Chapitre 1 - Les marchés dérivés

Les cours des produits qui s'y prêtent dépendent des cours d'autres produits notamment des actions et des obligations.
Sont négociés des contrats à termes standardisés et des options. Pourquoi intervenir sur ces marchés ?

- Se couvrir contre un risque : stratégie de couverture
- Réaliser des opérations spéculatives
- Tirer profit des divergences de cours : l'arbitrage

I - Les marchés à termes

A- Définition d'un contrat à terme

Un contrat à terme constitue un engagement d'acheter ou de vendre une certaine quantité d'actif à une date d'échéance future et à un prix spécifié au moment de la conclusion du contrat

Date de conclusion du contrat	Date d'exécution
Fixation prix et quantité	Livraison, règlement

L'acheteur d'un contrat à terme va réaliser un bénéfice si le prix de l'actif sous jacent est supérieur, à l'échéance, au prix spécifié lors de la conclusion du contrat. ET inversement !
Le système des contrats à terme a été créé pour permettre au producteurs et utilisateurs de matières premières de se prémunir contre des fluctuations de prix des MP.
On va distinguer 2 types de Contrats à termes :

- **<u>Le contrat forward</u>**
  Il est négocié sur un marché de **gré à gré** (OTC : Over The Counter) entre un établissement financier et un autre ou un client.
  L'intérêt est de pouvoir traiter des produits sur mesures.
  L'inconvénient est le risque de contrepartie (l'une des parties peut être défaillante).
- **<u>Le contrat futures</u>**
  Il va être négocié sur des marchés **organisés**. Les contrats sont standardisés (quantité, échéance). Les deux parties prenantes au contrat ne se connaissent pas. Il existe un mécanisme qui permet d'assurer à l'acheteur et au vendeur la bonne fin des opérations. Une **chambre de compensation** va venir s'assurer de la bonne tenue du contrat.

<u>En Europe, il existe 2 grands marchés organisés :</u>

- NYSE Liffe
- EurEx (European Exchange) né de la fusion des marchés à termes allemands et suisse en 1998

<u>Aux Etats-Unis, il en existe également 2 qui ont fusionné pour donner le CME en 2007 (Plus grand marché au monde) :</u>

- CBOT : Chicago Board Of trade
- CME : Chicago Mercantile Exchange

B- Fonctionnement des marchés futures

Les marchés organisés font intervenir une chambre de compensation (organisme qui va assurer l'enregistrement des opérations et garantir à ses adhérents la bonne fin des opérations). Elle joue le rôle de contrepartie unique de l'ensemble des acheteurs et vendeurs.
Dès qu'un ordre est exécuté, il est enregistré et la **chambre de compensation**, et celle-ci s'interpose entre les 2 opérateurs. Elle va contraindre tout opérateur à effectuer un dépôt de garantie qui est le **« déposit ».** C'est un montant minimum déposé sur un compte chez un adhérent de la chambre de compensation. Le montant minimum doit apparaître sur le compte jusqu'au **dénouement** de l'opération.
Elle va aussi soumettre au régime de la compensation quotidienne (**les appels de marges**), c'est-à-dire chaque jour la position ouverte sur le marché fait l'objet d'une compensation (=liquidation fictive calculer sur la base du cours de compensation arrêté à l'issue de la séance de bourse. Cours de compensation = moyenne des courts de la journée calculer dans les dernière minute avant la clôture.

<u>Exemple :</u>
Contrat à terme sur le blé
1 CAT porte sur 50 t de blé => quantité 50 t
Echéance, avril, novembre, janvier, mars, mais.
Cotation en €
Déposit : 750€
Livraison possible à l'échéance.

03/03/N : un opérateur anticipe une hausse du cours du blé. Il décide d'acheter un contrat à terme sur le blé, au cours de 200€ (la tonne). Echéance Aout.
Cours de compensation :
200€ le 03/03
202€ le 04/03
198€ le 05/05
201€ le 06/03

Achat d'1 CAT sur le blé à 200€ échéance Aout

Date	Cours de compensation	Opération	D	C	Solde	Appels de marge
03/03/N	200€	⇨ Versement du déposit ⇨ Calcul du gain ou perte (liquidation fictif) (200-200) * 50 = 0		750 €	750 €	
04/03/N	202€	⇨ Liquidation fictive (202-200) * 50 = 100		100 €	850 €	
05/03/N	198€	⇨ Gain ou perte du jour (198-202)*50 = 200	200 €		650 €	100€
06/03/	201€	⇨ Reconstitution		100	750	

N		marge initiale (201-198)*50=150		€ 150 €	€ 900 €	
07/03/N	203€ (cours de fermeture = différent du cours de compensation))	(203-201)*50=100		100	100 0€	

Que ce passe-t-il si il ferme sa position le 7/03 au cours de 203€. (Fermé la position = vendre le contrat quand on été acheteur) =>il vent 1 CAT à 203€

Résultat globale : (203-200)*50= 150€

Le 3/03/N un agriculteur estime sa récolte future à 500 tonnes de blé. Il craint que le cours du blé baisse d'ici le mois d'aout. Il vent des CAT sur le blé à échéance aout.
Quels sont les mouvements qui affectent le cours de cet opérateur ?

Vente de 10 CAT à 200€.

Date	Cours de compensation (CC)	Opération	D	C	Solde	Appels de marge
03/03/N	200€	⇨ Versement du déposit ⇨ Calcul du gain ou perte (liquidation fictif) (200-200) * 50 tonnes * 10 CAT = 0		750 0€	750€ * 10 CAT = 7500€	
04/03/N	202€	⇨ Liquidation fictive (200-202) * 50 * 10 = 1 000 €	100 0€		6500€	1000€
05/03/N	198€	⇨ Reconstitution marge ⇨ Gain ou perte du jour (202-198)*50*10 = 2000€		100 0€ 200 0€	7500€ 9500€	
06/03/N	201€	⇨ Reconstitution marge initiale (198-201)*50*10 = -1500€	150 0€		8000€	
10/08/N	203€ (hypothèse 1)	(CCj-1 -203)*50*10				
10/08/N	195€ (hypothèse 2)	(CCj-1 -195)*50*10				

Que ce passe-t-il à l'échéance du contrat si il ferme sa position par un achat de 10 CAT sur le blé échéance aout ?
2 cas de figure : cours de 203€ / cours de 195€.

Hypothèse 1 :
Résultat global = (200-203)*50*10= - 1500€ Résultat sur CAT
Marché physique :
500t * 203 = 101 500 = produit de la vente.
Résultat final = 101 500 – 1500€ = 100 000€ (=500t * 200€)

Hypothèse 2 :
Résultat global = (200-195)*50*10= + 2500€ Résultat sur CAT
Marché physique :
500t * 195 = 97 500 = produit de la vente.
Résultat final = 97 500 + 2500€ = 100 000€ (=500t * 200€)

C- La relation entre les cours à termes et les cours aux comptants

Acheter un titre ? :

- Achat avec livraison immédiate à prix comptant (=prix SPOT)
- Achat d'un contrat à terme en payant le prix à terme (à l'échéance) et donc une livraison différée

Deux différences :

- Achat à terme : le règlement est différé donc économiser les intérêts à payer sur un emprunt contracté pour financer l'achat.
- Si flux de trésorerie : temporairement placer le flux qui ne sera pas décaisser tout de suite

Lors d'un achat à terme, on passe à côté de tout dividende ou intérêt versé pendant ce lapse de temps.
Il y a donc relation entre le cours à terme et le cours au comptant.

Pour les actifs financiers

$$Fo = So * [1 + (rf – d) * \frac{j}{365}]$$

Fo = Court à terme ;
So = Cours au comptant ;
rf = taux sans risque (taux d'intérêt minimum auquel les arbitragistes pourraient se financer sur le marché monétaire) ;
d = taux du dividende pour une action = $\frac{dividende}{So}$ = taux d'intérêt facial pour une obligation ;
j = nombre de jour jusqu'à l'échéance du contrat
Cours à terme = cours au comptant + Coût de partage soit $Fo = So + [So * (rf - d) * \frac{j}{365}]$

Cours de portage = coût net de détention du titre

<u>Pour les marchandises</u>

$$Fo = So * [1 + (rf + k) * \frac{j}{365}]$$

$$K = \text{coût de stockage proportionnel} = \frac{\textit{Coût de stockage}}{So}$$

Plus on se rapproche de l'échéance, plus le coût de portage sera faible donc le prix futur convergera vers le prix au comptant.
A l'échéance, le cours à terme est égale au cours au comptant.
A un instant donné, la différence entre le cours à terme et le cours au comptant constitue la base.

Cours à terme – cours au comptant = Base Base = coût de portage

Avant échéance, la base est nulle et est égale à 0. On dit qu'il y a convergence de la base.
S'il y a inégalité entre Fo et So alors il y un profit d'arbitrage (Ft<St) ou déficit sans risque (Ft>St).
Si Ft > St alors il y a achat d'un titre au cours spot au prix St et vend le contrat à terme.
Si Ft < St alors il y a achat d'un contrat à terme au cours Ft et vendre l'actif sur le marché au comptant.
Avant échéance, la base est égale au cours de portage avant échéance, c'est-à-dire en l'absence d'opportunité d'arbitrage.

Ex: Soit une action qui ne paie pas de dividende et coûte sur le marché au comptant So=60€. Il est possible d'emprunter sur le marché monétaire au taux rf=5%. Quel doit être le prix à terme de cette action pour un contrat ayant une échéance dans 1 an
Fo = 60 + (1+0,05) = 63 (d=0 et 365/365 pour le prorata
Fo-So=63-60=3€ = cout de portage
<u>Si Fo=67€ :</u> Opération de Cash & carry c'est-à-dire emprunt de 60€ à 5% puis achat au comptant une action à 6O€ et vente d'un contrat à terme à 67€

To	Ft (flux)	T1	Ft
Emprunt à 5%	60	Remboursement de l'emprunt (60*(1+5%))	-63
Achat d'une action	-60	Vente d'un contrat à terme	67
Total	0	total	4

Donc profit d'arbitrage de 4€
<u>Si Fo=58€ :</u> Opération de reverse Cash & carry c'est-à-dire Vente du titre au comptant à 60€ puis prêt de 60€ à 5% et enfin achat d'un contrat à terme à 58€

To	Ft	T1	Ft
Vente au comptant	60		
Prêt à 5%	-60	Récupération du prêt	63
		Règlement achat	58
Total	0	Total	5

Don profit d'arbitrage de 5€.

D- Illustration avec les contrats futures de référence sur les places européennes

Il existe différents types de contrats à termes (sur taux d'intérêt, indice, action, marchandises, devise…). En fonction du sous jacent, les utilisateurs préféreront intervenir sur la place la plus performante.
Pour les taux d'intérêts à LT : Marché EurEx (quasi monopole)
Pour les taux d'intérêts à CT : Marché NYSE Liffe (quasi monopole)
Pour les actions & indices : Marché NYSE Liffe (quasi monopole)
Si on anticipe une hausse des courts on achète des contrats à terme en vue de les revendre ultérieurement à un cours supérieur.
Si on anticipe une Baisse des courts on vend des contrats à terme en vue de les racheter ultérieurement à un cours plus faible.

1- Le contrat à terme Euro Bund 10 ans côté sur EurEx

Caractéristiques :
Il s'agit d'un emprunt obligataire fictif : emprunt rationnel

- L'émetteur : Etat allemand
- La valeur nominale d'un contrat : 100 000€
- Taux d'intérêt facial : 6%
- Durée de vie : 10 ans
- Remboursement : au pair in fine
- La cotation s'effectue en % du nominal à 2 décimales
- Le déposit est de 1 600
- Echéances : Mars, Juin, Septembre, Décembre

VOIR EXERCICE 1

Le dénouement :
Toute opération peut se dénouer de 2 façons différentes :

- Par une opération en sens inverse portant sur le même nombre de contrat et la même échéance (cas le plus classique)
- Par une livraison de titres réels par le vendeur du contrat et règlement par l'acheteur à la date d'échéance.
  Problème pour le vendeur s'il n'a pas fermé sa position il doit livrer des titres réels. Il va donc livrer des titres synonymes (titre assimilable à l'emprunt fictif). La chambre de compensation va publier une liste appelé le gisement. C'est le vendeur qui va choisir dans la liste l'obligation à livrer.
  Le vendeur va donc choisir la « cheapest » (obligation la moins chère à livrer). C'est-à-dire, celle qui va maximiser son gain ou minimiser sa perte.
  Pour tenir compte des caractéristiques différentes entre l'obligation à livrer et l'emprunt notionnel, on va faire intervenir un facteur de concordance.

Prix de livraison :

$[FC_{i,t} * F_t + CC_{i,t}] * 100\ 000$

$FC_{i,t}$: Facteur de concordance du titre i à l'échéance t ; F_t : Cours de liquidation du contrat à terme ; $CC_{i,t}$: Coupon couru du titre i à l'échéance t

Gain ou perte $= [FC_{i,t} * F_t + CC_{i,t}] * 100\ 000 – [S_{i,t} + Cc_{i,t}] * 100\ 000$
$= FC_{i,t} * F_t - S_{i,t}$

Si,t : Cours au comptant au pied du coupon de l'obligation i à l'échéance t

Ex : Le 19/12/N, les 3 obligations suivantes pouvaient être livrées

Obligation livrable	FC	Coupon couru	Cours au comptant au pied du coupon	Ecart
B1 - Bund 5% le 4/7/N+9	93,4303 %	2,3014%	105,52%	-0,0541522
B2 – Bund 4,5% le 4/1/N+10	89,7542 %	4,3027%	101,78%	-0,0753809
B3 – Bund 3,75% le 4/7/N+10	83,9819 %	1 ,7260%	95,61%	-0,0742903

Les obligations susceptibles d'être livrées ont une durée de vie résiduelle entre 8,5 et 10,5 ans

Le Facteur de Concordance correspond à la valeur au pied du coupon et en % du nominal qu'aurait l'obligation si la structure des taux étaient plates au niveau du taux du coupon de l'obligation notionnel (emprunt fictif) c'est-à-dire ici, 6%.

	c*i	c*i	c*I	…	c*I + R
0	1	2	3	…	n

FCi,t = $\frac{1}{C}$ * { [c*i *($\frac{1-(1+0{,}06)^{-n}}{0{,}06}$) + $\frac{R}{(1+0{,}06)^{n}}$ * (1 + 0,06)^j/365

– c*i * $\frac{j}{365}$

Valeur actuelle du coupon = c*i *([1 – (1 + 0,06)^-n] / 0,06)

Valeur actuelle du prix de remboursement = $\frac{R}{(1+0{,}06)^{n}}$

Coupon couru = c*i * $\frac{j}{365}$

Valeur actuelle au pied du coupon: c*i *($\frac{1-(1+0{,}06)^{-n}}{0{,}06}$ + $\frac{R}{(1+0{,}06)^{n}}$) *

(1 + 0,06)^j/365 – c*i * $\frac{j}{365}$

		5	5	5	5	5	5	5	5	5
4juilN	19décN	4juilN+1								4JuilN+9

FCB1,t = $\frac{1}{100}$ * {5 * $\frac{1-(1+0{,}06)^{-9}}{0{,}06}$ + $\frac{100}{(1+0{,}06)^{9}}$ } * (1+0,06)^168/365 –

100*0,05 * $\frac{168}{365}$ = 0,934303

		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
4juilN	19décN	4juilN+1									

4JuilN+10

$$FCB2,t = \frac{1}{100} * \{4,5 * \frac{1-(1+0,06)^{-10}}{0,06} + \frac{100}{(1+0,06)^{10}}\} (1+0,06)^{349/365} – 100*0,05 * \frac{349}{365} = 0,897542$$

Quel est le prix de livraison si l'obligation B1 est livrée et si le cours de liquidation est de 105 ?
[0,934303 * 105% + 2,3014%] * 100 000 = 100 403,22€

Quelle obligation à livrer ?
B1 : 0,93439 * 105% - 105,52% = - 0,07418185
B2 : 0,897542 * 105% - 101,78% = - 0,0753809
B3 : 0,839819 * 105% - 95,61% = - 0,0742903
L'obligation B1 est donc la cheapest, elle minimise au mieux la perte !

L'ouverture d'une position obligataire :

L'objectif de la couverture du risque est de compenser une éventuelle perte de valeur sur une position au comptant par un gain équivalent sur une position à terme. Si l'échéance du contrat à terme coïncide avec l'horizon de la couverture et en supposant une corrélation parfaite entre l'évolution du cours des obligations en portefeuille et du CAT, le risque est annulé car la base est nulle a l'échéance. Cela revient à placer la valeur du portefeuille au taux d'intérêt à CT assimilable au taux sans risque rf.
Le résultat d'une opération de couverture conduit à s'assurer le taux sans risque pendant la couverture. Autrement dit, la couverture a pour objectif de faire progresser la valeur du portefeuille au rythme du taux sans risque.
Que se passe-t-il sans couverture ? L'investisseur va obtenir pour la période allant de 0 à T, un rendement aléatoire égale au rendement obligataire.

$$r = \frac{St - So}{So}$$

Il s'agit cependant d'un rendement aléatoire car en 0 on ne connaît pas St
Que se passe-t-il avec couverture ? L'investisseur va avoir un rendement certain, en l'absence de risque de base et de risque de corrélation.

$$r = \frac{(St - So) + (Fo - Ft)}{So} = rf = \frac{Fo - So}{So}$$

St – So: résultat sur portefeuille; Fo - Ft: résultat sur CAT

On va donc avoir : $\frac{Fo - So}{So} = rf * \frac{j}{365}$ si d = 0

En pratique, le taux sans risque n'est pas nécessairement retrouvé car il existe 2 problèmes :

- Un risque de base
  Il trouve son origine dans le fait que l'horizon de la couverture ne coïncide pas nécessairement avec l'échéance du CAT donc la base ne sera pas forcément nulle au moment de la fermeture du contrat.
  Il est la différence entre le prix SPOT et le prix futures au terme d'une période de couverture. Et c'est l'incertitude quant à l'amplitude de cette différence qui engendre le risque de base.

- Un risque de corrélation
  Il est dû au fait qu'en général le titre à couvrir n'est pas le même que celui servant de support au CAT. Les mouvements de prix des 2 instruments ne sont pas parfaitement corréler.
  La différence d'évolution de prix entre l'actif en portefeuille et l'actif support du CAT va conduire à une couverture non parfaite. On va donc faire intervenir un ratio de couverture. Il va intervenir quand on va calculer le nombre de contrat.

Couverture d'un portefeuille : Calcul du nombre de contrats
Comment calculer le nombre de contrat optimal à vendre pour se couvrir ? On a une grande variété de titre et de portefeuille alors que le nombre de contrat futures (=CAT) est très limité. Il va être nécessaire de faire intervenir un ratio de couverture pour calculer le nombre de contrat à négocier.
L'objectif est de minimiser le risque de corrélation.

$$N = \frac{Vo}{Taille * So} * h$$

Vo : Valeur de marché du portefeuille d'obligation, c'est la valeur nominale du portefeuille * cours au comptant en % ; So : Cours au comptant en % ; Taille : Valeur nominale du CAT ; h : Ratio de couverture, c'est le ratio de la sensibilité du prix du portefeuille d'obligation à la sensibilité du prix d'un contrat futures

$$h = \frac{So * Sensibilit\acute{e}\, S}{Fo * Sensibilit\acute{e}\, F}$$

Ici, Il s'agit d'un emprunt futures, on utilisera donc la sensibilité (=duration) de la cheapest

$$N = \frac{Valeur\ nominale\ du\ portefeuille}{Valeur\ nominale\ du\ CAT} * h$$

$$h = \frac{So * Sensibilit\acute{e}\, S}{Lo * Duration\, L} * FCL$$

2- Le contrat à terme Euribor 3 mois

Il est côté sur le Nyse Liffe
Euribor: Euro Inter Bank Offered Rate

Caractéristiques :
Moyenne arithmétique des taux communiqué par un panel de banque de référence. C'est le taux auquel les banques sont prêtes à se prêter de l'argent sur le marché interbancaire pour des échéances de 90 jours

- Valeur nominal : 1 000 000€
- Durée : 90 jours
- Cotation : 100 – taux Euribor 3 mois
- Echéance : plusieurs échéances trimestrielles
- Intérêt : calculé au prorata des 90 jours
- Déposit : 550€ Les intérêts se calculent au prorata des 90 jours

Le dénouement :
Pour ce contrat il n'existe pas d'actifs physiques pouvant être livré à l'échéance. Il s'effectue par une opération en sens inverse en maintenant sa position ouverte à l'échéance, il existe alors une liquidation automatique. Si à l'échéance l'opérateur n'a pas fermé sa position, il y aura une liquidation automatique, cad on calcul le gain ou la perte à partir du cour de liquidation et du cour de compensation de la veille.

Voir exercice 5 et 6

3- Le contrat à terme CAC 40

Il est côté sur le Nyse Liffe.
Il est constitué des 40 valeurs les plus représentatives des différents secteurs d'activité côté sur le marché EuroList en terme de volume d'activité et de capitalisation boursière.
3 chambres EuroList :
- A : Blue Chips : Capitalisation boursière > 1 milliard €
- B : Valeurs moyennes : 150 millions € <Capitalisation boursière < 1 milliard €
- C : Petites valeurs : Capitalisation boursière < 150 millions €

En 1997, l'indice CAC40,t ¿ $\frac{\sum_{k=1}^{n} Sk,t*nbk,t}{\sum_{k=1}^{n} Sk,o*nbk,o}$ * 1000

Contrairement au CAT précédent, on ne va plus chercher à se couvrir ou spéculer sur l'évolution des taux mais sur l'évolution des cours boursiers ou contre une baisse générale des taux

Caractéristiques du contrat à terme :
- Valeur de 10€ le point d'indice
- Cotation en point d'indice
- échéance : 3 mensuels, 3 trimestriels, 8 semestriels
- Déposit : Révisable mais est égale à 340 point donc 340 x 10 = 3 400€

Le dénouement :

Il n'y a pas de livraison de titre bien que ça soit envisageable, on pourrait être amené à reconstituer l'indice. Il va donc y avoir un dénouement en espèce par une opération de sens inverse avec une liquidation automatique à l'échéance si la position est restée ouverte.

Exercice 7

Couverture d'un portefeuille d'action :

On peut utiliser des futures sur indice pour couvrir un portefeuille d'action
Pour calculer le nombre de contrat (N) :

$$N = \frac{Vo}{Io * 10} * h$$

Vo : Valeur de marché du portefeuille d'action ; Io : valeur de l'indice CAC 40 ;
h = Ratio de couverture
Si le portefeuille d'action est bien diversifiée alors h = 1 sinon h = βp si mal diversifié.

Etapes de la couverture d'un PF :

- Calcul de $N = \frac{Vo}{Io * 10} * h$
- Taux d'intérêt implicite en l'absence du taux sans risque

  Fo = Io * [1 + (rf – d) * $\frac{j}{365}$] et d = $\frac{Dividende}{Io}$

  Coût de portage = Io + Io x(rf – d) * $\frac{j}{365}$

  Donc rf = ($\frac{Fo}{Io} - 1$) * $\frac{365}{j}$ + d

- Calcul de la valeur de la position selon It=Ft
  - Calcul du rendement de l'indice

    Rm = $\frac{It - Io}{Io}$ + d * $\frac{j}{365}$

  - Calcul du rendement espéré du portefeuille : La relation du MEDAF

    Rp = Rf * $\frac{j}{365}$ + βp * [Rm – Rf * $\frac{j}{365}$]

  - Valeur espéré du portefeuille
    Vt = Vo * (1+Rp)
  - Résultat sur CAT
    (Fo – It) * 10 * N
  - Résultat sur portefeuille
    Vt – Vo
  - Résultat sur couverture

    (Vt – Vo) + (Fo – It)*10*N = Vo * rf * $\frac{j}{365}$

Voir exercice 8

II- Les marchés d'options

A- Description d'un contrat d'option négociable

1- Définition

Une option donne à son acquéreur moyennant le paiement d'une prime, « le premium », le droit d'acheter s'il s'agit d'une option d'achat appelé « call » ou de vendre s'il s'agit d'une option de vente appelé « put », une quantité déterminée

d'un actif sous jacent (sur action, sur indice, sur contrat futures…) à un prix fixé à l'avance appelé le prix d'exercice qui est fixé par les autorités de marché. La prime va être cotée.
L'acheteur d'un call a le droit et non l'obligation d'acheter une quantité d'un actif sous jacent au prix d'exercice.
L'acheteur d'un put a le droit et non l'obligation de vendre une quantité d'un actif sous jacent au prix d'exercice.
Qu'il s'agisse d'un droit d'acheter ou vendre constitue la différence fondamentale avec les contrats à termes pour lesquels les contre partie sont obligé d'acheter ou vendre. Cette particularité implique que l'achat d'un call ou d'un put a un coût initial.
Le vendeur est subordonné à la décision de l'acheteur car l'acheteur va exercer son droit d'acheter ou de vendre si la décision est favorable pour lui. Le vendeur va en contre partie percevoir la prime qui sera payé, par l'acheteur de l'option, le jour de la négociation.
On peut aussi qualifier ses options :

- D'option européenne : Elle ne peut être exercée qu'à l'échéance
- D'option américaine : Elle peut être exercée à tout moment jusqu'à l'échéance.

On aura des options sur les marchés de Gré à Gré ou organisée (Nyse Liffe ou eurex…)

2- **Les positions de base**

Position longue :

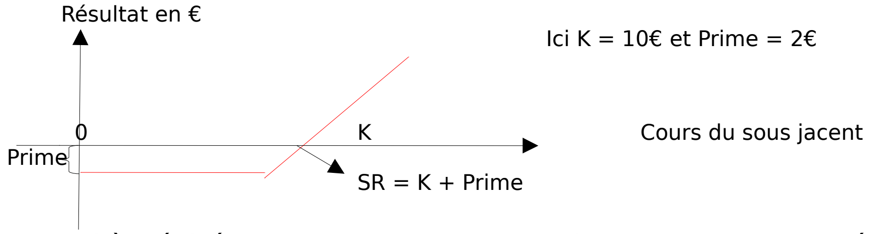
- Sur un call (Acheter 1 call) □F1 – Fo
- Sur un put (Acheter 1 put) □Fo – F1

Position courte :

- Sur un call (Vendre 1 call)
- Sur un put (Vendre 1 put)

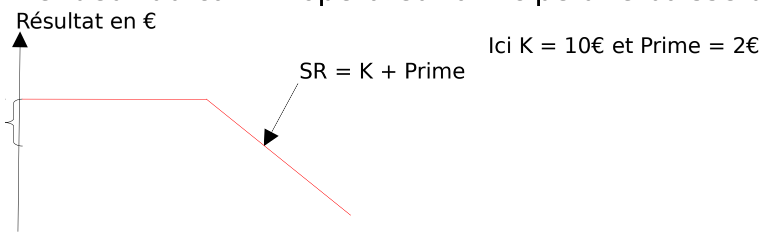
<u>CALL</u>

- Acheter un call : L'opérateur anticipe une augmentation du cours



Si à l'échéance : St < K alors l'option n'est pas exercé
Si à l'échéance : St > K alors l'option est exercé soit un résultat = St – K – Prime
L'opération commence à être rentable quand le cours du sous jacent (SR) devient supérieur au prix de l'exercice (k) + la prime

- Vendeur du call : L'opérateur anticipe une baisse du cours ou une stabilité



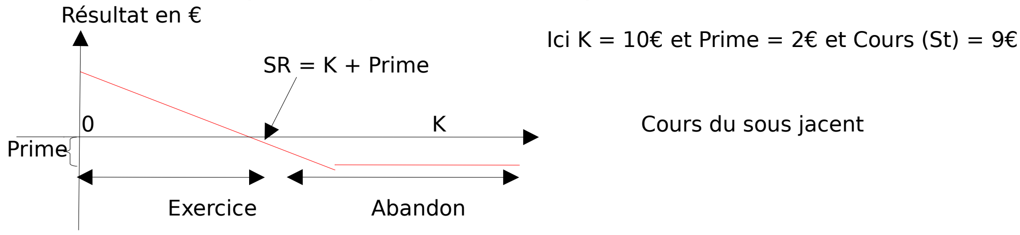
Si à l'échéance : St < K alors l'option n'est pas exercé par l'acheteur donc Le vendeur gagne la prime

Si à l'échéance : St > K alors l'option est exercé par l'acheteur donc Le vendeur gagne K – St + prime soit 10 – 11 + 2 = 1€

Si le cours du sous jacente augmente, le vendeur risque des pertes illimitées !

<u>PUT</u>

- Acheter un put : L'opérateur anticipe une baisse du cours

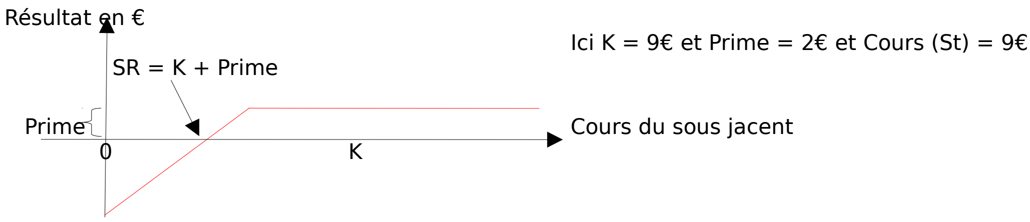


Si à l'échéance : St > K alors l'option n'est pas exercé

Si à l'échéance : St < K alors l'option est exercé soit un résultat = K - St – Prime = 10 – 9 – 2 = Perte de 1€

L'opération commence à être rentable quand le cours du sous jacent (SR) est égale à K diminué de la prime.

- Vendeur un put : L'opérateur anticipe une hausse du cours ou une stabilité



Si à l'échéance : St < K alors l'option est exercé par l'acheteur donc le résultat pour le vendeur est St – K + Prime

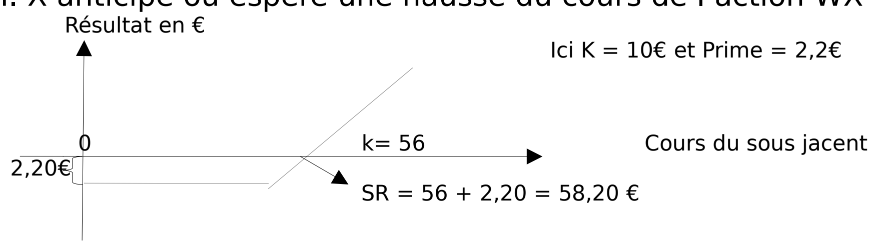
Si à l'échéance : St > K alors l'option n'est pas exercé donc le vendeur gagne la prime

Si le cours du sous jacente augmente, le vendeur risque des pertes illimités !

<u>**Ex :**</u> M. X achète en Mars un call sur une action WXY échéance décembre et prix d'exercice unitaire K = 56€. La prime étant de 2,20€. Il s'agit d'une option américaine. La quotité = 100 actions Options US

Prime = 100 * 2,20 = 220€. Cette option permet d'acheter s'il le veut au prix d'exercice de 56 € jusqu'à l'échéance décembre.

M. X anticipe ou espère une hausse du cours de l'action WXY



Hyp 1 : Sur le marché au comptant, le cours de l'action WXY St=59€. Que doit-il faire s'il se situe à l'échéance ? Il exerce l'option
Prix d'achat des actions : 56 * 100 = 5 600
Prix de vente des actions : 59 * 100 = 5 900
Donc bénéfice de 300€. Mais il doit payer la prime de 220€. Au final il réalise donc un gain de 80€. (Cours > SR).

Hyp 2 : Sur le marché au comptant, le cours de l'action WXY St=54€. Que doit-il faire s'il se situe à l'échéance ? Il n'exerce pas l'action. Il a donc perdu la prime égale à 220€

Hyp 3 : Sur le marché au comptant, le cours de l'action WXY St=56,10€. Que doit-il faire s'il se situe à l'échéance ? Il faut exercer l'action !

- Il exerce l'action
  Prix d'achat des actions : 56 * 100 = 5 600
  Prix de vente des actions : 56,10 * 100 = 5 610
  Donc bénéfice de 10€. Mais il doit payer la prime de 220€. Au final il réalise donc une perte de 210€.
- Il n'exerce pas l'action. Il perd donc la prime de 220€

3- Le prix d'exercice

C'est le prix auquel l'acheteur du call peut acheter le sous jacent ou le prix auquel l'acheteur d'un put peut vendre le sous jacent.
Pour un actif support, plusieurs prix d'exercice sont proposés. Selon le niveau du prix d'exercice par rapport au cours sous jacent, on parlera d'option dans la monnaie ou à parité ou en dehors de la monnaie.

Si K > cours sous jacent (St) alors le call est en dehors de la monnaie ou out of the money
Si K > St alors le put est dans la monnaie ou in the money
Si K environ = St alors le put et le call sont à parité ou at the money
Si K < St alors le call est dans la monnaie ou in the money
Si K < St alors le put est en dehors de la monnaie ou out of the money

Ex :Voir tableau à échéance décembre

K	Prime pour le call	Prime pour le put
40	4,80	O,30
44	2,40	1 ,90
48	1	5

Pour le call, + K augmente et + la prime diminue. Car il est préférable d'acheter l'action à un prix plus bas.
St = 43,80. Incidence pour le call ?

- K = 40 alors le call est in the money
- K = 44 alors le call est at the money (car proche)
- K = 48 alors le call est out of the money

St = 43,80. Incidence pour le put ?

- K = 40 alors le call est out of the money
- K = 44 alors le call est at the money
- K = 48 alors le call est in the money

Si K<40 ou >48 alors de nouveaux cours vont être créé donc des nouveaux prix d'exercice.

4- La valeur de l'option et ses déterminants

La valeur de l'option.

C'est égal à la valeur intrinsèque + La valeur temps

Pour un call, la valeur intrinsèque représente l'écart positif entre le cours du sous jacent et le prix de l'exercice. Soit Valeur intrinsèque = Max [0 ; Cours du sous jacent - K]

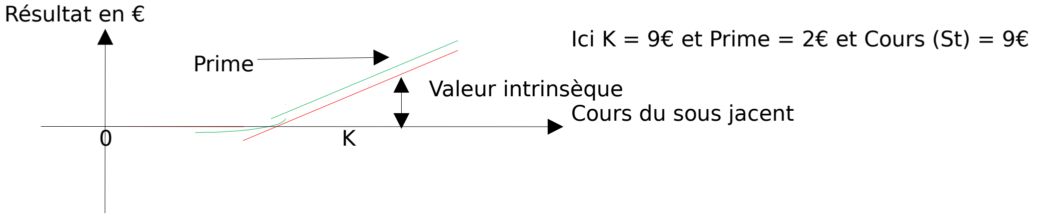
Ex : Si k=10 et St=11 donc la valeur intrinsèque est égale à 1

Pour un put, la valeur intrinsèque représente l'écart positif entre le prix de l'exercice et le cours du sous jacent. Soit Valeur intrinsèque = Max [0 ; K - Cours du sous jacent]

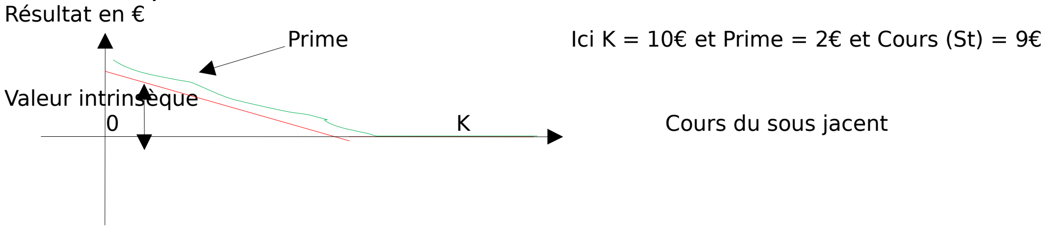
Ex : Si k=10 et St=11 donc la valeur intrinsèque est égale à 0.

La valeur temps ou valeur spéculative représente la différence entre la prime et la valeur intrinsèque. Elle dépend de la volatilité du cours de l'actif sous jacent et de la durée de l'option.

Valeur du call



Valeur du put



Ex : Le 18/01 le cours de l'action SWT est de 29€

- Valeur intrinsèque du call su SWT avec échéance Mars et K = 32€, l'action est out donc la valeur intrinsèque = 0€
- Valeur intrinsèque du call su SWT avec échéance Mars et K = 24€ l'action est in donc la valeur intrinsèque = 5€

Pourquoi le call avait une prime de 1,60€ ? Parce qu'il y a la valeur temps

Le 18/01, le cours de l'action SWT, échéance Mars et K = 32€ est côté 3,85€ = Prime

- Valeur intrinsèque = 3€ et prime = 3,85€ donc valeur temps = 0,85€

Déterminant de la valeur de l'action

- Cours du sous jacent
  + St est élevé alors + la valeur du call est élevé et + St est élevé alors + la valeur du put est faible. ET INVERSEMENT !

- La volatilité du sous jacent
  + la volatilité est grande, + la valeur du call ou du put est importante.

L’acheteur d’un call réalisera un profit d’autant plus important que le cours du sous jacent fluctue à la hausse.
L’acheteur d’un put réalisera un profit d’autant plus important que le cours du sous jacent fluctue à la baisse.

- Le paiement de dividende
  Dès le paiement, le cours du sous jacent baisse ce qui sera profitable à l’acheteur d’un put et au vendeur d’un call. Ce sera défavorable à l’acheteur d’un call et au vendeur d’un put.
- Le prix d’exercice
  + il est élevé alors + la valeur du call sera faible et + la valeur du put sera élevé. ET INVERSEMENT.
- Le taux d’intérêt
  L’avantage de l’option par rapport au titre de base et par conséquent le prix que les investisseurs accepteront de payer pour l’acquérir seront d’autant plus important que les taux d’intérêts soient élevés.
  L’acheteur d’une option de vente va payer de suite la prime au vendeur et cette option lui donne le droit de vendre l’actif sous jacent mais l’encaissement va être différé dans le temps. Cela va donc retarder l’encaissement du prix de vente.
  + le taux d’intérêt sur le marché sera élevé alors + le prix du put sera faible.
- La durée de vie de l’option
  La valeur de l’option diminue au fur et à mesure que l’on se rapproche de la date d’échéance. La probabilité d’exercer l’option sera d’autant plus importante que l’échéance est lointaine.

5- **La parité call-put**

Une stratégie d’arbitrage consiste à profiter d’une mauvaise évaluation temporaire par le marché de certaines actions.
La stratégie d’arbitrage, la plus utilisée et connue, est celle qui résulte d’un déséquilibre momentanée dans la relation liant les premiums des calls et des put de même prix d’exercice.

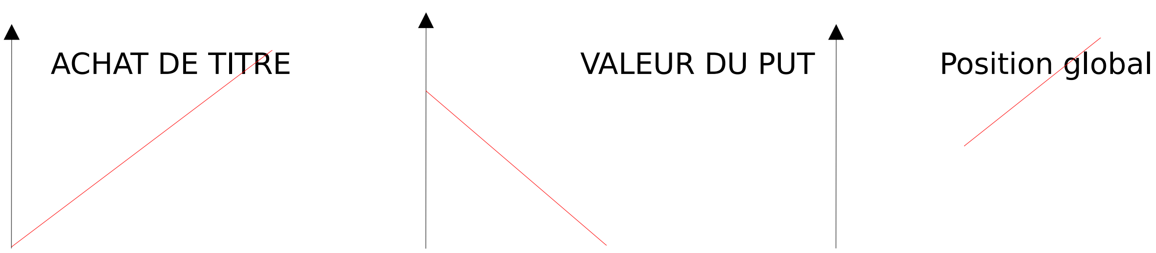
Action + Put = Call + Prêt

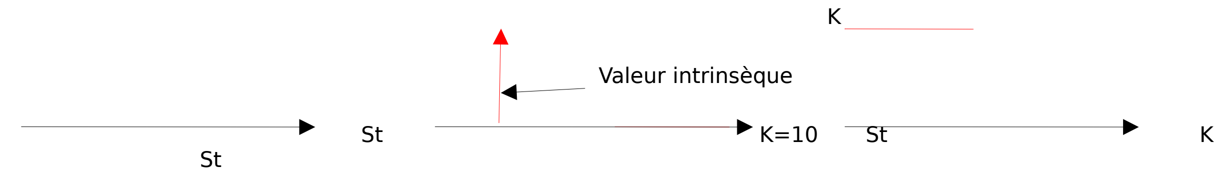
Prêt = Placement de trésorerie = VA (k) = $\dfrac{K}{1+\dfrac{rf*j}{365}}$

$$S + P = C + \frac{K}{1+\frac{rf*j}{365}}$$

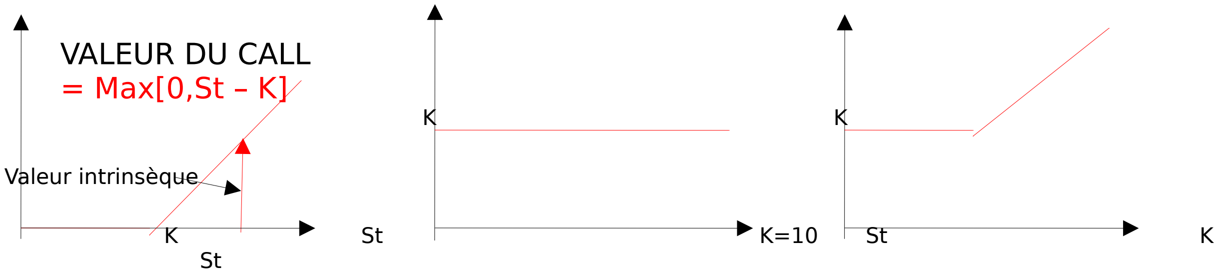
Les résultats obtenus par ses 2 stratégies A + P et T + C donnent des résultats qui sont identiques à l’échéance donc cette inégalité est connu sous le nom de relation de parité Call Put
Si elle n’est pas vérifiée alors il existe des opportunités d’arbitrages.

Démonstration à l’échéance





S + **P** = **Call Synthétique**



C + **Prêt** = **Call Synthétique**

On peut donc dupliquer l'achat d'une S + P par l'achat d'un C + Placement trésorerie

Ex : Supposons que le prix de l'action soit de S=31€, Le prix de l'exercice K=30€, Le taux sans risque rf=10%, Le prix du Call européen à 3 mois C=3€, Le prix du put européen à 3 mois P=1€.
Portefeuille : 31 + 1 = 32€

Portefeuille B : $3+\dfrac{30}{1+\dfrac{0{,}10*3}{12}}$ = 32,27€, La parité n'est donc pas respectée

Achat de l'action + Achat d'un Put + Vente d'un Call + Emprunt Solde

To		T3			
	Flux	St > 30	Flux	St < 30	Flux
Achat de l'action	-31	Livraison action [B]		Livraison des actions [D]	
Achat d'un put	- 1	Put Non exercé		Put exercé	+30
Vente d'un call	+ 3	Call exercé par l'acheteur [A]	+ 30	Call non exercé par l'acheteur	
Emprunt	+ 29	Remboursement emprunt [C]	-29,73	Remboursement emprunt [E]	-29,73
Total	0	Total	+0,27	Total	+0,27

[A]Vente des actions au prix de l'exercice
[B]Suite à l'exercice du call

[C] 29 * (1 + 0,1 * $\dfrac{3}{12}$)

[D] En portefeuille
[E] Avec intérêt

On ne sait pas si le call qui est sous évalué ou le put qui est sur évalué

On prend l'hypothèque que le put est sur évalué : 31 + P = 3 + $\frac{30}{1+\frac{0{,}1*3}{12}}$ Donc

P = 1,27

To		T3			
	Flux	St > 30	Flux	St < 30	Flux
Achat de l'action	- 31	Livraison action [B]		Livraison des actions [D]	
Achat d'un put	-1,27	Put Non exercé		Put exercé	+30
Vente d'un call	+ 3	Call exercé par l'acheteur [A]	+ 30	Call non exercé par l'acheteur	
Emprunt	+29,27	Remboursement emprunt [C]	-30	Remboursement emprunt [E]	-30
Total	0	Total	0	Total	0

[A]Vente des actions au prix de l'exercice
[B]En portefeuille

[C] 29,27 * (1 + 0,1 * $\frac{3}{12}$)

[D] Suite à l'exercice du put
[E] Avec intérêt

B- L'évaluation des options

Il existe différents modèles permettant de valoriser les options

1- Le modèle binomial

Il est basé sur un graphe, un arbre de décision permettant de représenter les différentes trajectoires du cours du sous-jacent durant la vie de l'option. A chaque date butoir, il est possible de déduire la valeur de l'option, on remonte ensuite le réseau de la droite vers la gauche jusqu'à la période initiale du cours du sous-jacent.
La valeur de l'option en To est déterminée par induction arrière sur l'ensemble des nœuds.

Exemple :
On cherche à évaluer un call européen d'échéance 3 mois et de prix d'exercice K=21€. Le taux sans risque rf = 12%
Le cours de l'action est actuellement So= 20€. Supposons que dans 3 mois, St=22€ ou St=18€.
Quelle sera la valeur du call, à l'échéance, si le cours St=22€ ? Ct = Max [0 ; St – K] = 1€
Quelle sera la valeur du call, à l'échéance, si le cours St=18€ ? Ct = Max [0 ; St – K] = 0€
On va donc chercher quelle sera la prime Co en To ?

Pour évaluer l'action, il faut faire l'hypothèse d'une absence d'opportunité d'arbitrage et il faut construire un portefeuille comprenant l'action et l'option de manière à ce qu'il n'existe aucune incertitude sur la valeur de ce portefeuille à la fin des 3 mois. Autrement dit, il faut construire un portefeuille sans risque qui rapportera le taux sans risque.

Portefeuille = n Actions achetées + 1 call vendu Solution choisie ici
Ou
Portefeuille = 1 Actions achetées + n call vendu

Investissement initial = n * So – Co Ici n = Delta

Si le cours passe de 20€ à 22€, quelle sera la valeur de mon portefeuille ? n * 22 – 1
Si le cours passe de 20€ à 18€, quelle sera la valeur de mon portefeuille ? n * 18
Autrement dit : n * 22 – 1 = n * 18 donc n = 0,25 actions. C'est-à-dire qu'il faut acheter 1 action et vendre 4 call
Si n=0,25 donc 0,25*22 – 1 = 4,5€ Valeur du portefeuille en T3 si cours = 22€
Si n=0,25 donc 0,25*18 = 4,5€ Valeur du portefeuille en T3 si cours = 18€

Donc (n * So – Co) * (1 + rf * $\frac{3}{12}$) = 4,50€

Donc (0,25 * 20 – Co) * (1 + 0,12 * $\frac{3}{12}$) = 4,50€

Donc (5 – Co) * 1,03 = 4,50€
Donc Co = 0,631

Sur chaque période l'évolution du cours est binomiale. Si on fait tendre le nom de sous période vers l'infini, on va tomber sur le modèle Black et Scholes.

Méthode:
- Calcul valeur call dans 3 mois avec Max[0;St-k] avec 2 valeurs de Ct
- Remplace dans Variation de n*St – Ct pour les 2 possibilités et calculer la valeur de la variation
- On reprend la variation de n*St – Ct = Alpha (Alpha: Valeur portefeuille)
- Calcul de Co avec (n*So – Co)*(1+rf*3/12)

2- **L'évaluation risque neutre (pas vu en cours)**

On appelle ça aussi évaluation binomiale risque neutre
Dans la méthode binomiale, on n'avait donc pas besoin de connaître les probabilités d'augmentation ou de baisse du cours de l'action pour pouvoir évaluer l'option.
L'évaluation par la méthode la neutralité au risque va nous conduire à évaluer les probabilités d'augmentation ou de diminution du cours de l'action.
Supposons que le cours puisse augmenter pour atteindre So * u où u = 1 + % de hausse. Autrement dit u – 1 est la rentabilité de l'action positif.
Supposons que le cours puisse baisser pour atteindre So * d où d = 1 + % de baisse. Autrement dit d – 1 est la rentabilité de l'action négative.

Si So = 22€ donc So * u où u = 1 + $\frac{22-20}{20}$ = 1,1 donc So * u = 22 donc Cu = Max [0 ; So*u – K] = 1

Si So = 18€ donc So * d où d = 1 + $\frac{18-20}{20}$ = 0,9 donc So * d = 18 donc Cd = Max [0 ; So*u – K] = 0

On va donc essayer de déterminer les probabilités p de hausse et de baisse !
Quelle sera la valeur espérée du Call en T3 ? p * Cu + (1 - p) * Cd
Quelle sera la valeur espérée de l'action en T3 ? p * So * u + (1 – p) * So * d

On considère que les agents sont neutres au risque, c'est-à-dire que la rentabilité attendue de l'action doit être égale au taux sans risque.

So (1 + rf * $\frac{3}{12}$) = p * So * u + (1 – p) * So * d

*<u>Demonstration:</u> So (1 + rf * $\frac{3}{12}$) = p * So * u + So*d – p*So*d*

*So (1 + rf * $\frac{3}{12}$) – So*d = p * (So*u – So*d)*

Donc p = $\frac{1+\frac{rf*3}{12}-d}{u-d}$ =

Donc p = $\frac{1+\frac{0,12*3}{12}-0,9}{1,1-0,9}$ = 0,65

Valeur du call = p * Cu + (1 - p) * Cd = 0,65 * 1 + 0,35 *0 = 0,65

Valeur du call en To = $\frac{0,65}{1+\frac{0,12*3}{12}}$ = 0,63

Méthode :

- Calcul de u*d avec u= 1+ (S1 – So)/So si l'action augmente et d=1+(S1-So)/So si l'action diminue
- Calcul de Cu * Cd avec Max=[0, St-K]
- Calcul de p avec p = [(1+rf * 3/12) –d] / (u – d)
- Calcul valeur call en T3 = P*Cu + (1-p) * Cd
- Calcul valeur call en To = T3 / (1 + rf * 3/12)

3- **Le modèle Black et Scholes (1973)**

Leur modèle constitue un cas limite du modèle binomiale dans lequel le nombre de périodes tend vers l'infini. C'est-à-dire que la longueur de chaque période tend vers 0.

Ils ont proposé une formule d'évaluation d'un Call européen en considérant que l'action ne versait pas de dividende.

Prime d'un call

Co = So * N (d1) – K * e^{-rf*T} * N(d2)

$$d1 = \ln \frac{\left(\frac{So}{k}\right)+\left(rf+\frac{\partial^2}{2}\right)*T \; ¿}{\partial*\sqrt{T}} \; ¿$$

d2 = d1 - $\partial*\sqrt{T}$

So = Le cours de l'action
K = Le prix de l'exercice
N : Fonction de la Loi Normale centrée réduite
Rf : Taux sans risque mais continue = ic
$\partial : Volatilité\ du\ cours$ de l'action mesurée par l'ecart type de rendement de l'action
K : Prix d'exercice
T : Durée de vie de l'option soit la durée restante à courir jusqu'à l'échéance soit Nombre de jour jusqu'à l'échéance / 360

Toutes les données sont observables sauf la volatilité retranscrite ici par l'écart type. Elle peut cependant être estimée à partir des cours historique de l'action

Ex : On peut faire coïncider la durée de l'échantillon avec la durée de l'option
Pour évaluer un call à échéance dans 6 mois, on va estimer la volatilité sur les 10 derniers mois
On obtient un ecart type qu'il faut annualisée pour cela on doit faire multiplié par $\sqrt{252}$ car on considère qu'il y a 252 séances boursières sur 1 an : $\partial\, anuel = \partial*\sqrt{252}$

Cette volatilité va nous renseigner sur la façon dont les opérateurs perçoivent la volatilité du titre sur les semaines ou les mois à venir. On pourra quand même utiliser cette volatilité implicite pour calculer le prix d'autres options portant sur le même sous-jacent (=titre).

<u>Ex :</u> Calculer la valeur du call à échéance Juin

- Prix d'exercice : k=140 au 12-02-N
- Cotation de l'action le 12-02-N : So = 166€
- Taux d'intérêt : 8%
- Durée : 139 jours entre 12-02-N et échéance juin
- Volatilité estimée de l'action sous jacente : 45%

ic= taux continu,
ic = i tel que i * e^{i*c} = 1*(1+i) soit ic = ln (i) donc Taux continue = ln (1+0,08) = 0,076961

T= 139 / 365

d1 = $\ln \dfrac{\left(\frac{166}{140}\right) + \dfrac{\left(0,076961+\frac{0,45^2}{2}\right)*139}{365}\text{¿}}{0,45*\sqrt{\frac{139}{365}}\text{¿}}$ = 0,8578 **d2 =** 0,8578 – 0,45* $\sqrt{\frac{139}{365}}$

= 0,58

N(d1) = prob[Z<0 ;86] = 0,8051 avec P (T<d1) N(d2) = 0,7190

Co = 166 * 0,8051 – 140 * $e^{\frac{-0,076961*139}{365}}$ * 0,7190 = 35,89€

□ Le prix doit être relativement proche de cette évaluation

Prime d'un put

po = K * e^{-rf*T} * N(-d2) – So * N(-d1)

P (T<-d1) = 1 – P (T<d1)

So*: Lorsqu'il y a versement de dividende = So – VA (div)

VA (div) = div * $e^{\frac{-rf*j}{365}}$

J : Nombre de jour qui sépare de l'instant présent jusqu'à la date de détachement du dividende

<u>**Ex**</u> : Calculer le call dont le sous jacent

- Dividende versé dans 2 mois
- Montant attendu : 0,50€
- Cours de l'action : So = 40€
- Volatilité historique annuelle de l'action : 30%
- Taux sans risque continue : 9%
- Echéance dans 6 mois
- Prix d'exercice : k=40€

VA(div) = 0,50 * $e^{\frac{-0,09*2}{12}}$ = 0,492556

So* = 40 - 0,492556 = 39,5474€

d1 = $\ln \dfrac{\left(\frac{39,5079}{40}\right) + \dfrac{\left(0,09+\frac{0,30^2}{2}\right)*6}{12}\text{¿}}{0,30*\sqrt{\frac{6}{12}}\text{¿}}$ = 0,25978 d2 = 0,25978 – 0,30* $\sqrt{\frac{6}{12}}$

= 0,047648 = 0,05

N(d1)= 0,6026 N(d2) = 0,5199

Co = 39,5074 * 0,6026 – 140 * $e^{\frac{-0,09*6}{12}}$ * 0,5199 = 3,93€

C- Fonctionnement des marchés d'options

La chambre de compensation joue sur un marché d'option le même rôle que sur un marché de contrat futures. Elle a pour objet de garantir que les vendeurs d'options pourront faire face à leurs obligations et va enregistrer toutes les options.
Lors d'un achat d'option, l'acheteur doit payer la prime au vendeur et c'est le vendeur qui doit alimenter un compte de déposit.

D- Illustration avec les contrats de référence sur les places européennes

1- Les options sur actions côté sur Nyse Liffe

<u>Caractéristiques :</u>
 Type de l'option :

- US : peuvent être exercé à tout moment
- UE : peuvent être exercé seulement à l'échéance

Valeur sous jacentes : Liste d'option sur action
 Quantité :

- US : 100
- UE : 10

 Echéance : Différentes échéances côtés en même temps
 Prime : Unitaire : Valeur du contrat = Prime * nombre d'action sous jacente
 Prix d'exercice : Fixé par les autorités de marchés : Dès l'ouverture d'une échéance, différents prix d'exercice vont être fixé de façon à ce qu'il y ait toujours des options dans la monnaie, en dehors et dans la parité : in / out / at
Dès que le cours devient inférieur ou supérieur au prix extrême, de nouvelles séries sont créées par les autorités de marchés
 Dépôt de garantie : ajuster sa position quotidiennement

- Vendeur de call : (CC + x%) – K Ex : (100 – 20%) – 100 = 20
- Vendeur de put : K – (CC – x%) Ex : 100 – (100 – 20%) = 20

<u>Dénouement :</u>

- Par une opération en sens inverse :
  Ex : Un vendeur d'option peut fermer sa position en achetant des positions de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance OU Une acheteur d'option peut fermer sa position en vendant des positions de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance
- Exercice ou abandon de l'option :
  S'il exerce, l'option est transformé par la chambre de compensation en une transaction sur l'instrument sous jacent au prix d'exercice de l'option pour la quantité sur laquelle elle portait
  Ex : un acheteur de call sur l'action A à prix exercice 100, Il devient acheteur de l'option A sur le marché d'exercice au comptant au prix d'exercice, la chambre de compensation va alors désigner un vendeur par tirage au sort

2- Les options sur indice CAC 40

<u>Caractéristiques :</u>
 Type de l'option : elle est européenne
Actif sous jacent : Indice CAC 40
 Unité de négociation : Constitué d'un contrat dans lequel chaque point d'indice est affecté d'une valeur de 10€

 Prime : correspond à un certain nombre de point d'indice toujours valorisé à 10€
 Echéance : Mensuel, Trimestriel, Semestriel, toutes cotés en même temps
 Prix d'exercice : Fixé par les autorités de marchés de façon à ce qu'il y ait en permanence sur chaque échéance ouverte des options in, out et at the moment
 Dépôt de garantie : ajuster sa position quotidiennement, on va le mettre dans une situation défavorable

- Vendeur de call : (CC + 225 – K) * 10€
- Vendeur de put : [K – (CC – 225)] * 10€

<u>Dénouement :</u>

- Par une opération en sens inverse :
  Ex : Un vendeur d'option peut fermer sa position en achetant des options sur indice CAC 40 de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance OU Un acheteur d'option de CAC 40 peut fermer sa position en vendant des options sur indice CAC 40 avant échéance de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance
- Exercice ou abandon de l'option :
  A l'échéance toutes les options in the money sont exercées automatiquement sauf instruction contraire du donneur d'ordre. Il n'y a pas de livraison de titre possible.
  S'il exerce l'option, il y aura règlement par le vendeur d'un montant égal à la différence entre le prix d'exercice et la valeur de l'indice de liquidation. Le vendeur sera tiré au sort par la chambre de compensation.
  - Vendeur de call : (cours de liquidation de l'indice CAC 40 – k) * 10€ * nombre de contrats
  - Vendeur de put : (k - cours de liquidation de l'indice CAC 40) * 10€ * nombre de contrats

3- Les options sur CAT Euro Bund 10 ans coté sur EurEx

<u>Caractéristiques :</u>

 Type de l'option : Elle est américaine, exercé à tout moment jusqu'à la date d'échéance
Actif sous jacent : Un CAT Euro Bund 10 ans
 Prime : Exprimé en % du nominal
 Echéance : Plusieurs cotés en même temps
 Prix d'exercice : Fixé par les autorités de marchés de façon à ce qu'il y ait en permanence sur chaque échéance ouverte des options in, out et at the moment
 Dépôt de garantie : ajuster sa position quotidiennement, on va le mettre dans une situation défavorable

- Vendeur de call : (CC% – K%) * 100 000
- Vendeur de put : (K% – CC%) * 100 000

<u>Dénouement :</u>

- Par une opération en sens inverse :
  Ex : Un acheteur de call sur CAT Euro Bund 10 peut fermer sa position en vendant de call sur CAT Euro Bund 10 de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance OU Un vendeur de call sur CAT Euro Bund 10 peut fermer sa position en achetant de call sur CAT Euro Bund 10 de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance
  Idem pour les put
- Exercice ou abandon de l'option :

Un acheteur de call qui exerce son option se retrouve acheteur de CAC Euro Bund 10 ans au prix d'exercice
Soit on ferme sa position en vendant un CAT ou on attend la livraison des titres (=obligations du gisement de la liste publié par la chambre de compensation)

4- Les options sur CAT Euribor 3 mois

Caractéristiques :
 Type de l'option : Elle est américaine, exercé à tout moment jusqu'à la date d'échéance
Actif sous jacent : Un CAT Euribor 3 mois
 Prime : Exprimé en % du nominal rapporté à la durée de 90 jours
 Echéance : Plusieurs cotés en même temps
 Prix d'exercice : Fixé par les autorités de marchés de façon à ce qu'il y ait en permanence sur chaque échéance ouverte des options in, out et at the moment
 Dépôt de garantie : ajuster sa position quotidiennement, on va le mettre dans une situation défavorable

- Vendeur de call : (CC% – K%) * 1 000 000 * $\frac{90}{360}$
- Vendeur de put : (K% – CC%) * 1 000 000 * $\frac{90}{360}$

Dénouement :
- Par une opération en sens inverse :
  Ex : Un acheteur de call sur CAT Euribor 3 mois peut fermer sa position en vendant de call sur CAT Euro Bund 10 de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance OU Un vendeur de call sur CAT Euribor 3 mois peut fermer sa position en achetant de call sur CAT Euro Bund 10 de même prix d'exercice, même sous jacent, même échéance
  Idem pour les put
- Exercice ou abandon de l'option :
  En cas d'exercice d'un call, l'acheteur se retrouve acheteur de CAT Euribor 3 mois sur le marché futures au prix d'exercice. Il pourra fermer sa position en vendant des contrats futures. Il n'y a pas de livraison possible.
  Le vendeur du call sera désigner par la chambre de compensation et se retrouvera vendeur de CAT Euribor 3 mois sur le marché futures au prix d'exercice.
  Même principe pour le put.

Exercice 1

Achat d'un contrat à terme à 105 le 25.03

Date	Cours de compensation	Opération	D	C	Solde au déposit	Appel de marge
25.03	105,52	⇨ Versement du dépôt ⇨ Gain ou perte (105,52-105)% *100 000		1600 520	1600 2120	
26.03	104,40	(104,40-105,52)% *10000	1120		1000	600
27.03	106,30	Reconstitution marge (106,30%-104,40%) * 100 000		600 1900	1600 3500	
…						

29.06 : Vente du contrat à terme à 107,15

 Gain ou perte = (107,15% - cours de compensation)*100 000

Résultat = (107,15% - 105%)*100 000 = 2150€

A la fin nous ne récupérons pas 2150€ car l'argent est directement débité ou crédité tous les jours

Vente d'un contrat à terme à 105 le 25.03

Date	Cours de compensation	Opération	Gain	Perte	Solde au déposit	Appel de marge
25.03	105,52	(105,52-105)% *100000/100		520	1600-520	520
26.03	104,40	(104,40-105,52)% *100000/100	1120		2720	
27.03	106,30			1900	820	780
…						

29.06 : Achat du contrat à terme à 104

 Gain ou perte = (104% - cours de compensation)*100 000

Résultat = (105% - 104%)*100 000 = 1000€

A la fin nous ne récupérons pas 1000€ car l'argent est directement débité ou crédité tous les jours

Exercice 2

1) Mr X anticipe une baisse du cours du CAT

Il va donc vendre son contrat en vue de les racheter plus tard à un cours inférieur. Il a donc anticipé une augmentation des taux d'intérêt à LT.

2) $\frac{500\,000}{100\,000}$ = 5 contrats

3) 121,90 = le cours de compensation du CAT Euro Bund 10 ans pour l'échéance Mars au 6 Janvier car publié le 7. C'est-à-dire qu'au 6 janvier, le

cours de compensation calculé à partir des derniers cours côtés à l'issue de la séance de bourse pour le CAT Euro Bund 10 ans dont l'échéance est Mars.
Dans les mêmes termes aux échéances Juin et Septembre pour 122,26 et 121,64

122,26 = 6 * $\frac{1-(1+r)^{-10}}{r}$ + $\frac{10O}{(1+r)^{10}}$ équivaut à r = 3,34%. Il s'agit donc du TRA de l'emprunt fictif pour l'échéance Juin.

Cela signifie qe la cheapest susceptible d'être livré en Juin à un TRA de 3,34%

4) Mr X a vendu les contrats le 6 Janvier et son ordre a été exécuté au cours de 122,58
5) (122,58% - 122,26%) * 100 000 * 5 = 1 600€
   Il a du déposé 5 * 1600 sur le déposit
6) 120,48 = Le cours auquel Mr X a acheté (= fermé sa position)

(122,58% - 120,48%) * 100 000 * 5 = 10 500€ = Résultat global réparti sur lé période du 6 Janvier au 14 Juin. A cela, en sortant du marché, il récupère son déposit (=5*1600)

Exercice 3

Valeur nominal = 1 000 000€ ; So = 112,5% ; Vo = 1 125 000 ; rf = 5% ; Fo = 104,7% ; 6 CAT
S1 = 118,5% ; F1 = 107,25%

Fo	F1
So	S1
Vo	V1 = 1 000 000 * 118,5% = 1 185 000€
28/02	30/11

Il va donc vendre les 6 CAT à échéance décembre. Or ici l'horizon de la durée ne correspond pas à celle du terme.

Résultat sur portefeuille :

V1 – Vo = 1 185 000 – 1 125 000 = 60 000€

Résultat sur CAT :

(104,7% - 107,25%) * 100 000 * 6 = - 15 300€

Résultat global de la couverture :

$(V1-V0)+(Fo-F1)$ ¿ ¿ ¿ *1 000 000 * 6 = $\frac{60\,000-15\,300}{1\,125\,000}$ = 0,039723

soit 3,9723%

Ramené sur l'année, le taux = $\frac{0{,}039723}{275}$ * 365 = 5,27% soit relativement proche du taux sans risque.

Il est différent de 5% car il existe les 2 risques.

Exercice 4

So = 112,95% ; Ds = 5,71 ; Valeur nominale des obligations = 10 000 000€ ; Fo = 106,62% (échéance Juin) ; Lo = 115,36% ; Dl = 4,96 ; FCI = 1,078614
Vo = 112,95% * 10 000 000 = 11 295 000
N = 11 295 000 * h / 100 000 * 112,95% = 100
Et h = 112,95% * 5,71 / 106,62% * 4,96 = 122 contrats

Avec la seconde formule, on trouve aussi 122 contrats

Exercice 5

1) 92 = 100 – tx donc tx = 8 %
On cote ici un indice pour conserver l'évolution inverse entre cours et taux.
Cet opérateur anticipe une baisse des taux. Il achète des contrats Euribor 3 mois en espérant les revendre à un cours plus élevé.

2) Mouvements

14-janv	91,82	Versement déposit		550	550	
		(91,82% - 92%) * 1 000 000 * 90/360	450		100	450
15-janv	92,08	Versement déposit		450	550	
		(92,08% - 91,82%) * 1 000 000 * 90/360		650	1200	

3) Résultat global = (91,59% - 92%) * 1 000 000 * 90/360 = -1 025 €

Exercice 6

2 mois 3 mois
1/01 1/03 1/06
Fo = 91,25
Tx = 8,75%

Il craint une hausse des taux (donc baisse de valeur de l'indice) donc il va devoir se couvrir en vendant des contrats à terme Euribor 3 mois.
N = Valeur nominal à couvrir * h / Valeur nominale du CAT Euribor 3 mois x durée du CAT
h = durée à couvrir en jour
Sachant que h = So * durée à couvrir / Fo * 90 et So/Fo tend vers 1

Donc N = (5 000 000 x 90) / (1 000 000 x 90) = 5, il va vendre 5 contrats.
Il faut donc vendre 5 CAT Euribor 3 mois

Si le taux Euribor 3 mois est de 9,25% ou 8% :

Le 01/03

	9,25%	8%
Valeur du CAT =FT	Ft =100 - 9,25 =90,75	Ft =100 - 8 =92
Gain ou perte sur CAT	(91,25% - 90,75%) * 1 000 000 * 90/360 * 5 =6 250 (gain)	(91,25% - 92%) * 1 000 000 * 90/360 * 5 =-9 375 (perte)
Intérêt sur emprunt	5 000 000 * 9,25% * 90/360 =115 625	5 000 000 * 8% * 90/360 =100 000
Coût net de l'emprunt	115 625 - 6 250 =109 375 €	100 000 +9 375 =109 375 €

109 375 = 5 000 000 * 8,75% * 90/360. Dès le 1er janvier on a bloqué les taux. Stratégie de couverture, dès le départ on veut éviter de supporter une hausse des taux, on a bloqué le coût de l'emprunt à 8,75 %.

Exercice 7

13/01 : 6 CAT CAC 40 échéance Mars au cours de 4 560

14-janv	4 558	(4 558 - 4 560) * 10 * 6 =-120	120		20280	**120**
15-janv	4 561,1	Reconstitution marge		120		
		(4 561,1 - 4 558) * 10 * 6 = 186		186	20 586	
16-janv	4 561,2	(4 561,2 - 4 561,1) * 10 * 6 =6		6	20 592	
17-janv	4562,3 (cours de vente)	(4 562,3 - 4 561,2) * 10 * 6 =66		66	20 658	
Total			120	258		

4 562,3 est le cours de liquidation
Résultat global = 258 – 120 = (4 562,3 – 4 560) * 10 * 6 = 138 € réparti sur les différents jours.
Le 17/01, il récupère également son déposit !

Exercice 8

Io = 5 000 ; Vo = 1 600 000 ; rf = 5% ; d = 2% ; βp = 1,5 ; Fo = 5 036,99

- Calcul de $N=\frac{1\,600\,000}{5000*10}*1{,}5$ = 48 contrats

  Je m'engage à vendre 48 contrats
- Taux d'intérêt implicite en l'absence du taux sans risque

  Fo = Io * [1 + (rf – d) * $\frac{j}{365}$] et d = $\frac{Dividende}{Io}$

Donc rf = ($\frac{5\,036{,}99}{5\,000}-1$) * $\frac{365}{90}$ + 0,02 = 5%

1. Calcul de la valeur de la position selon It
   - Calcul du rendement de l'indice

     Rm = $\frac{4\,700-5\,000}{5\,000}$ + 2% * $\frac{90}{365}$ = -0,0550685 = - 5,51%

   - Calcul du rendement espéré du portefeuille : La relation du MEDAF

     Rp = 5% * $\frac{90}{365}$ + 1,5 * [- 5,51% – 5% * $\frac{90}{365}$] = - 0,08876 = - 8,88%
   - Valeur espéré du portefeuille

     Vt = 1 600 000 * (1 - 8,88%) = 1 457 972,60
   - Résultat sur CAT

     (5 036,99 –4 700) * 10 * 48 = 161 755,20
   - Résultat sur portefeuille

     1 457 972,6 – 1 600 000 = - 142 027,40
   - Résultat sur couverture

     (1 457 972,60 – 1 600 000) + (5 036,99 –4 700)*10*48 = -142 027,40 + 161 755,20 = 19727,80 €

     OU 1 600 000 * 5% * $\frac{90}{365}$ = 19 726,03 €

Valeur final du PF : 1 457 972,60 + 161 755,20 = 1 619 727,80 €

<u>Question 6 : Si It = 5000 et non 4700 !</u>

- Calcul de $N=\frac{1\,600\,000}{5\,000*10}*1{,}5$ = 48 contrats

  Je m'engage à vendre 48 contrats
- Taux d'intérêt implicite en l'absence du taux sans risque

  Fo = Io * [1 + (rf – d) * $\frac{j}{365}$] et d = $\frac{Dividende}{Io}$

  Donc rf = ($\frac{5\,036{,}99}{5\,000}-1$) * $\frac{365}{90}$ + 0,02 = 5%

Calcul de la valeur de la position selon It

- Calcul du rendement de l'indice

  Rm = $\frac{5\,000-5\,000}{5\,000}$ + 2% * $\frac{90}{365}$ = 0, 0049315

- Calcul du rendement espéré du portefeuille : La relation du MEDAF

  Rp = 5% * $\frac{90}{365}$ + 1,5 * [0, 0049315 – 5% * $\frac{90}{365}$] = 0,0012329

- Valeur espéré du portefeuille

  Vt = 1 600 000 * (1 + 0,0012329) = 1 601 972,60
- Résultat sur CAT

  (5 036,99 – 5 000) * 10 * 48 = 17 755, 20 €
- Résultat sur portefeuille

1 601 972,60 – 1 600 000 = 1 972,60 €

- Résultat sur couverture

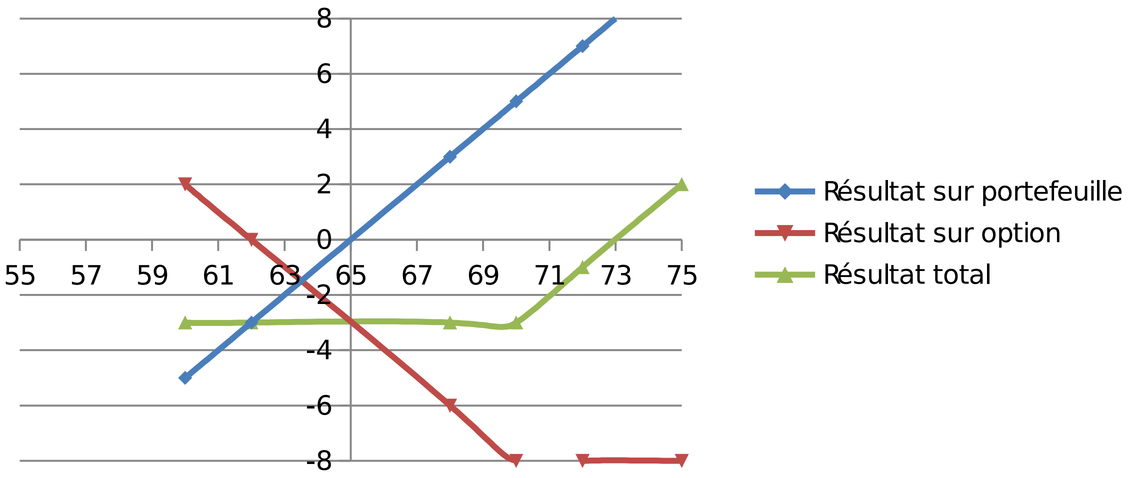
(1 601 972,60 – 1 600 000) + (5 000 – 5 000) * 10 * 48 = 1 972,60 €

Résultat global : 17 755,20 + 1 972, 60 = 19 727, 80 €

<u>Exercice 9</u>

Achat de 10 puts échéance Mars à prix d’exercice K=70€. La prime est de 8€
Le cours de l’action est de 65€ le 8-01

St	Résultat sur option	Résultat sur portefeuille	Résultat global
80 75 72 70 68 62 60	-8 -8 -8 (70 – 70) – 8 = -8 (70 – 68) – 8 = -6 (70 – 62) – 8 = 0 (70 – 60) - 8 = 10	80 – 65 = 15 75 – 65 = 10 72 – 65 = 7 70 – 65 = 5 68 – 65 = 3 62 – 65 = -3 60 – 65 = -5	7 2 -1 -3 -3 -3 5



Stratégie de couverture, d’assurance, l’opérateur se prémunit contre une baisse du cours du titre tout en bénéficiant des PV en cas de hausse

<u>Exercice 10</u>

18-01 : Vo = 963 077€ et Io = 4279,9
Put sur indice CAC 40, échéance Mrs, Prix d’exercice K=4352 et prime=80
20-03 : V1 = 960 070 et I1 = 4260

1- Nombre de put à acheter le 18-01 ?

N = $\frac{Vo}{Io*10}$ * β avec β = 1 car portefeuille diversifié

Donc N = $\frac{963\,077}{4279,9*10}$ * 1 = 22,5o contrats soit 23

Prime = 80 * 10€ * 23 contrats = 18 400€

2- Que se passe-t-il le 20-03 ?

I1 < Prix d'exercice, il va donc exercer l'option. Elle sera faîte automatiquement sauf instruction supplémentaire

3- Résultat de l'opération de couverture

Résultat sur option : (4 352 – 4260) * 10€ * 23 contrats – 18 400€ = 2 760€
Résultat sur portefeuille : 960 070 – 963 077 = - 3 007€
Résultat total : 2 760€ - 3 007€ = - 240€ Cela représente la prime du col synthétique

Exercice 11

28 – 01 : Achat de 4 puts sur CAT Euro bund 10 ans, échéance Mars, prix d'exercice K=99% et prime=0,92%
15 – 02 : Exerce l'option au cours de 97,02

1- Prévisions

Elle anticipe une baisse du cours des CAT Euro Bund 10 ans soit une hausse des taux d'intérêts

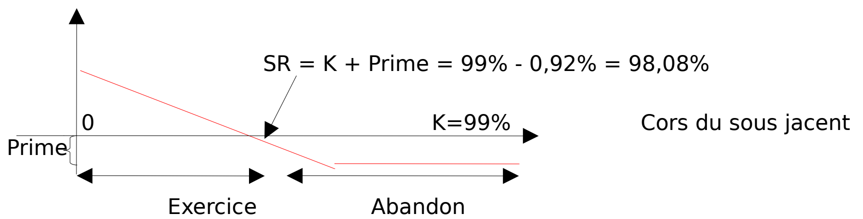
2- Montant de la prime

Prime = 0,92% * 100 000€ * 4 = 3 680€

3- Résultat obtenu

(99% - 97,02) * 100 000€ * 4 – 3 680€ = 4 240€

4- Graphique



Prime = 0,92% * 100 000 = 920€

Exercice 12

20 – 01 : 3 options d'achat sur CAT 3 mois, échéance Mars, K = 94,30€ et Prime = 0,22€
1 – Prime : 0,22%* 1 000 000 * (90/360) * 3 = 1 650€
2 – Le 11-03 Vente de call au cours de 0,36. Le taux Euribor 3 mois baisse car il y a eu une augmentation du cours
Résultat = (0,36% - 0,22%) * 1 000 000 * (90/360) * 3 = 1 050€