pour estimer les principales composantes de la série, sa tendance et sa saisonnalité notamment.

X12- ARIMA tire ses fondements de la méthode de désaisonnalisation X11 (US Bureau of Census, 1965). Cette dernière consiste à utiliser un algorithme simple en quatre étapes qu'on itère deux fois en changeant à chaque fois les moyennes mobiles. Si nous considérons une série  $X_t = (TC)_t + S_t + \mu_t$ , l'algorithme de base de X11 peut être présenté comme suit :

1. Estimation de la Tendence-Cycle par moyenne mobile 2x12. Les coefficients de cette moyenne mobile sont  $\frac{1}{24} [1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1]$

2. Estimation de la composante Saisonnier-Irrégulier :  
 $S + \mu = X - TC$

3. Estimation de la composante Saisonnière par moyenne mobile 3x3 sur chaque mois normalisation<sup>4</sup>. Les coefficients de la moyenne mobile sont  $\frac{1}{9} [1, 2, 3, 2, 1]$ . La saisonnalité estimée et normalisée est notée *Snorm*.

4. Estimation de la série corrigée des variations saisonnières

$$X^{CVS} = TC + \mu + X - Snorm$$

5. Estimation de la Tendence-Cycle par une moyenne de Henderson (sur 13 termes)

6. Estimation de la composante Saisonnier-Irrégulier

$$S + \mu = X - TC$$

<sup>3</sup> Les composantes tendance et cycle d'une série chronologique sont souvent regroupées. On parle alors de composante tendance-cycle, TC.

<sup>4</sup> La normalisation consiste à imposer aux coefficients saisonniers estimés d'être de somme nulle. *Snorm* désigne la saisonnalité normalisée.

7. Estimation de la composante Saisonnière par moyenne mobile 3x5 sur chaque mois normalisation. Les coefficients de la moyenne mobile sont  $\frac{1}{15}$ .

8. Estimation de la série corrigée des variations saisonnières

$$X^{CVS} = TC - \mu - X - S_{norm}$$

La méthode X-11 a posé un certains nombres de problèmes relatifs notamment aux débuts et fins de série. Par exemple, lorsqu'on dispose d'un point supplémentaire et qu'on désaisonnalise à nouveau par la méthode X-11, il est fréquent de constater des variations pour les dates les plus récentes. Une solution apportée, avec la popularisation des modèles ARIMA à partir des travaux de Box & Jenkins (1970), consiste à ajuster un modèle ARIMA à la série initiale, à prévoir les valeurs futures de la série et à appliquer la méthode de désaisonnalisation X-11 à la série prolongée. Cette démarche permet de diminuer sensiblement les révisions lors de l'ajout d'un nouveau point. Cette idée est à la base de X11-ARIMA/80 (Dagum, 1980). Une méthode qui présente l'inconvénient majeur de ne pas corriger les effets de calendrier dans les séries avant de procéder à leurs modélisations ARIMA. Les logiciels X11-ARIMA/88 et X11-ARIMA/2000 résolvent ce dernier problème.

Par ailleurs l'estimation de modèle ARIMA est rendue difficile par la présence de points atypiques, de rupture de niveau, d'effet de calendrier. La méthode X12-ARIMA (U.S. bureau of Census, 1998) inclut un module permettant de corriger la série initiale de toutes sortes d'effets indésirables, y compris les effets de calendrier précédemment mentionnés.

### III.2.2 Une méthode paramétrique, TRAMO-SEATS

Les programmes TRAMO et SEATS sont le plus souvent utilisés ensemble et ont des objectifs complémentaires. La méthode de désaisonnalisation TRAMO-SEATS s'applique aussi bien aux séries stationnaires que non stationnaires.

TRAMO (Time series Regression with ARIMA noise, Missing observation and Outliers) est un programme de pré-ajustement de la série brute initiale. Il a pour but de détecter les phénomènes tels que points aberrants, changements de régime, effet de



calendrier (vacances, jours fériés, jours ouvrables etc.), valeurs manquantes, de les estimer et de les corriger avant de modéliser la série ainsi modifier au moyen d'un ARIMA.

SEATS (**S**ignal **E**xtraction in **AR**IMA **T**imes **S**eries) effectue la décomposition de la série en ses composantes tendance, saisonnalité et irrégularité et procède par extraction du signal à partir de la densité spectrale de la série initiale.

La méthode est basée sur une modélisation de la série par un modèle ARIMA, ce qui justifie l'utilisation au préalable du programme TRAMO.

### **Encadré 1 : Analyse spectrale**

Une série temporelle peut être considérée de deux points de vue : celui du temps et celui des fréquences.

S'agissant des fréquences, on part de l'expression de la série  $X_t$  comme somme de fonctions sinusoïdales. Le spectre de la série correspond au graphique qui associe à chaque fréquence son importance dans la série. Les basses fréquences correspondent par nature à des composantes évoluant lentement, comme le cycle ou la tendance et les hautes fréquences à des composantes qui évoluent plus vite, comme l'irrégulier.

Théoriquement, l'intégration de variations saisonnières dans les modèles ARIMA se fait en greffant sur le modèle de base un autre modèle dit saisonnier. Ce dernier décrit le lien entre la valeur de la série en un moment donné et sa valeur l'année précédente. Les retards associés à ce modèle sont donc exprimés en nombre d'années. Pour spécifier cette partie du modèle, on introduit trois paramètres correspondants aux ordres respectifs de la partie autorégressive, intégrée et moyenne mobile du modèle saisonnier. Ils sont notés respectivement P, D, Q et sont limités aux valeurs 0 et 1 dans SEATS.

Plusieurs logiciels contiennent des modules permettant d'implémenter les méthodes de désaisonnalisation X11, X11- ARIMA, X12- ARIMA ou TRAMO – SEATS. Certains d'entre eux offrent la possibilité de faire directement des prévisions à partir de modèles prenant en compte la saisonnalité. Une autre approche consiste à calculer la série corrigée des variations saisonnières (CVS) et les coefficients saisonniers, à faire les prévisions sur la

CVS avant d'appliquer les coefficients saisonniers pour obtenir les prévisions de la série initiale.

### III.3 Les modèles ARIMA saisonniers (SARIMA)

Si l'on veut traiter, en même temps, les saisonnalités de période  $s$  (sans supposer une répétition exacte, déterministe des données) on est amené à définir les processus ARIMA saisonniers (SARIMA)

#### III.3.1 Définition

$(X_t)$  est appelé processus SARIMA( $p, d, q$ ), période  $s$ , si

$$Y_t = (1 - L)^d (1 - L)^D X_t$$
 est un processus ARMA( $p, q$ ) stationnaire.

$$A(L)F(L^s)Y_t = (L)G(L^s) \epsilon_t$$

où  $A(z)$  est un polynôme générateur d'un AR( $p$ ),

$$A(z) = 1 - \sum_{k=1}^p a_k z^k$$

$(z)$  est un polynôme générateur d'un MA( $q$ ),

$$(z) = 1 - \sum_{k=1}^q z^k$$

et où, pour la saisonnalité  $s$ ,

$F(z)$  est un polynôme générateur d'un AR( $P$ ),

$$F(z) = 1 - \sum_{k=1}^P z^k$$

et  $G(z)$  est un polynôme générateur d'un MA( $Q$ ),

$$G(z) = 1 - \sum_{k=1}^Q z^k$$

### III.3.2 Identification et ajustement des modèles SARIMA

L'identification et l'ajustement des modèles SARIMA aux données,  $X_T$  se fait selon le plan suivant :

- Appliquer une transformation de type « Box-Cox » pour stabiliser la variance des données (parfois la variance augmente en fonction du niveau de la série). Les transformations les plus importantes de type Box-Cox sont  $\sqrt{X_t}$ .
- Choisir  $d, D, s$  (souvent il suffit de prendre  $0 \leq d \leq 2, 0 \leq D \leq 1$ ) de sorte que  $Y_t = (1-L)^d(1-L^s)^D X_t$  soit stationnaire.
- Calculer les autocorrélations et les autocorrélations partielles.
- Choisir  $p$  et  $q$  tels que les autocorrélations et autocorrélations partielles d'ordre  $1$  à  $s-1$  soient compatibles à un ARMA( $p, q$ ).
- Choisir  $P$  et  $Q$  de sorte que les autocorrélations d'ordre  $ks$  correspondent à un ARMA( $P, Q$ ).
- Estimation des paramètres du modèle.
- Contrôle de la qualité du modèle par analyse des résidus.

## IV. Modélisation ARIMA avec spécification ARCH des erreurs

Si dans une modélisation ARIMA une chronique présente une volatilité instantané qui dépend du passé alors on introduit une spécification ARCH (Autorégressive Condition Heteroskedastic) linéaire (ARCH( $q$ ), GARCH( $p, q$ ), IGARCH( $p, q$ ), ARCH-M, GARCH-M) ou non linéaire (TARCH( $p, q$ ), EGARCH( $p, q$ ), TGARCH( $p, q$ )) des erreurs du modèle.

Un processus  $(s_{t,t}, Z)$  de moyenne nulle non corrélée est un ARCH( $q$ ) si sa variance conditionnelle par rapport à l'information disponible à la date  $t-1$  s'écrit :

$$V(s_{t,t} / I_{t-1}) = h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 s_{t-1,t-1}^2 + \alpha_2 s_{t-2,t-2}^2 + \dots + \alpha_q s_{t-q,t-q}^2$$

avec

$$E(s_{t,t} / I_{t-1}) = 0$$

Les conditions d'existence de ce modèle sont :

$$\sigma_0^2 > 0 \text{ et } \sigma_i^2 = 0, i = 1, \dots, q$$

Une condition nécessaire de stationnarité des

$$\sum_{i=1}^q \sigma_i^2 < 1$$

Soit un modèle ARMA(p,q) avec une spécification ARCH des erreurs

$$V(\epsilon_t / I_{t-1}) = h_t^2 = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 \epsilon_{t-1}^2 + \sigma_2^2 \epsilon_{t-2}^2 + \dots + \sigma_q^2 \epsilon_{t-q}^2$$

Considérons l'hypothèse emboîtée  $H_0: \sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_q = 0$  ; contre l'hypothèse alternative  $H_1$  les  $\sigma_i$  ne sont pas tous nuls.

Si l'hypothèse  $H_0$  est vraie, la variance de l'erreur est constante (erreur homocédastique).

Dans le cas contraire les termes d'erreurs suivent un ARCH dont l'ordre q est à déterminer.

Le test est basé soit sur un test de Fisher classique, soit sur un test du multiplicateur de Lagrange.

Une autre approche consiste à calculer le corrélogramme des résidus aux carrés du modèle initial. Si les termes de ce corrélogramme sont significativement différents de 0, alors on peut conclure à une spécification de type ARCH ; on utilise pour cela la statistique Q de Ljung-Box.

## V. Analyse et prévision de la masse monétaire et de ses contreparties

La masse monétaire est projetée à partir de ses contreparties qui sont les avoirs extérieurs nets et le crédit intérieur.

La méthode de Box & Jenkins (modélisation ARIMA) est utilisée pour faire les projections sur les avoirs extérieurs nets et le crédit intérieur avec, au besoin, une spécification ARCH des erreurs. Les raisons de ce choix sont liées à différentes considérations.

D'abord il faut signaler que la plupart des séries macro-économiques sont non stationnaires.

En effet, elles sont le plus souvent affectées d'une évolution de long terme (tendance).

C'est le cas notamment de la masse monétaire et de ses contreparties (les avoirs extérieurs nets et le crédit intérieur).

nets et le crédit intérieur). La méthode de Box & Jenkins regroupe un ensemble de modèles adaptés au traitement de telles séries.

Ensuite, la modélisation ARIMA est certes « plus difficile » mais donne de meilleurs résultats en matière de prévision. C'est en cela qu'elle est de plus en plus utilisée par les prévisionnistes, au point de devenir quasi-incontournable.

Enfin, les outils informatiques disponibles permettent l'implémentation complète de la méthode de Box & Jenkins.

Les avoirs extérieurs nets sont directement liés à la balance des paiements. La variation des AEN est, en effet, égale au solde global de balance des paiements à quelque écart près. Ces écarts concernent les réévaluations. Ils sont liés aux fluctuations des taux de change, au fait que la balance des paiements enregistre des flux aux cours de la période en utilisant les taux de change du moment alors que les stocks d'avoirs et d'engagements de la situation monétaire sont évalués aux taux de fin de période. Nous ne saurions passer en silence ces considérations même si l'on ne dispose pas encore de données mensuelles sur la balance des paiements.

Le niveau des Autres Postes Nets (APN), au passif du bilan consolidé des institutions monétaires, est maintenu constant au dernier connu. Ce choix, inspiré de la programmation financière, se justifie par le fait qu'il n'existe pas d'instrument financier permettant d'influencer directement les Autres Postes Nets. Exceptés les postes explicitement présentés dans la situation monétaire, les Autres Postes Nets (APN) regroupent tous les comptes des bilans des banques. Ils incluent des comptes de capital, d'immobilisations, de pertes et profits, des comptes d'ajustements.

Si les comptes inclus dans les APN évoluent suivant une tendance stable, une autre approche de projection des APN consiste à prolonger cette tendance.

De l'égalité comptable du bilan des institutions monétaires,

$$\mathbf{AEN + CIN = M2 + APN}$$

**AEN** : Avoirs Extérieurs Nets

**CIN** : Crédit Intérieur

**M2** : Masse monétaire

**APN** : Autres Postes Nets

on déduit, en variation

$$\Delta M2 = \Delta AEN + \Delta CIN.$$

La masse monétaire (M2) est projetée suivant cette dernière égalité, les valeurs projetées des avoirs extérieurs nets et du crédit intérieur étant déjà connues.

Les projections des différentes composantes de la masse monétaire (circulation fiduciaire, dépôts en banques, dépôts aux comptes chèques postaux) sont obtenues en prolongeant la dernière structure de répartition connue. En effet, sur une longue période la répartition de la masse monétaire du Sénégal en ses différentes composantes est restée stable. Le tableau suivant en donne une illustration :

**Tableau 1** : Répartition de la masse monétaire en ses composantes

	JAN.	FEV.	MARS.	AVRIL.	MAI.	JUIN.	JUIL.	AOUT.	SEPT.	OCT.
12/10/07	2006	2006	2006	2006	2006	2006	2006	2006	2006	2006
- MASSE MONETAIRE (1)	1 542 209,7	1 530 574,6	1 552 802,3	1 581 917,4	1 567 297,5	1 596 684,6	1 610 404,3	1 608 700,2	1 646 676,0	1 628 438,2
. C FIDUCIAIRE (2)	371 993,8	371 907,2	387 688,6	397 104,1	385 999,9	391 851,3	392 550,3	395 698,9	396 421,8	391 221,0
(2)/(1)	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
. DEPOTS EN C.C.P. (3)	6 791,1	10 091,8	9 830,7	10 116,9	8 869,7	12 435,8	12 453,3	12 453,3	12 453,3	15 295,1
(3)/(1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
. DEPOTS EN BANQUES (4)	1 163 424,8	1 148 575,6	1 155 283,0	1 174 696,4	1 172 427,9	1 192 397,5	1 205 400,7	1 200 548,0	1 237 800,9	1 221 922,1
(4)/(1)	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8

	NOV	DÉC	JANV	FÉVR	MARS	AVRIL	MAI	JUIN	JUILLET.	AOUT.
12/10/07	2006	2006	2007	2007	2007	2007	2007	2007	2007	2007
- MASSE MONETAIRE (1)	1 673 856,6	1 751 211,9	1 727 377,5	1 753 074,1	1 785 760,0	1 808 505,9	1 818 566,6	1 847 424,8	1 790 855,8	1 882 333,5
. C FIDUCIAIRE(2)	391 814,0	453 413,9	419145,1	427125,3	453 820,1	425 789,1	444 257,5	438 166,3	410 419,6	441 564,6
(2)/(1)	0,2	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
. DEPOTS EN C.C.P. (3)	15 378,8	16 765,4	18678,4	18635,6	18 635,6	20 729,1	20 729,1	6 743,4	6 743,4	6 743,4
(3)/(1)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
. DEPOTS EN BANQUES (4)	1 266 663,8	1 281 032,6	1289554	1307313,2	1 313 304,3	1 361 987,7	1 353 580,0	1 402 515,1	1 373 692,8	1 434 025,5
(4)/(1)	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,8

De manière analogue, les avoirs extérieurs nets des institutions monétaires sont répartis en avoirs extérieurs nets de la BCEAO et avoirs extérieurs nets des banques primaires.

Tableau 2 : Répartition des avoirs extérieurs nets en ses composantes

12/10/07	JAN. 2006	FEV. 2006	MARS. 2006	AVRIL. 2006	MAI. 2006	JUIN. 2006	JUIL. 2006	AOUT 2006	SEPT. 2006	OCT 2006
- AVOIRS EXTERIEURS NETS (1)	773 456,5	730 850,7	731 343,3	756 442,4	702 573,9	729 048,6	737 307,7	744 951,7	752 975,0	744 981,4
. BCEAO (2)	604 517,5	561 919,7	550 563,3	588 410,4	566 563,3	581 949,8	582 814,6	606 175,3	590 517,9	569 556,8
(2)/(1)	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
. BANQUES (3)	168 939,0	168 931,0	180 780,0	168 032,0	136 010,6	147 098,8	154 493,1	138 776,4	162 457,1	175 424,6
(3)/(1)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

12/10/07	NOV 2006	DÉC 2006	JANV 2007	FÉVR 2007	MARS 2007	AVRIL 2007	MAI 2007	JUIN 2007	JUILLET 2007	AOUT. 2007
- AVOIRS EXTERIEURS NETS (1)	748 810,3	779 541,2	793 614,2	780 899,6	805 184,4	835 116,8	836 619,7	823 209,1	796 135,6	853 870,3
. BCEAO (2)	542 159,1	569 325,0	598916,2	605112,9	618 878,3	650102,4	656125,3	656947,3	602 354,8	679 737,5
(2)/(1)	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
. BANQUES (3)	206 651,2	210 216,2	194698,0	175786,7	186 306,1	185014,4	180494,4	166261,8	193 780,8	174 132,8
(3)/(1)	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Les estimations mensuelles de la Position Nette du Gouvernement (PNG) par rapport au système bancaire sont souvent obtenues à temps de la BCEAO. Au cas échéant, le montant estimé de l'encours des crédits à l'économie est obtenu par solde. Dans le cas contraire, en défaut d'avoir les estimations du financement intérieur bancaire au niveau du Tableau des Opérations Financières de l'Etat (la variation de la PNG est égale au financement intérieur bancaire à quelques ajustements près), la répartition du crédit intérieur suivant les créances à l'économie et la position nette du gouvernement se fera suivant la dernière structure de répartition connue.

Les crédits à l'économie sont répartis selon la durée et selon la branche d'activités en suivant la dernière structure de répartition connue.

**Tableau 3 : Répartition des crédits à l'économie selon la durée**

	Jan. 06	Fév. 06	Mars 06	Avril 06	Mai 06	Juin 06	Juillet 06	Août 06
<b>CT (1)</b>	780658	815957	783999	772228	800697	723068	793986	769253
(1)/(4)	0,72	0,72	0,71	0,70	0,71	0,71	0,70	0,69
<b>MT (2)</b>	290381	297859	296505	304071	307971	269289	305699	306983
(2)/(4)	0,27	0,26	0,27	0,28	0,27	0,27	0,27	0,28
<b>LT (3)</b>	20319	21920	23730	22722	23202	19121	31338	33192
(3)/(4)	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
<b>Total (4)</b>	1091358	1135736	1104234	1099021	1131870	1011478	1131023	1109428

	Sep. 06	Oct. 06	Nov. 06	Déc. 06	Jan. 07	Fév. 07	Mars 07
<b>CT (1)</b>	783157	748577	740188	795948	749321	768645	769397
(1)/(4)	0,69	0,68	0,68	0,69	0,68	0,68	0,68
<b>MT (2)</b>	313144	313039	311781	316331	328704	325442	328675
(2)/(4)	0,28	0,29	0,29	0,28	0,30	0,29	0,29
<b>LT (3)</b>	33047	32968	33953	34163	26097	28405	25734
(3)/(4)	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,02
<b>Total (4)</b>	1129348	1094584	1085922	1146442	1104122	1122492	1123806

**Tableau 4 : Répartition des crédits à l'économie selon les branches d'activités**

	Jan. 06	Fév. 06	Mars 06	Avril 06	Mai 06	Juin 06	Juillet 06	Août 06
<b>Commerce Hôtels/B/R (1)</b>	269267	275759	284802	271414	281213	267604	280028	272472
(1)/(4)	0,25	0,24	0,26	0,25	0,25	0,26	0,25	0,25
<b>Ind. Manufact. (2)</b>	315826	347279	302024	282714	303913	289499	301341	294551
(2)/(4)	0,29	0,31	0,27	0,26	0,27	0,29	0,27	0,27
<b>Services Collectivités (3)</b>	302756	306357	312838	331675	331216	268587	334473	327244
(3)/(4)	0,28	0,27	0,28	0,30	0,29	0,27	0,30	0,29
<b>Autres</b>	203509	206341	204570	213218	215528	185788	215181	215161
<b>Total (4)</b>	1091358	1135736	1104234	1099021	1131870	1011478	1131023	1109428

	Sep. 06	Oct. 06	Nov. 06	Déc. 06	Jan. 07	Fév. 07	Mars 07
<b>Commerce Hôtels/B/R (1)</b>	286141	281114	278952	304255	301412	305062	314391
(1)/(4)	0,25	0,26	0,26	0,27	0,27	0,27	0,28
<b>Ind. Manufact. (2)</b>	288810	267954	271058	287899	249076	249070	254138
(2)/(4)	0,26	0,24	0,25	0,25	0,23	0,22	0,23
<b>Services Collectivités (3)</b>	333841	329540	316367	333454	331668	345366	329215
(3)/(4)	0,30	0,30	0,29	0,29	0,30	0,31	0,29
<b>Autres</b>	220556	215976	219545	220834	221966	222994	226062
<b>Total (4)</b>	1129348	1094584	1085922	1146442	1104122	1122492	1123806



## VI. Conclusion

Ce document se veut un instrument de travail du bureau de l'analyse et de la prévision à très court terme de la DPEE. La méthode de Box & Jenkins d'analyse et de prévision des séries temporelles y est développée. Après quelques généralités sur les séries chronologiques, la modélisation ARIMA est introduite en distinguant les séries temporelles sans saisonnalité et celles saisonnières (modélisation SARIMA). Ont été également développées deux méthodes de dessaisonnalisation de séries temporelles, une non paramétrique, X12-ARIMA et l'autre paramétrique, TRAMO-SEATS, avant l'examen de l'analyse et la prévision de la masse monétaire et de ses contreparties au Sénégal. Deux études de cas, en annexes, terminent le document, l'une sur les prévisions des variables de la situation monétaire intégrée, l'autre sur les débarquements de la pêche artisanale de la région de Thiès.

Prédire l'avenir étant un exercice difficile, le Bureau de l'Analyse et de la Prévision à très court terme s'attelle à s'ouvrir à toute collaboration. Dans ce cadre, les avis d'experts de la DPEE, responsables des chapitres de la note de conjoncture sont importants. Ils permettent, en effet, de comprendre les phénomènes décelés par la modélisation et au cas échéant d'affiner par introduction de certaines corrections.

Par ailleurs, au delà de la méthode scientifique adoptée, la démarche reste très importante en matière de prévision. Le principe d'analyse et de prévision, par la méthode Box & Jenkins, adoptée est largement itératif avec notamment répétition des étapes d'identification, estimation et prévision jusqu'à obtention d'un modèle adéquat. Aussi, les séries de données sont régulièrement mises à jour après examen critique, à posteriori, des écarts prévisions - réalisations.

Enfin, les méthodes et techniques de prévisions évoluant plus ou moins rapidement, il est important de se doter d'une bonne documentation et de se recycler en permanence par des formations ciblées.

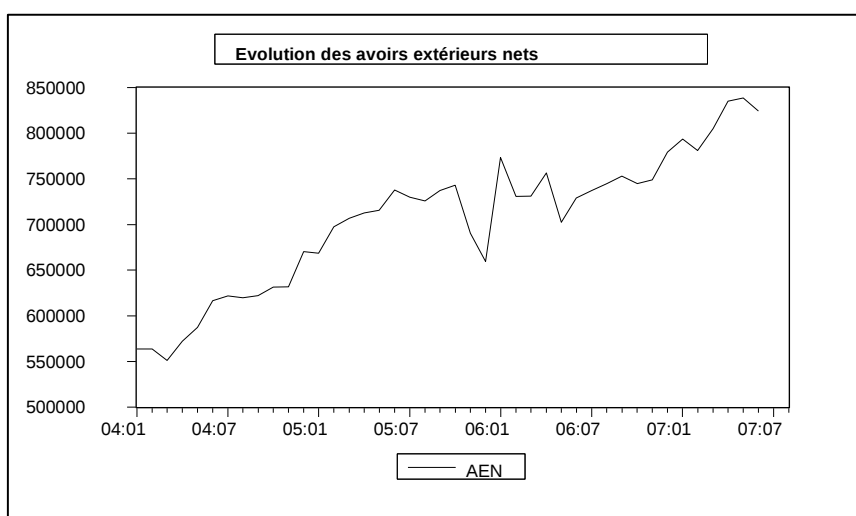
# **ANNEXE 1**

# Prévisions des variables monétaires suivant la méthode de Box & Jenkins (M ARIMA)

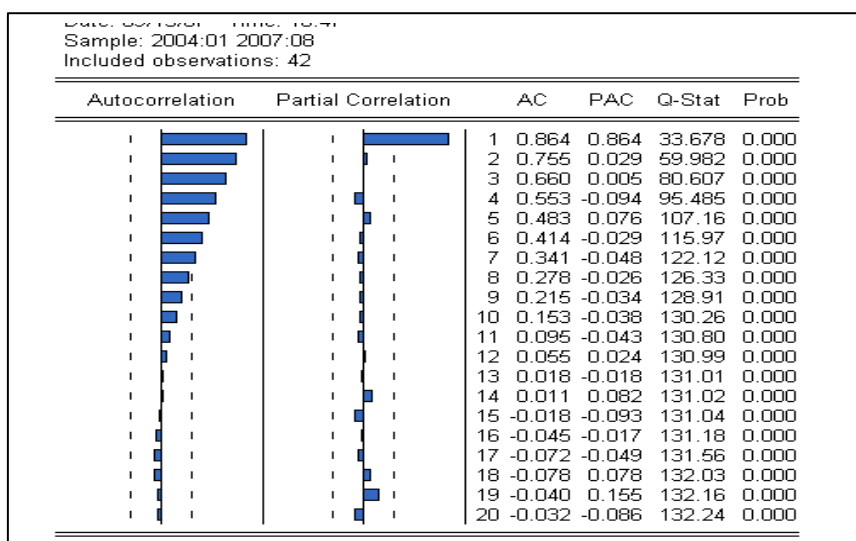
Les données utilisées dans cette étude sont fournies par la BCEAO. Elles concernent la situation mensuelle des institutions monétaires de janvier 2004 à juin 2007 (en millions francs CFA).

## 1. Les Avoirs Extérieurs Nets (AEN)

### 1.1 Analyse des caractéristiques de la série



### Corrélogramme de AEN



Les termes du corrélogramme simple sont élevés même pour des décalages importants. Le graphique et le corrélogramme de la série des AEN sont typiques d'une série affectée de tendance.

### Test de stationnarité de Dickey - Fuller Augmenté

- Test sur la variable en niveau

$H_0$  : Racine unitaire (non stationnaire)

$H_1$  : Non racine unitaire (stationnaire)

Les résultats du test sur la variable en niveau sont récapitulés dans le tableau suivant :

ADF Test Statistic	-2.57782	1% Critical Value	-4.2023
		5% Critical Value	-3.5247
		10% Critical Value	-3.1931
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Pour les seuils 1%, 5% comme 10%, on a ADF Test Statistic > Critical value.

On rejette l'hypothèse  $H_0$  la série AEN est non stationnaire.

- Test sur la variable en différences premières

Les résultats du test sur la variable différences premières sont récapitulés dans le tableau suivant :

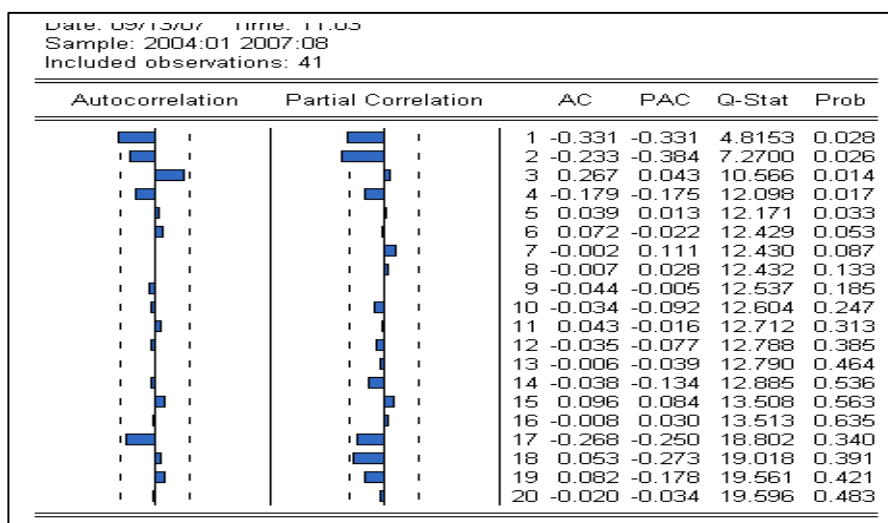
ADF Test Statistic	-7.423636	1% Critical Value	-4.2092
		5% Critical Value	-3.5279
		10% Critical Value	-3.1949
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Pour les seuils 1%, 5% comme 10%, on a ADF Test Statistic < Critical value. D(AEN) est stationnaire. La série AEN est intégrée d'ordre 1.

### Identification

Les fonctions d'autocorrélations sont calculées sur la série des différences premières. Le corrélogramme de la série D(AEN) pousse à anticiper un MA(1), un AR(1), un AR(2), un ARMA(1,1) ou un ARMA(2,1). Seuls le MA(1), le AR(1) et le AR(2) ont donné des résultats satisfaisants. La spécification avec le MA(1) minimise le critère de Akaike. Il a été retenu.

### Corrélogramme de D(AEN)



## Estimations

Dependent Variable: D(AEN)				
Method: Least Squares				
Date: 09/13/07 Time: 11:15				
Sample(adjusted): 2004:02 2007:06				
Included observations: 41 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 8 iterations				
Backcast: 2004:01				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6704.923	1814.998	3.694177	0.0007
MA(1)	-0.540365	0.135681	-3.982616	0.0003

Le modèle est globalement significatif, la probabilité de la statistique de Fisher est, en fait, inférieure à 5%. Aussi, les coefficients estimés sont tous statistiquement significatifs ce qui l'atteste la statistique de Student.

## Adéquation du modèle

### Corrélogramme des résidus

Date: 09/13/07 Time: 11:15					
Sample: 2004:02 2007:06					
Included observations: 41					
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.031	0.031	0.0415
		2	-0.140	-0.141	0.9279
		3	0.176	0.189	2.3657
		4	-0.075	-0.119	2.6355
		5	0.045	0.120	2.7350
		6	0.105	0.028	3.2864
		7	0.035	0.095	3.3507
		8	-0.030	-0.063	3.3978
		9	-0.089	-0.078	3.8375
		10	-0.073	-0.098	4.1387
		11	-0.014	-0.017	4.1504
		12	-0.061	-0.083	4.3752
		13	-0.057	-0.043	4.5772
		14	-0.076	-0.096	4.9515
		15	0.000	0.056	4.9515
		16	-0.158	-0.188	6.7230
		17	-0.361	-0.335	16.286
		18	-0.047	-0.126	16.456
		19	0.061	0.013	16.755
		20	0.021	0.104	16.793

Le corrélogramme de la série des résidus montre qu'aucun terme n'est extérieur aux d intervalles de confiance. On accepte l'hypothèse que la série des résidus est un bruit b La série des avoirs extérieurs nets est valablement représenté par un ARIMA(0,1,1).

Les AEN sont représentés par le processus :

$$AEN - AEN_1 = 6704,923 + 0,54\varepsilon_t$$

## Prévisions

Le Mean Absolute Percentage Error (3,65%) et le coefficient de THEIL (0,02) restent pr de zéro. Ce qui présage d'une bonne qualité des prévisions.

Mois	AEN
2007 : 07	845,2
2007 : 08	851,9

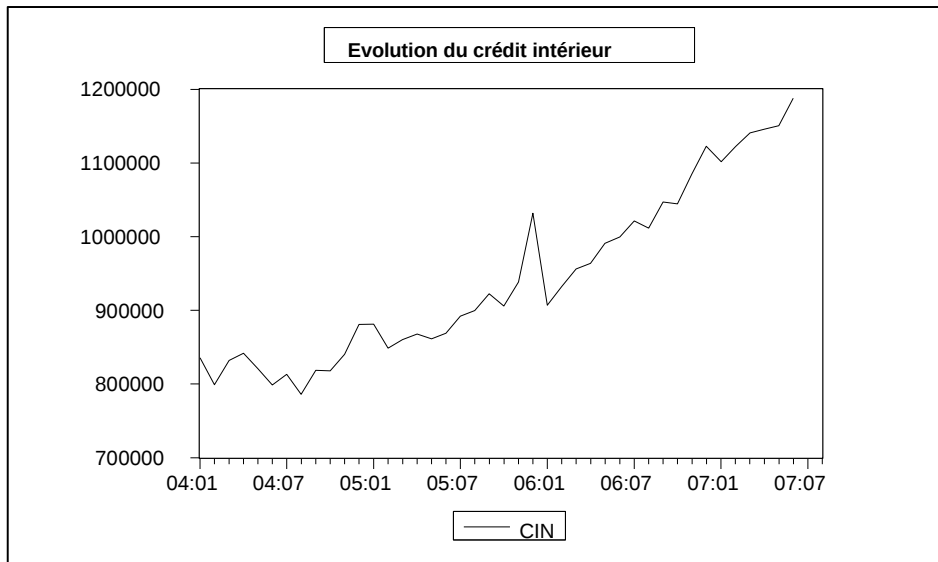
### 1.6 Avoirs extérieurs nets de la BCEAO et avoirs extérieurs nets des banques primaires

La répartition des avoirs extérieurs nets des institutions monétaires en avoirs extérieur de la BCEAO et avoirs extérieurs nets des banques primaires est restée stable. Ainsi, la dernière structure de répartition enregistrée a été reconduite pour les estimations de ju et août 2007.

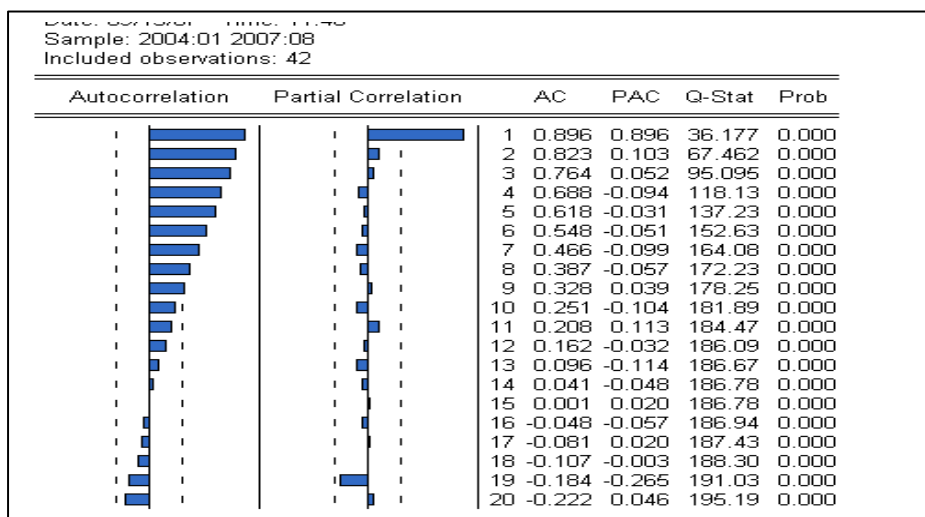
Mois	AEN Banque centrale	AEN Banques primaires
2007 : 07	669,3	674,6
2007 : 08	175,9	177,3

## 2. Le crédit intérieur

### 2.1 Analyse des caractéristiques de la série



### Corrélogramme de CIN





Le graphe et le corrélogramme de la série CIN sont typiques d'une série affectée d'une tendance.

### Test de stationnarité de Dickey - Fuller Augmenté

- Test sur la variable en niveau

$H_0$  : Racine unitaire (non stationnaire)

$H_1$  : Non racine unitaire (stationnaire)

Les résultats du test sur la variable en niveau sont récapitulés dans le tableau suivant :

ADF Test Statistic	-2.211147	1% Critical Value*	-4.2023
		5% Critical Value	-3.5247
		10% Critical Value	-3.1931
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Pour les seuils 1%, 5% comme 10%, on a **ADF Test Statistic > Critical value.**

On rejette l'hypothèse  $H_0$  la série CIN est non stationnaire.

- Test sur la variable en différences premières

Les résultats du test sur la variable en différences premières sont récapitulés dans le tableau suivant :

ADF Test Statistic	-7,503403	1% Critical Value*	-4.2092
		5% Critical Value	-3.5279
		10% Critical Value	-3.1949
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.			

Pour les seuils 1%, 5% comme 10%, on a ADF Test Statistic < Critical value. D(CIN) est stationnaire. La série CIN est intégrée d'ordre 1.

## 2.2 Identification

Les fonctions d'autocorrélation sont calculées sur la série des différences premières.

Sample: 2004:01 2007:06 Included observations: 39						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 -0.368	-0.368	5.6965	0.017	
		2 -0.140	-0.318	6.5401	0.038	
		3 0.203	0.024	8.3748	0.039	
		4 -0.099	-0.046	8.8218	0.066	
		5 0.024	0.033	8.8497	0.115	
		6 -0.023	-0.049	8.8765	0.181	
		7 0.009	0.000	8.8807	0.261	
		8 0.016	-0.001	8.8939	0.351	
		9 0.135	0.204	9.8672	0.361	
		10 -0.239	-0.137	13.014	0.223	
		11 0.040	-0.078	13.107	0.286	
		12 0.354	0.309	20.529	0.058	
		13 -0.251	0.107	24.403	0.028	
		14 -0.058	-0.063	24.618	0.039	
		15 0.126	-0.038	25.675	0.042	
		16 -0.147	-0.151	27.174	0.040	

Le corrélogramme de la série D(CIN) pousse à anticiper une moyenne mobile d'ordre 1, un MA(1), un AR(1), un AR(2) ou un ARMA(1,1).

### 2.3 Estimation

Les résultats ne sont pas satisfaisants dans le cas d'un ARMA(1,1). Les autres spécifications ont donné des résultats satisfaisant avec le critère de Akaike minimal dans le cas du AR(2).

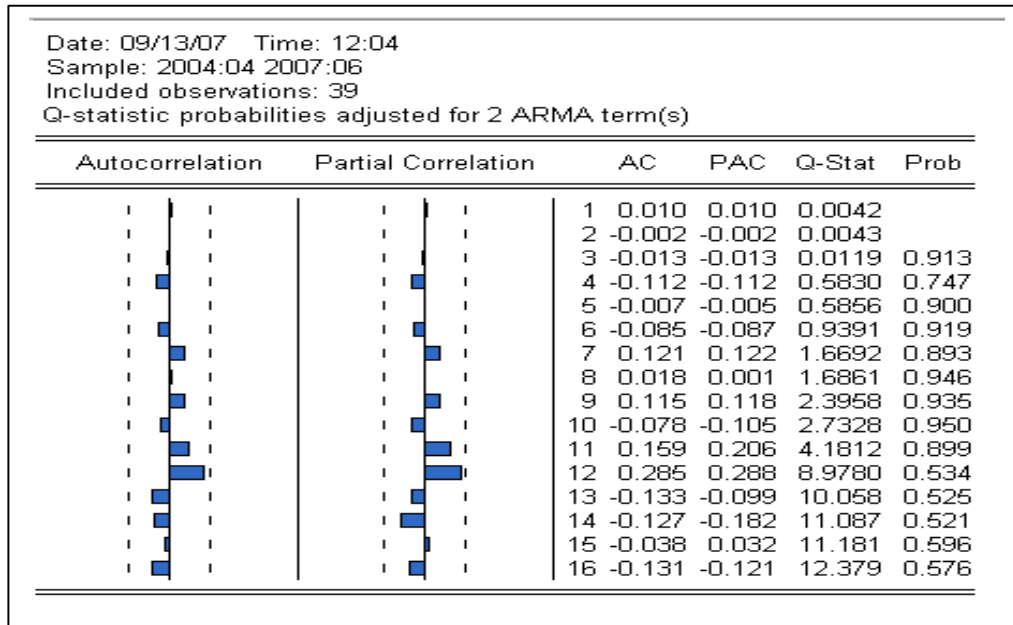
L'estimation des paramètres sur la série des différences premières :

Dependent Variable: D(CIN)				
Method: Least Squares				
Date: 09/13/07 Time: 11:58				
Sample(adjusted): 2004:04 2007:06				
Included observations: 39 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 3 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8888.292	2595.406	3.424625	0.0016
AR(1)	-0.486347	0.159066	-3.057514	0.0042
AR(2)	-0.321108	0.155107	-2.070234	0.0457

Le modèle est globalement significatif comme l'atteste la statistique de Fisher. Aussi, les coefficients pris individuellement sont tous statistiquement significatifs. Les probabilités de la statistique de Student sont, en effet, toutes inférieures à 5%.

## 2.4 Adéquation du modèle

### Corrélogramme des résidus



Le corrélogramme des résidus est typique d'un bruit blanc.

La série CIN est valablement représentée par un ARIMA(2,1,0).

$$D(\text{CIN}) = 8888,29 - 0,48 D(\text{CIN}) + 0,32 D(\text{CIN}) + \epsilon$$

## 2.5 Prévisions

Mois	CIN
2007 : 07	1184,9
2007 : 08	1193,6

Le MAPE (6,21%) et le coefficient de THEIL (0,03), proches de zéro, rassurent quant à la qualité des prévisions.

## 2.6 Position Nette du Gouvernement (PNG), crédits à l'économie

Aux mois de janvier et février 2007, la position nette du gouvernement est estimée, par BCEAO, débitrice de 28,3 milliards de FCFA et 22,1 milliards de FCFA respectivement. Le niveau des crédits à l'économie est déduit par solde.

Mois	PNG	CECO
2007 : 07	2,9	1182

### Répartition des crédits à l'économie selon la durée et selon les branches d'activités

- Selon la durée :

CT	851	72%
MT	307,3	26%
LT	23,6	2%

- Selon les branches d'activités

Industrie manufacturière	335,62	28,40%
Commerce- Hôtels-Bars-Restaurants	310,19	26,30%
Services	209,48	17,70%
Autres	326,5	27,60%
<b>Total</b>	<b>1182</b>	<b>100%</b>

## 3. La masse monétaire

De l'égalité  $\Delta M2 = \Delta AEN + \Delta CIN$  (les autres postes nettes étant projetées constantes à leur dernier niveau enregistré) on tire les estimations de la masse monétaire en milliards de FCFA.

Mois	M2
2007 : 07	1878
2007 : 08	1893,4

La structure de répartition de la masse monétaire en ses différentes composantes est s  
 La dernière enregistrée a été reconduite pour les estimations des mois de janvier et de février.

Mois	Circulation Fiduciaire	Dépôts en CCP	Dépôts en banques
<b>2007 : 07</b>	430,1	20,9	1427
<b>2007 : 08</b>	433,6	21,1	1438,7

NB : Toutes les prévisions sont en milliards de FCFA.

#### 4. Comparaison prévisions - réalisation à fin août 2007

	Données BCEAO	Estimations DPEE
- AVOIRS EXTERIEURS NETS	853,9	851,9
. BCEAO	679,7	674,6
. BANQUES	174,1	177,3
- CREDIT INTERIEUR	1179,0	1193,6
. POSITION NETTE DU GOUVERNEMENT	3,0	26,4*
. CREDITS A L'ECONOMIE	1176,0	1195,2
* Campagne	22,0	21,5
* Ordinaire	1154,0	1173,7
dont douteux et litigieux	59,0	56,9
<b>ACTIF = PASSIF</b>	<b>2032,8</b>	<b>2045,5</b>
- MASSE MONETAIRE	1882,3	1893,4
. CIRCULATION FIDUCIAIRE	441,6	433,6
. DEPOTS EN C.C.P.	6,7	21,1
. DEPOTS EN BANQUES	1434,0	1438,7
- AUTRES ELEMENTS NETS	150,5	152,1

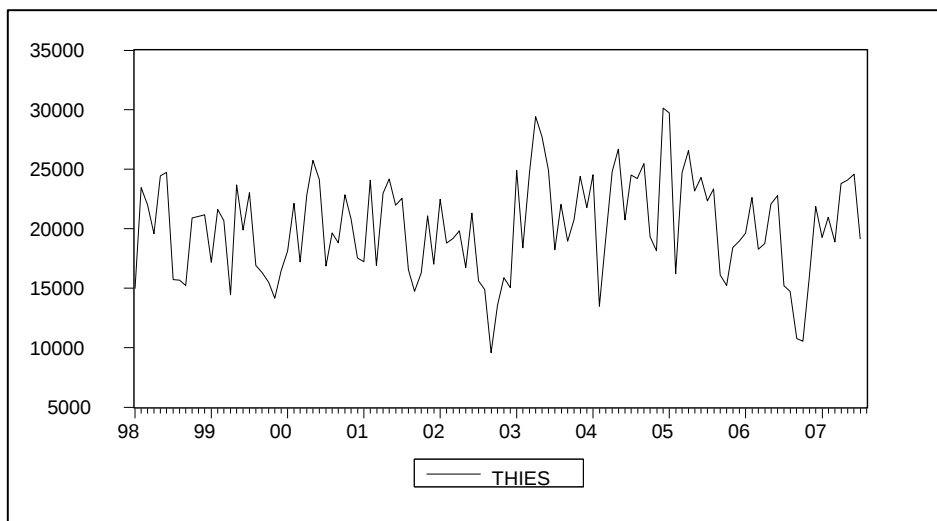
\*Cette estimation de la PNG a été fournie par la BCEAO et réajustée par la suite

# **ANNEXE 2**

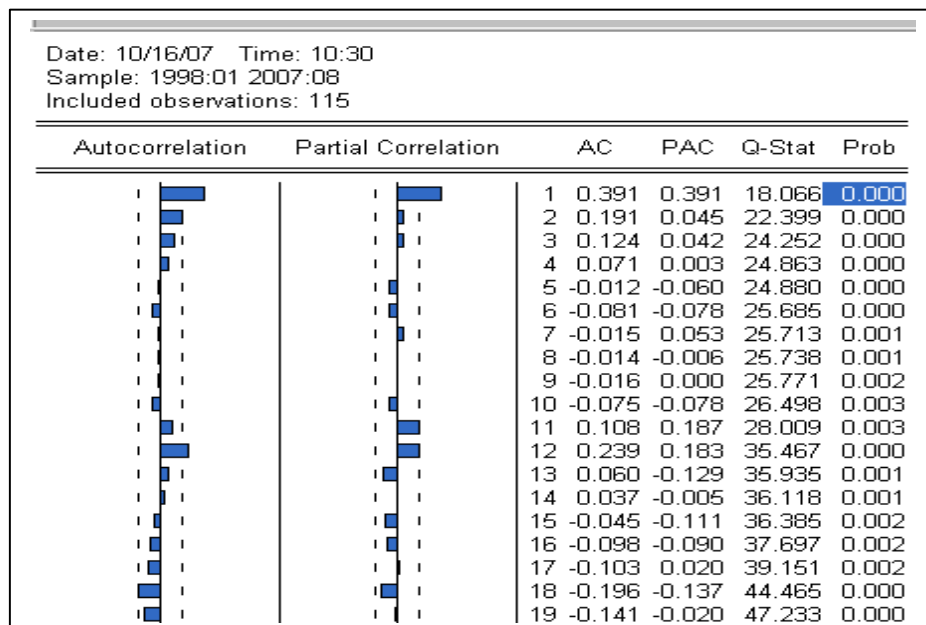
## Analyse et prévision des débarquements de la pêche artisanale au Sénégal

Les séries mensuelles des débarquements de la pêche artisanale au Sénégal concernent les régions de Dakar, Thiès, Fatick, Saint - Louis, Louga, Kaolack et Ziguinchor. La région de Thiès fournit, bon an mal an, près de 70% des débarquements de la pêche artisanale au Sénégal. La série concernant cette région est, également, mise à jour régulièrement à partir de données provenant de la Direction de la Pêche Maritime (DPM).

### Evolution des débarquements de la pêche artisanale dans la région de Thiès



### Corrélogramme des débarquements de la pêche artisanale dans la région de Thiès





Le graphe et le corrélogramme de la série des débarquements de la pêche artisanale de la région de Thiès attestent d'une saisonnalité significative des données. En effet les fonctions d'autocorrélation simple et partielle présentent un pic marqué pour un retard  $h=12$  correspondant à la périodicité des données. Le modèle SARIMA est retenu pour l'ajustement et les prévisions sur la série. Le module TRAMO-SEATS de DEMETRA est utilisé.

PRE-ADJUSTMENT	
Transformation	None
Mean Correction	Yes
Mean t-value	24.58 [-1.972, 1.972] 5%
Correction for Trading Day Effects	6 Regressor(s)
Trad1 t-value	-0.55 [-1.972, 1.972] 5%
Trad2 t-value	-0.55 [-1.972, 1.972] 5%
Trad3 t-value	0.13 [-1.972, 1.972] 5%
Trad4 t-value	0.97 [-1.972, 1.972] 5%
Trad5 t-value	-1.31 [-1.972, 1.972] 5%
Trad6 t-value	0.90 [-1.972, 1.972] 5%
Trad7 t-value	0.41 (derived) [-1.972, 1.972] 5%
Correction for Outliers	Autom.:AO,LS,TC
Critical t-value	3.160
Corr. for Missing Obs.	None
Corr. for Other Regr. Effects	None
Specif. of the ARIMA model	(1 0 0)(1 0 0) (fixed)
Non-seas. AR (lag 1) value	-0.4132
Non-seas. AR (lag 1) t-value	-4.66 [-1.972, 1.972] 5%
Seasonal AR (lag 12) value	-0.3096
Seasonal AR (lag 12) t-value	-3.26 [-1.972, 1.972] 5%
Method of Estimation	Exact Maximum Likelihood
DECOMPOSITION	
ARIMA Decomposition	Exact
Seasonality	Seasonal model used

## Préajustement de la série

Aucune transformation sur la variable n'a été nécessaire. Sept régresseurs sont introduits pour la correction de jours ouvrables. Leurs valeurs sont non significatives. Pas de correction d'effets indésirables, de valeurs manquantes ou de correction pour l'année bissextile. Le modèle ARIMA(1,0,0)(1,0,0) est finalement retenu.

## Estimation du modèle

L'estimation des paramètres du modèle est réalisée par la méthode du maximum de vraisemblance exacte. Le module TRAMO-SEAT implémenté sous le logiciel DEMETRA est utilisé.

## Diagnostic et validation du modèle

Information on Diagnostics	Model 1 (Tramo-Seats)
SA quality index (stand. to 10)	1.492 [0. 10] ad-hoc
<b>STATISTICS ON RESIDUALS</b>	
Ljung-Box on residuals	19.16 [0. 33.90] 5%
Box-Pierce on residuals	0.31 [0. 5.99] 5%
Ljung-Box on squared residuals	25.87 [0. 33.90] 5%
Box-Pierce on squared residuals	0.06 [0. 5.99] 5%
<b>DESCRIPTION OF RESIDUALS</b>	
Normality	0.41 [0. 5.99] 5%
Skewness	-0.01 [-0.46. 0.46] 5%
Kurtosis	2.70 [2.08. 3.92] 5%

La statistique de Ljung - Box sur les résidus n'est pas significative, en atteste la valeur à l'intérieur de l'intervalle de confiance à 95%. La même statistique sur les résidus au carré n'est également pas significative. Une spécification ARCH des erreurs du modèle n'est pas nécessaire. La normalité des résidus du modèle est acceptée vu la valeur critique (0.41) à l'intérieur de l'intervalle de confiance à 95%. La série des résidus du modèle retenu est donc assimilable à un bruit blanc.

Les débarquements de la pêche artisanale dans la région de Thiès sont valablement représentés par un ARIMA(1,0,0)(1,0,0).

Les prévisions donnent les résultats suivants pour les mois de juillet et d'août 2007 (en tonnes) :

<b>07:2007</b>	<b>08:2007</b>
<b>19747</b>	<b>19769.3</b>

## **Bibliographie :**

Gourieroux et Monfort, « Séries temporelles et modèles dynamiques », *Economica*.

Doucouré Fodiyé Bakary, 2004, « Econométrie appliquée, cours et travaux pratiques »  
*CREA - Dakar*.

Desbois Dominique, 2005, « Une introduction à la méthodologie de Box et Jenkins :  
l'utilisation de modèles ARIMA avec SPSS », *Revue MODULAD*.

Régis Bourbonnais – Jean Claude Usunier, 1997, « Pratique de la Prévision des ventes »  
*Economica*.

Jack Johnston et John Dinardo, 1999, « Méthodes économétriques », *Economica*.

James D. Hamilton, 1994, « Time Series Analysis », Princeton University Press.

Dominique Ladiray, Benoît Quenneville, 1999, « Comprendre la méthode X11 », note non  
publiée.

Georges Bresson, Alain Pirotte, 1995, « Econométrie des séries temporelles », Puf.