

Equilibre du consommateur

Exercice 1 : Détermination des fonctions de demande marshalliennes

La fonction d'utilité d'un consommateur est définie par l'expression suivante en fonction des quantités consommées de deux biens :

$$u(x_1, x_2) = \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}$$

On définit R le revenu du consommateur et p1, p2 les prix des deux biens.

- 1) Spécifiez les conditions à respecter sur les paramètres α et β que la fonction d'utilité respecte la propriété de décroissance des utilités marginales.
- 2) A partir de la méthode de Lagrange, déterminez les fonctions de demande marshalliennes de ce consommateur.
- 3) Quelle est la signification économique des paramètres α et β ?
- 4) Quelle est la signification économique du multiplicateur de Lagrange ?
- 5) Présentez graphiquement l'équilibre du consommateur pour les valeurs suivantes des prix et du revenu : $p_1 = 2 \text{ €}, p_2 = 4 \text{ €}, R = 90 \text{ €}$ et $\alpha = 0,5$ et $\beta = 0,4$.

Correction :

- 1) Pour que la fonction d'utilité respecte la propriété de décroissance des utilités marginales, il faut :

- que les dérivées premières soient positives, pour que la propriété de non-saturation locale des préférences soit respectée :

$$\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} > 0 \Leftrightarrow \alpha (x_1)^{\alpha-1} (x_2)^{\beta} > 0 \Leftrightarrow \alpha > 0$$

$$\text{De même : } \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} > 0 \Leftrightarrow \beta > 0$$

- que les dérivées secondes soient négatives, pour que l'utilité marginale soit décroissante :

$$\frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} < 0 \Leftrightarrow \alpha(\alpha-1)(x_1)^{\alpha-2} (x_2)^{\beta} < 0 \Leftrightarrow \alpha < 1$$

$$\text{De même : } \frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} < 0 \Leftrightarrow \beta < 1$$

Finalement, pour que la fonction d'utilité respecte la propriété de décroissance des utilités marginales, les paramètres α et β respectent les conditions suivantes :

$$0 < \alpha < 1 \quad \text{et} \quad 0 < \beta < 1$$

- 2) Les fonctions de demande marshalliennes :

Les fonctions de demande marshalliennes s'obtiennent en maximisant la fonction d'utilité sous la contrainte de budget du consommateur, soit le programme de maximisation suivant :

$$\text{Max}_{x_1, x_2} \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$$

$$\text{sc} : p x_1 + p x_2 \leq R$$

En appliquant la méthode de Lagrange,
 $L = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2 + \lambda (R - p x_1 - p x_2)$

les conditions de premier ordre sont :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow \alpha x_1^{\alpha-1} x_2^\beta - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow x_1^\alpha \beta x_2^{\beta-1} - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow p x_1 + p x_2 - R = 0 \quad (3)$$

Après résolution du système ci-dessus, nous obtenons les fonctions de demande marshalliennes suivantes :

$$x_1^* = \frac{\alpha R}{(\alpha + \beta) p_1}$$

$$x_2^* = \frac{\beta R}{(\alpha + \beta) p_2}$$

3) Signification économique des paramètres α et β :

D'après la question 1, nous avons :

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \alpha \frac{U}{x_1} \Leftrightarrow \alpha = \frac{x_1 \frac{\partial U}{\partial x_1}}{U}$$

Pour x_2 fixé et égal à \bar{x}_2 , nous avons avec $U = U(x_1, \bar{x}_2)$:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{dU}{dx_1}$$

$$\text{D'où, } \alpha = \frac{x_1 \frac{dU}{dx_1}}{U} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\frac{dU}{dx_1}}{\frac{U}{x_1}}$$

Donc, α représente l'élasticité de la satisfaction (utilité) par rapport à la consommation du bien 1.

En appliquant le même raisonnement, nous avons :

$$\beta = \frac{\frac{dU}{U}}{\frac{dx_2}{x_2}}$$

Donc, β représente l'élasticité de la satisfaction (utilité) par rapport à la consommation du bien 2.

4) Signification économique du multiplicateur de Lagrange :

La différentielle totale de la fonction d'utilité est :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2$$

De plus, d'après les conditions de premier ordre établies à la question 2, nous avons :

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \lambda p_1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} = \lambda p_2$$

La différentielle totale de la fonction d'utilité peut être réécrite de la manière suivante :

$$dU = \lambda p_1 dx_1 + \lambda p_2 dx_2$$

$$\lambda = \frac{dU}{p_1 dx_1 + p_2 dx_2}$$

$$\text{Or, } p_1 dx_1 + p_2 dx_2 = dR$$

Donc :

$$\lambda = \frac{dU}{dR}$$

Le multiplicateur de Lagrange représente donc l'utilité marginale du revenu. Il mesure dans quelle proportion l'utilité du consommateur est améliorée lorsque la contrainte budgétaire de celui-ci se desserre suite à une amélioration de son revenu. En d'autres termes, il exprime la variation de la fonction objectif (dU) lorsque l'on modifie la contrainte budgétaire du consommateur ($dR \neq 0$), p_1 et p_2 étant fixés. Le multiplicateur de Lagrange doit donc être strictement positif puisque la satisfaction du consommateur ne peut être qu'améliorée lorsque son revenu augmente.

5) Représentation graphique de l'équilibre du consommateur :

En remplaçant les valeurs données dans les fonctions de demande déterminées à la question 2, nous obtenons le point d'équilibre A de coordonnées (x_1^*, x_2^*) avec :

$$x_1^* = \frac{\alpha R}{(\alpha + \beta) p_1} = \frac{0,5 * 90}{(0,5 + 0,4) * 2} = 25$$

$$x_2^* = \frac{\beta R}{(\alpha + \beta)p_2} = \frac{0,4*90}{(0,5 + 0,4)*4} = 10$$

Cet équilibre peut être représenté graphiquement comme la juxtaposition de la carte d'indifférence du consommateur et de sa contrainte de budget.

L'équation de la droite de budget est :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = R \Leftrightarrow x_2 = \frac{R}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Soit, avec les valeurs données :

$$x_2 = 22,5 - \frac{x_1}{2}$$

Pour représenter graphiquement cette droite de budget, nous pouvons utiliser les points où cette droite coupe les axes, soit les points correspondant à la consommation maximale en biens 1 et 2 que le consommateur pourrait envisager compte tenu de son revenu et des prix. Ainsi, lorsque l'intégralité du revenu est consacrée à l'achat du bien 1, nous obtenons :

$$x_1^{\max} = \frac{R}{p_1} = 45$$

De même, lorsque l'intégralité du revenu est consacrée à l'achat du bien 2, nous obtenons :

$$x_2^{\max} = \frac{R}{p_2} = 22,5$$

L'équation de la fonction d'utilité est :

$$U = (x_1)^\alpha (x_2)^\beta$$

$$x_2 = \frac{U}{(x_1)^\alpha}^{\frac{1}{\beta}}$$

Soit, avec les valeurs données :

$$x_2 = \frac{U}{(x_1)^{0,5}}^{\frac{1}{0,4}}$$

La carte d'indifférence du consommateur comprend l'ensemble des courbes d'indifférence d'équation :

$$x_2 = \frac{U}{(x_1)^{0,5}}^{\frac{1}{0,4}}$$

L'équilibre du consommateur est atteint au point A où la courbe d'indifférence I_0 , correspondant à $U = U_0$, est tangente à la droite de budget (cf graph). En ce point, le TMS du consommateur est égal au rapport des prix des 2 biens puisque :

- Au point A sur la courbe d'indifférence :

$$TMS = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{\frac{\alpha U}{x_1}}{\frac{\beta U}{x_2}} = \frac{\alpha x_2^*}{\beta x_1^*} = \frac{\alpha \frac{\beta R}{(\alpha + \beta)p_2}}{\beta \frac{\alpha R}{(\alpha + \beta)p_1}}$$

Avec les valeurs données :

$$TMS = \frac{0,5^* \frac{0,4 \cdot 90}{(0,5 + 0,4) \cdot 4}}{0,4 \frac{0,5 \cdot 90}{(0,5 + 0,4) \cdot 2}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

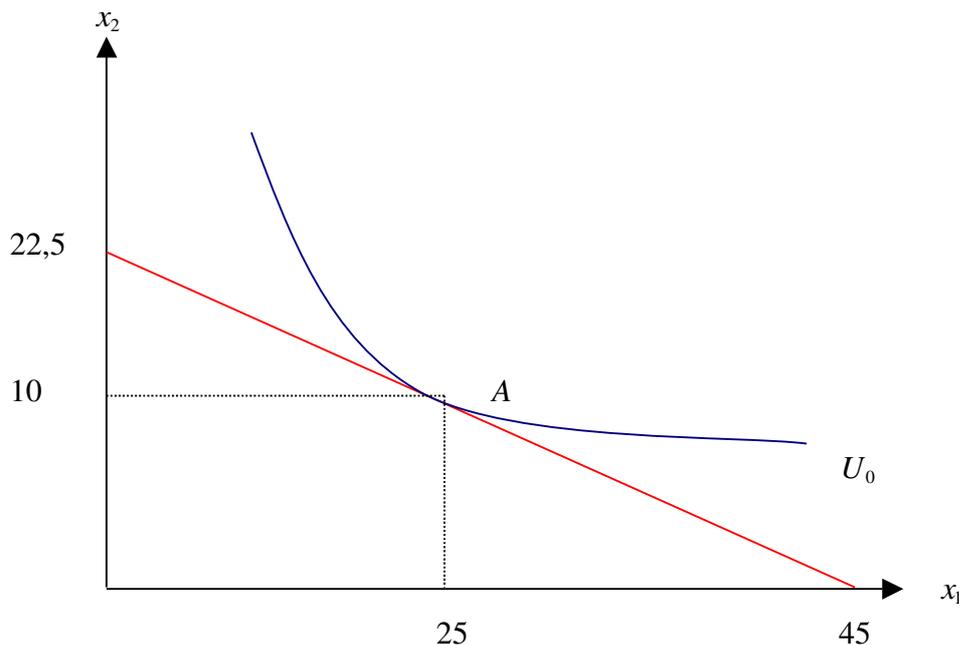
- Au point A sur la droite de budget :

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

On retrouve la loi fondamentale de l'égalisation des utilités marginales pondérées par les prix qui caractérise l'équilibre du consommateur. En effet :

$$TMS = \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{p_1} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_2}}{p_2}$$

Représentation graphique :



Exercice 2 : Demandes marshalliennes et demandes hicksiennes

On considère un consommateur dont la structure de préférence est représentée par la fonction d'utilité indirecte $u(x_1, x_2) = A [x_1^{0.5} + x_2^{0.5}]$ où x_1 et x_2 sont les quantités consommées de deux biens et A une constante positive:

$$u(x_1, x_2) = A [x_1^{0.5} + x_2^{0.5}]$$

On note p_1 le prix du bien 1, p_2 le prix du bien 2 et R le revenu du consommateur.

- 1) Déterminez les fonctions de demande Marshalliennes des deux biens.
- 2) Déterminez l'expression de la fonction d'utilité indirecte.
- 3) Déterminez les fonctions de demande Hicksiennes.
- 4) Déterminez la fonction de dépense.
- 5) Quelle relation peut on établir entre les fonctions de demande Hicksiennes et la fonction de demande Marshallienne ?

Correction :

- 1) Les fonctions de demande marshalliennes :

Les fonctions de demande marshalliennes s'obtiennent en maximisant la fonction d'utilité indirecte sous la contrainte de budget du consommateur, soit le programme de maximisation suivant :

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x_1, x_2} & A [x_1^{0.5} + x_2^{0.5}] \\ \text{s.c.} & p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq R \end{aligned}$$

En appliquant la méthode de Lagrange,

$$L = A [x_1^{0.5} + x_2^{0.5}] + \lambda (R - p_1 x_1 - p_2 x_2)$$

les conditions de premier ordre sont :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow 0,5 A x_1^{-0.5} - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow 0,5 A x_2^{-0.5} - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 - R = 0 \quad (3)$$

Les fonctions de demande marshalliennes dépendent uniquement des prix et du revenu du consommateur. Dans cet exercice, ces fonctions sont les suivantes :

$$\begin{aligned} x_1^* &= \frac{R p_2}{p_1 (p_2 + p_1)} \\ x_2^* &= \frac{R p_1}{p_2 (p_2 + p_1)} \end{aligned}$$

- 2) La fonction d'utilité indirecte :

La fonction d'utilité indirecte donne l'utilité maximale qu'il est possible d'atteindre pour des prix et un revenu donnés. Cette fonction se situe donc toujours (par construction) à l'équilibre du consommateur. Cette fonction s'obtient en remplaçant les arguments de la fonction d'utilité par l'expression des fonctions de demande marshaliennes. La fonction d'utilité indirecte ne dépend plus que des prix des biens et du revenu du consommateur et nous la notons $v(p_1, p_2, R)$. Avec les fonctions de demande marshaliennes, déterminées dans la question 1, cette fonction s'écrit :

$$v(p_1, p_2, R) = U(x_1^*(p, R), x_2^*(p, R)) = A \frac{Rp_2}{p_1(p_2 + p_1)^{0.5}} + \frac{Rp_1}{p_2(p_2 + p_1)^{0.5}}$$

$$v(p_1, p_2, R) = A \frac{R}{p_1 + p_2} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0.5} + \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{0.5}$$

$$v(p_1, p_2, R) = A \frac{R^{0.5}}{(p_1 + p_2)^{0.5}} \left(\frac{p_2^{0.5} p_2^{0.5} + p_1^{0.5} p_1^{0.5}}{(p_1 p_2)^{0.5}} \right)$$

$$v(p_1, p_2, R) = A \frac{R^{0.5}}{(p_1 + p_2)^{0.5}} \left(\frac{p_1 + p_2}{(p_1 p_2)^{0.5}} \right)$$

$$v(p_1, p_2, R) = AR^{0.5} \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} \right)^{0.5}$$

3) Les fonctions de demande hicksiennes :

Les fonctions de demande hicksiennes s'obtiennent en minimisant la dépense sous la contrainte que le niveau d'utilité du consommateur soit au moins égal à son utilité de réserve, soit le programme de minimisation suivant :

$$\text{Min}_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$\text{s.c.} : A x_1^{0.5} + x_2^{0.5} \geq \bar{U}$$

En appliquant la méthode de Lagrange,

$$L = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda (\bar{U} - A x_1^{0.5} + x_2^{0.5})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow p_1 - 0,5 \lambda A \frac{1}{x_1^{0.5}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow p_2 - 0,5 \lambda A \frac{1}{x_2^{0.5}} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow \bar{U} - A x_1^{0.5} + x_2^{0.5} = 0 \quad (3)$$

$$x_1^{**} = \frac{\bar{U} p_2}{A(p_1 + p_2)}$$

$$x_2^{**} = \frac{\bar{U} p_1}{A(p_1 + p_2)}$$

Alors que les fonctions de demande marshaliennes ne dépendaient que des prix et du revenu du consommateur, les demandes hicksiennes dépendent des prix des biens et du niveau d'utilité revendiqué par le consommateur. Elles précisent quel vecteur de consommation permet d'atteindre un niveau d'utilité donné tout en minimisant la dépense totale du consommateur. Ces fonctions de demande sont encore appelées fonctions de demande compensées puisqu'elles résultent d'une variation des prix et du revenu (la modification du revenu compense la variation des prix) propre à conserver le niveau d'utilité du consommateur inchangé. Dans cet exercice, les fonctions de demande hicksiennes sont :

4) La fonction de dépense :

La fonction de dépense donne la dépense minimale permettant au consommateur d'atteindre un niveau d'utilité donné. Cette fonction se situe donc toujours (par construction) à l'équilibre du consommateur. Cette fonction s'obtient en remplaçant les arguments de la fonction de dépense par l'expression des fonctions de demande hicksiennes. La fonction de dépense ne dépend plus que des prix des biens et du niveau d'utilité revendiqué par le consommateur et nous la notons $e(p_1, p_2, \bar{U})$. Avec les fonctions de demande hicksiennes, déterminées dans la question 3, cette fonction s'écrit :

$$e(p_1, p_2, \bar{U}) = p_1 x_1^{**}(p_1, p_2, \bar{U}) + p_2 x_2^{**}(p_1, p_2, \bar{U}) = p_1 \frac{\bar{U} p_2}{A(p_1 + p_2)} + p_2 \frac{\bar{U} p_1}{A(p_1 + p_2)}$$

$$e(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\bar{U}}{A(p_1 + p_2)} (p_1 p_2 + p_1^2 p_2) = \frac{\bar{U}}{A(p_1 + p_2)} (p_1 p_2)(p_1 + p_2)$$

Exercice 3 : Equilibre du consommateur, demande de loisir versus offre de travail

Un consommateur dispose de T heures qu'il peut librement affecter soit au travail (L) soit au loisir. Au delà de son revenu salarial issu de son offre de travail, ce consommateur reçoit un revenu sous forme de distribution de coupons d'obligations. Le revenu de ce consommateur est consacré à des activités de loisir à la consommation du bien 1 dont les quantités sont notées x_1 et x_2 . Le salaire horaire est noté w . Sa fonction d'utilité s'écrit :

$$u(x_1, L) = 2x_1^2(T - L)^2 \quad \text{où } L < T$$

- 1) Déterminez l'expression du taux marginal de substitution entre x_1 et L .
- 2) Ecrivez la contrainte budgétaire du consommateur.
- 3) Déterminez la fonction de demande du bien 1, la fonction d'offre de travail et la fonction de réaction. Commentez les résultats obtenus.
- 4) Interprétez le multiplicateur de Lagrange du programme d'optimisation de ce consommateur.

Correction :

- 1) Le taux marginal de substitution entre x_1 et L :

Le taux marginal de substitution entre le bien 1 et le travail se définit comme la quantité supplémentaire en bien 1 que doit garantir le revenu salarial pour que l'agent accepte d'offrir une unité de travail supplémentaire, tout en maintenant son niveau d'utilité inchangé. L'expression du TMS peut donc être obtenue à partir de l'annulation de la différentielle totale de la fonction d'utilité, soit :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial L} dL = 0$$

$$\text{D'où, } TMS = \frac{dx_1}{dL} = - \frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial x_1}}$$

Le TMS « consommation-travail » est égal au rapport entre la désutilité marginale du travail et l'utilité marginale du bien 1.

Avec la fonction d'utilité donnée dans l'exercice, nous obtenons :

$$TMS = \frac{-4x_1^2(-1)(T-L)}{4x_1(T-L)^2} = \frac{x_1}{T-L} > 0$$

Pour garder son niveau d'utilité constant, l'agent acceptera d'offrir une unité de travail supplémentaire si celle-ci lui procure $\frac{x_1}{T-L}$ unité supplémentaire de bien 1.

- 2) La contrainte budgétaire :

La contrainte budgétaire du consommateur s'écrit en égalisant le revenu et les dépenses du consommateur.

Le revenu du consommateur est composé de son revenu salarial et de ses revenus mobiliers.

Or, le revenu salarial maximal est le produit du taux de salaire horaire et du volume d'offre de travail maximal, soit : wT et les revenus mobiliers s'élèvent à Y .

Le revenu total du consommateur est donc : $wT + Y$

Les dépenses du consommateur sont composées de ses dépenses en bien de consommation 1 et en loisir. Le prix du loisir est évalué par son coût d'opportunité, c'est à dire le prix de l'unité de travail, soit w .

Les dépenses du consommateur sont donc : $x p_1 + wL$

La contrainte de budget s'écrit donc :

$$wT + Y = x p_1 + wL$$

$$\Leftrightarrow wL + Y = x p_1$$

- 3) La fonction de demande de bien 1, la fonction d'offre de travail, la fonction de demande de loisir :

La fonction de demande en bien 1 et la fonction d'offre de travail peuvent être déterminées en maximisant la fonction d'utilité sous la contrainte budgétaire.

Le programme de maximisation est :

$$\text{Max}_{x_1, L} 2x_1^2(T - L)^2$$

$$\text{sc} : p x_1 \leq wL + Y$$

En appliquant la méthode de Lagrange,

$$L = 2x_1^2(T - L)^2 + \lambda(wL + Y - p x_1)$$

les conditions de premier ordre sont :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow 4x_1(T - L)^2 - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow -4x_1^2(T - L) + \lambda w = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow wL + Y - p x_1 = 0 \quad (3)$$

Les fonctions de demande en bien 1 et d'offre de travail sont les suivantes :

$$x_1^* = \frac{wT + Y}{2p_1}$$

$$L^* = \frac{wT - Y}{2w}$$

La fonction de demande de loisir peut être déduite de la fonction d'offre de travail de la manière suivante :

$$Lo = T - L^*$$

La fonction de demande de loisir est :

$$Lo^* = \frac{wT + Y}{2w}$$

Commentaires sur les résultats :

La demande en bien 1 dépend exclusivement du prix du bien et du revenu du consommateur. Cette fonction de demande est donc de type marshallienne. La demande en bien 1 croît en fonction du revenu du consommateur, ce qui signifie que le bien 1 est un bien normal. De plus, cette demande décroît en fonction du prix du bien, ce qui confirme l'allure normale de la fonction de demande.

La demande de loisir dépend exclusivement du taux de salaire horaire, c'est à dire du prix du loisir, et du revenu du consommateur. Cette fonction de demande est donc de type marshallienne. La demande en loisir croît avec le revenu du consommateur et décroît avec le prix du loisir, ce qui signifie que la fonction de demande de loisir a également une allure normale.

La fonction d'offre de travail croît en fonction du taux de salaire horaire, mais décroît en fonction des revenus non salariaux (Y). L'existence de revenu non salariaux exerce donc une influence négative sur l'offre de travail. Ainsi, pour un taux de salaire égal à $\frac{Y}{T}$, l'offre de travail est nulle et nous obtenons un optimum en coin avec :

$$x_1^* = \frac{Y}{p_1} \quad \text{et} \quad L_0^* = \frac{Y}{w}$$

En d'autres termes, l'offre de travail devient positive si et seulement si le taux de salaire horaire est tel que : $w > \frac{Y}{T}$. $\frac{Y}{T}$ représente donc le salaire de réserve du consommateur-travailleur, c'est à dire le salaire minimal en dessous duquel il refusera de travailler.

Enfin, les fonctions de demande en bien 1 et en loisir et la fonction d'offre de travail sont homogènes de degré zéro par rapport aux prix ($w p_1$) et aux revenus non salariaux (Y). Cette propriété reflète l'absence d'illusion monétaire de la part du consommateur.

4) Signification économique du multiplicateur de Lagrange :

La différentielle totale de la fonction d'utilité est :

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial L} dL$$

De plus, d'après les conditions de premier ordre établies à la question 3, nous avons :

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \lambda p_1 \quad \text{et} \quad \frac{\partial U}{\partial L} = -\lambda w$$

La différentielle totale de la fonction d'utilité peut être réécrite de la manière suivante :

$$dU = \lambda p dx_1 - \lambda w dL$$

$$\lambda = \frac{dU}{p_1 dx_1 - w dL}$$

Or, d'après la contrainte budgétaire, nous avons :

$$p_1 dx_1 - w dL = dY$$

Donc :

$$\lambda = \frac{dU}{dY}$$

Le multiplicateur de Lagrange représente donc l'utilité marginale des revenus non salariaux. Il mesure dans quelle proportion l'utilité du consommateur est améliorée lorsque la contrainte budgétaire de celui-ci se desserre suite à une augmentation de ses revenus non salariaux. En d'autres termes, il exprime la variation de la fonction objectif (dU) lorsque l'on modifie la contrainte budgétaire du consommateur ($dY \neq 0$), p_1 et w étant fixés. Le multiplicateur de Lagrange doit donc être strictement positif puisque la satisfaction du consommateur ne peut être qu'améliorée lorsque ses revenus augmentent.