Chapitre 2: Le marché obligataire

Par M.DIENG

Mars 2011

Introduction Générale

L'obligation est un titre représentatif d'une fraction d'un emprunt émis par une société, une entité publique ou l'État.

L'émetteur d'un emprunt obligataire s'engage à rembourser les détenteurs à une échéance déterminée et à leur verser un intérêt.

L'emprunt est coté et les titres peuvent être échangés sur le marché secondaire.

L'émission de titres obligataires s'accompagne d'une notice au BALO (bulletin des annonces légales obligatoires

Introduction Générale

Tout nouvel émetteur doit faire procéder à la notation de son programme d'émission déterminant:

- Sa situation
- Ses perspectives d'activité
- Son équilibre financier
- Son aptitude à assurer le service et l'amortissement de la dette

I- Caractéristiques générales

Il y a deux catégories d'obligation:

- Les obligations à taux fixe
- Les obligations à taux variables

La plupart des obligations sont des obligations annuelles classiques (qu'on appelle en anglais : *plain vanilla bonds*, « obligations à la vanille »), c'est-à-dire :

- remboursées
  - ***in fine*** (en anglais, on parle de *bullet bonds*)
  - **au pair**
- payant un **taux fixe**, dit « taux nominal »
- via un **coupon annuel**.

I- Caractéristiques générales

Les caractéristiques communes des obligations sont:

- Le prix d'émission: c'est le montant que doit verser le souscripteur au moment de l'émission. Il est en général égal à la valeur nominale, appelé encore le **pair**, qui sert de base au calcul de l'intérêt annuel. Lorsqu'il lui est supérieur, on parle de **prime d'émission**

I- Caractéristiques générales

- l'intérêt ou le coupon: il est payé périodiquement à une date déterminée par détachement du coupon. Il est égal au produit du taux d'intérêt de l'emprunt par la valeur nominale de l'obligation
- Le prix de remboursement: il est en général égal à la valeur nominale de l'obligation. Lorsqu'il lui est supérieur, la différence est le **prime de remboursement**

I- Caractéristiques générales

- Les modalités d'amortissement: elles fixent les conditions dans lesquelles les souscripteurs sont remboursés.

  En général le remboursement se fait en une seule fois à la date d'échéance
- Le taux actuariel: c'est le taux de rentabilité d'une obligation sur la totalité de sa durée , de son émission à son remboursement.

I- Caractéristiques générales

Le souscripteur d'une obligation s'expose à

deux risques:

- Le risque de taux lié à la variation des cours des obligations en bourse en fonction du taux d'intérêt exigé par les investisseurs.
- Le risque financier qui est soit un risque de défaut, soit un risque de liquidité

II- Évaluation

Le prix de l’obligation est égal à la valeur actualisée des flux monétaires qu’elle engendre.

Les taux d’évaluation à prendre en considération sont ceux qui sont exigés sur le marché (taux actuariel) pour des actifs négociés comparables

II- Évaluation

Deux termes anglais sont régulièrement utilisés pour évaluer une obligation :

- ***Clean Price*** : le cours de l'obligation est mentionné sans tenir compte des intérêts courus non échus
- ***Dirty Price*** : le cours comprend les intérêts courus non échus

II- Evaluation

La formule d’évaluation générale est la suivante:

$$P = \sum_{t=1}^{n} F_t \,(1+y)^{-t} = \sum_{t=1}^{n} C\,(1+y)^{-t} + R(1+Y)^{-n}$$

$$P = \sum_{t=1}^{n} F_t \left(1+y\right)^{-t} = \sum_{t=1}^{n} C \left(1+y\right)^{-n} + R\left(1+y\right)^{-n}$$

$$P = C\left[\frac{1-\left(1+y\right)^{-n}}{y}\right] + R\left(1+y\right)^{-n}$$

II- Evaluation

- P: le prix de marché de l'obligation
- F_t: cash flows (flux monétaires) de t
- C: coupon
- R: le montant du remboursement
- y: le taux actuariel

II- Évaluation

Cette formule montre que le prix du titre varie sous l’effet du taux d’intérêt, de la taille du coupon versé, de sa date de maturité et des modalité de remboursement

Mathématiquement, lorsque le numérateur s’accroît (C et R), le prix de l’obligation à tendance à augmenter, lorsque le dénominateur augmente (Y), le prix à tendance à baisser

II- Évaluation

Exemple 1

Un investisseur achète une obligation de nominal 10 000 FCFA, assortie d'un taux facial de 9% le 21 février 2010 d'échéance 5 ans.

Il revend l'obligation le 21 février 2011 où les taux actuariels sur le marché sont de 10,5 %

Calculez le prix de revente de l'obligation

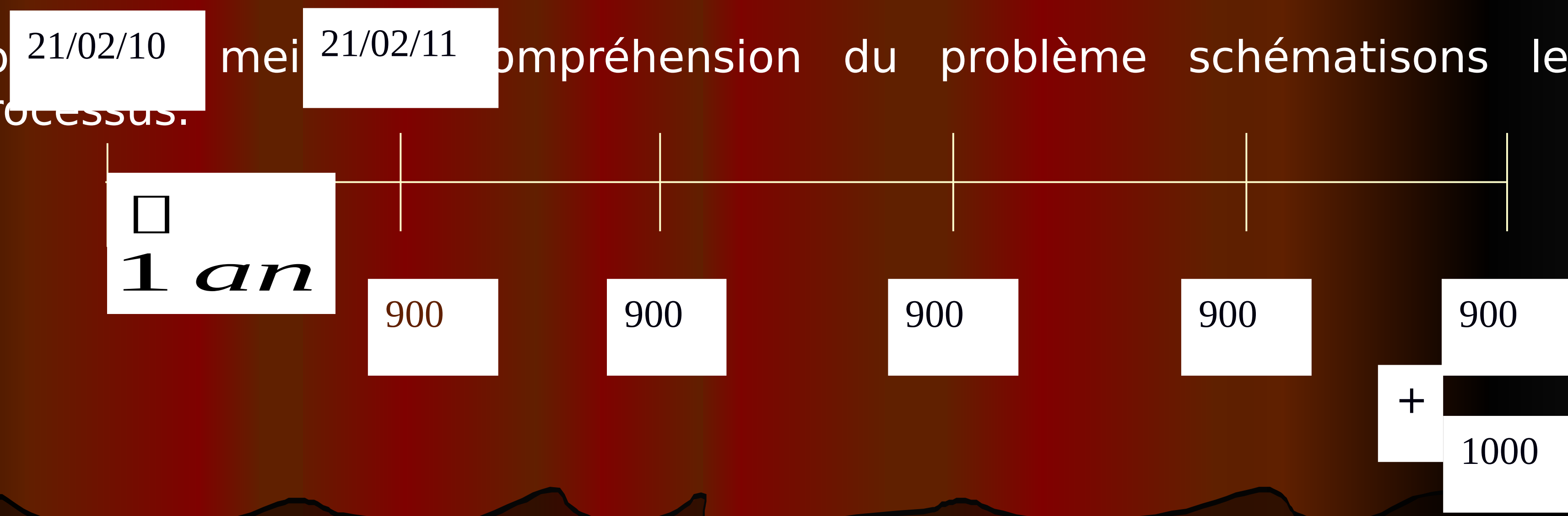
Exemple 1 : Corrigé

Rappels

- ❖ Le taux facial est en fait le taux nominal de l’obligation, le taux auquel il a été souscrit. C’est le taux utilisé pour le calcul du coupon.

- ❖ Le prix de revente de l’obligation est calculée, à la date d’aujourd’hui, c'est-à dire actualisée, et comprend donc par définition, la somme des coupons rapportés et la valeur de remboursement qui correspond souvent à la valeur nominale (flux de l’obligation).

Po mei ompréhension du problème schématisons le processus.



Le prix de revente de l'obligation le 21 février 2011 sur le marché où le taux actuariel est de 10,5% sera calculé à partir de la formule suivante où :

$$P = C\left[\frac{1-(1+y)^{-n}}{y}\right] + R\,(1+y)^{-n}$$

$$C = 10000 \times 9/100 = 900 \quad \rightarrow \textit{coupon annuel}$$

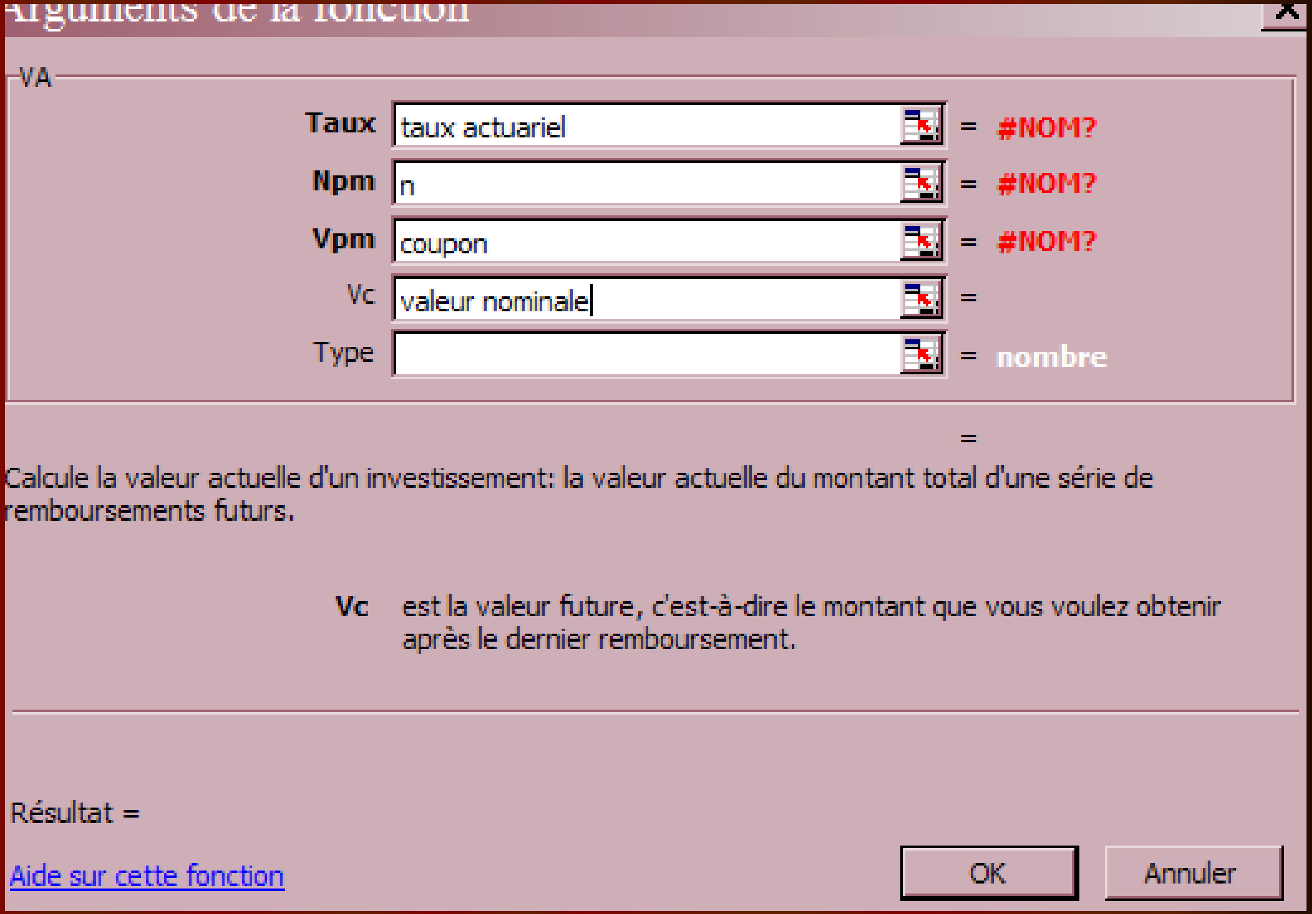
$$n = 4 \textit{ car l'obligation a déjà vécu } 1 \textit{ an } (5-1=4) \textit{ et donc sa vie résiduelle est de } 4 \textit{ ans}$$

$$y = 10{,}5\% = 0{,}105$$

$$P = 900\left[\frac{1-(1+0{,}105)^{-4}}{0{,}105}\right] + 1000\,(1+0{,}105)^{-4} = 900\left[\frac{1-(1{,}105)^{-4}}{0{,}105}\right] + 1000\,(1+0{,}105)^{-4} = 9529{,}62 \textit{ Fcfa}$$

Ce calcul peut facilement s'exécuter sous Excel en suivant la procédure suivante:

f_x → finances → VA



Ne pas oublier de joindre le signe(-) à VA

Cliquer sur OK.

On constate que le prix de revente est inférieur à la valeur nominale de l'obligation, ce qui est normal, car le taux du marché est plus élevé que le taux facial au moment de la revente.

II- Évaluation
l’influence du coupon couru

Il est d'usage de séparer arbitrairement la valeur actuelle d'une obligation en :

- cours, dit également cours pied de coupon, exprimé en % du nominal;
- coupon couru, exprimé également en % du nominal, généralement avec trois décimales.

II- Évaluation l'influence du coupon couru

La formulation tenant compte du coupon couru est la suivante:

$$P = \left(1+y\right)^{\frac{ncc}{365}} \left(C\left[\frac{1-\left(1+y\right)^{-n}}{y}\right] + R\left(1+y\right)^{-n} \right)$$

ncc: nombre de jours de coupon couru

II- Évaluation
l'influence du coupon couru

Exemple 2

Un investisseur achète une obligation de nominal 10 000 FCFA , assortie d'un taux facial de 9% le 13 décembre 2009 d'échéance 5 ans.

Il revend l'obligation le 21 juillet 2010 où les taux actuariels sur le marché sont de 10,5 %

Calculez :

1- Le prix de revente de l'obligation

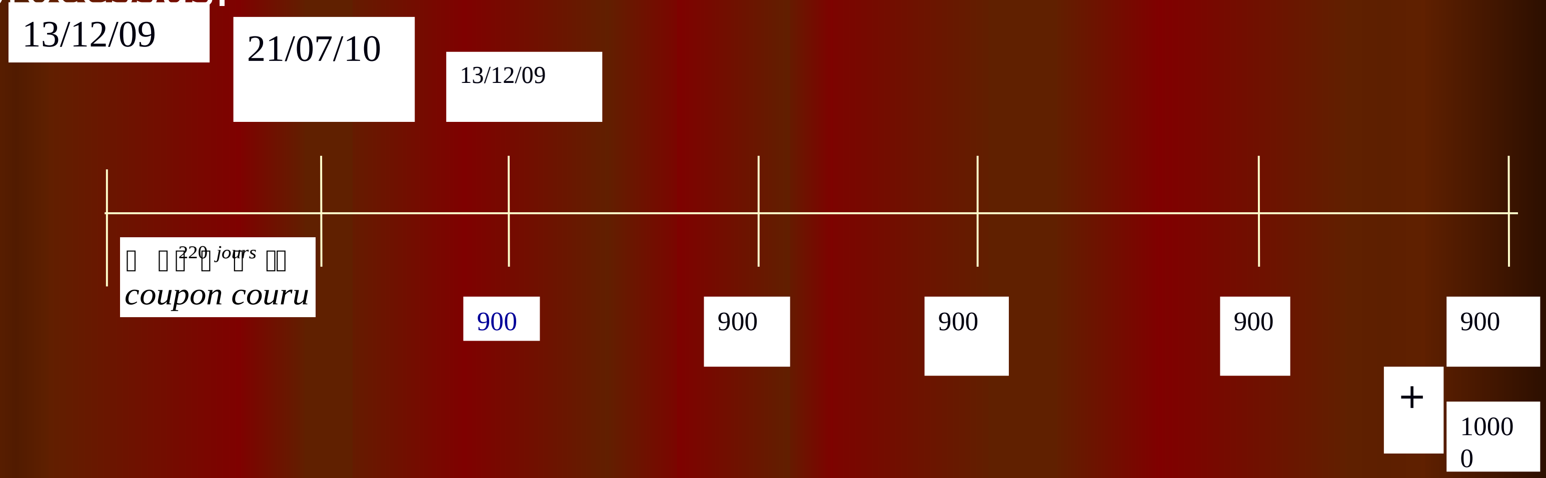
2- Le coupon couru

3- Le prix au pied du coupon de l'obligation

Exemple 2 : Corrigé

Le prix de revente de l’obligation est calculée, à la date d’aujourd’hui, c'est-àdire actualisée, et comprend donc par définition, la somme des coupons rapportés
 et la valeur de remboursement qui correspond souvent à la valeur nominale (flux de l’obligation).

Pour une meilleure compréhension du problème schématisons le processus.



Remarque: l’obligation ayant été vendue le 21 juillet, donc avant le 1er terme, nous avons affaire à un coupon couru de durée 220j du 13/12/09 au 21/07/10.

Par conséquent la durée résiduelle de l'obligation reste intacte et égale à

n=5.

1. Calculons le prix de revente en utilisant la formule suivante:

$$P=(1+y)^{\frac{ncc}{365}}\left(C\left[\frac{1-(1+y)^{-n}}{y}\right]+R\,(1+y)^{-n}\right)=(1+0{,}105)^{\frac{220}{365}}\left(900\left[\frac{1-(1+0{,}105)^{-5}}{0{,}105}\right]+10000\,(1+y)^{-5}\right)$$

$$P=(1{,}105)^{\frac{220}{365}}(9438{,}57)=10024{,}03\ Fcfa$$

2. Le coupon couru est égal alors à :

$$900\times\frac{220}{365}=542{,}465\ Fcfa$$

3. Le prix de revente au pied du coupon de l'obligation

$$P_{pied\ coupon}=(P-Coupon\ couru)=(10024{,}03-542{,}465)=9481{,}565Fcfa$$

Ces résultats sont facilement trouvés par le biais d'Excel selon la même procédure.

Exemple 3

Un investisseur achète une obligation de nominal

1 000 FCFA , assortie d'un taux facial

de 9% le 22 juillet 2010 d'échéance 10 ans.

Il revend l'obligation le 03 janvier 2011 où les taux

actuariels sur le marché sont de 8,75 %

Calculez :

1- Le prix de revente de l'obligation

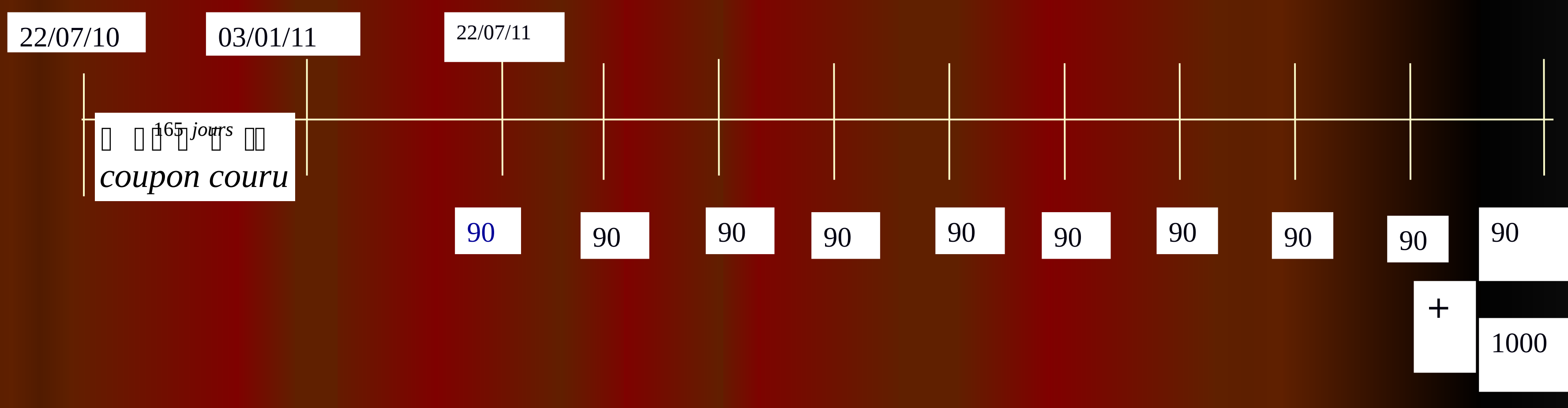
2- Le coupon couru

3- Le prix au pied du coupon de l'obligation

Exemple 3 : Corrigé

Remarques:

- l’obligation ayant été vendue le 03 janvier, donc avant le 1er terme, nous avons affaire à un coupon couru de durée 165j du 22/07/10 au 03/01/11.
- Par conséquent le nombre de coupon de l’obligation reste intacte et égale à n=10.
- le taux actuariel au moment de la revente étant inférieur au taux facial, on peut tout de suite conclure que le prix de la revente sera supérieur à la valeur de l’obligation.



1. Calculons le prix de revente en utilisant la formule suivante:

$$P=(1+y)^{\frac{ncc}{365}}\left(C\left[\frac{1-(1+y)^{-n}}{y}\right]+R(1+y)^{-n}\right)=(1+0{,}0875)^{\frac{165}{365}}\left(90\left[\frac{1-(1+0{,}0875)^{-10}}{0{,}105}\right]+1000(1+0{,}0875)^{-10}\right)$$

$$P=(1{,}0875)^{\frac{165}{365}}(1016{,}22)=1055{,}50\ Fcfa$$

C'est le DIRTY PRICE

2. Le coupon couru est égal alors $90\times\frac{165}{365}=40{,}645\ Fcfa$

3. Le prix de revente au pied du coupon de l'obligation

$$P_{pied\ coupon}=(P-Coupon\ couru)=(1055{,}50-40{,}685)=1014{,}81\ Fcfa$$

C'est le CLEAN PRICE

Ces résultats sont facilement trouvés par le biais d'Excel selon la même procédure.

III- Mesure de la rentabilité et du risque obligataire

L'objet de cette section est d'exposer les différentes mesures de la rentabilité et du risque relatives à un investissement qui comporte un risque de taux d'intérêt. Ces mesures sont utiles pour l'étude de la décision d'investissement dans des obligations et des produits de taux en général.

Sur le plan conceptuel, l'utilisation d'une seule mesure du rendement est insuffisante puisqu'il convient d'apprécier les rendements non seulement en fonction de données observables mais également par référence aux anticipations relatives à l'évolution des conditions économiques et financières

Cette analyse nécessite l'étude des relations entre le taux du coupon, le taux de rendement, l'échéance et les variation de prix d'une obligation. La connaissance de ces différentes relations est techniquement indispensable puisqu'elle offre les outils appropriés à la gestion des risques d'un investissement obligataire

III- Mesure de la rentabilité et du risque obligataire

On s’intéresse d’abord aux méthodes de calcul de la rentabilité sur un investissement obligataire, il s’agit du taux de rendement actuariel et du taux de rendement présent. Nous étudierions par la suite les instruments de gestion obligataire

1- Mesures de rentabilité
a- Le taux actuariel ou yield

Parmi les différentes manières de calculer un taux d'intérêt , le taux actuariel ou rendement actuariel ou en anglais yield to maturity (YTM) est la plus importante: c'est le taux de rendement qui égalise le prix de marché l'obligation et les flux monétaires

$$P = C\left[\frac{1-(1+y)^{-n}}{y}\right] + R\,(1+y)^{-n}$$

Pour calculer le taux de rendement actuariel, il faut essayer différents niveaux de taux d'intérêt jusqu'à ce que la valeur actualisée de ces flux soit égal au flux initial (prix de marché)

1- Mesures de rentabilité

a- Le taux actuariel ou yield

Exemple 1: on vous demande de calculer le ytm d’une obligation de nominal 1000 et de taux facial 10% avec une durée de vie résiduelle de 12 ans cotant 800

Exemple 1: corrigé

Ces remarques doivent orienter notre réflexion:

❖ D'après le tableau, le coupon est égal à 100 et la valeur nominale de l'obligation si elle est remboursée au pair, à 1000. Par conséquent le taux facial est égal à 10% (1000x10%=100)

❖ A la date t = 0, date de l'actualisation, le prix de marché est égal à 800 et donc inférieur à la valeur nominale. Par conséquent le taux de rendement actuariel recherché sera, par définition, supérieur au taux facial (10%).

❖ Par approximations successives, trouvons y, le taux de rendement recherché en utilisant la formule suivante où:

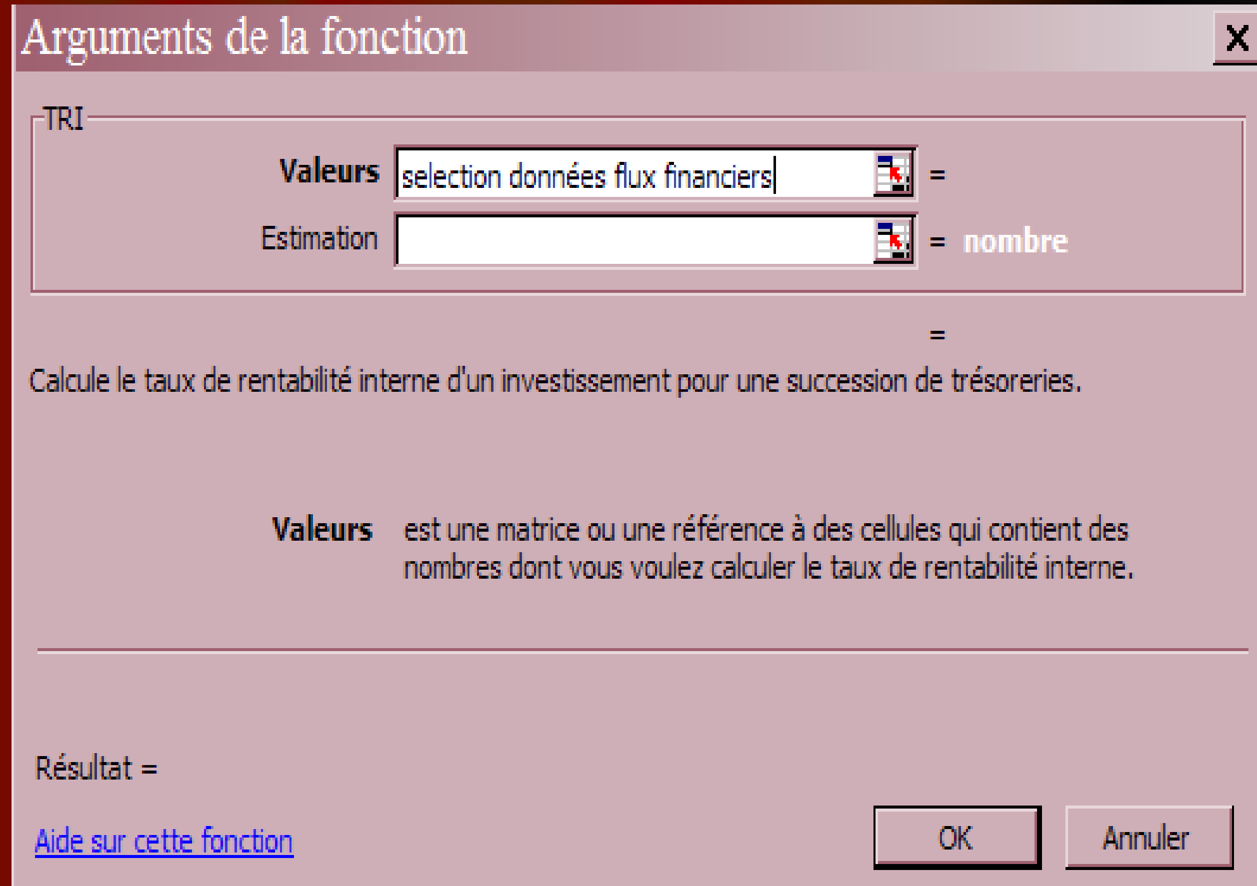
$$P = C\left[\frac{1-(1+y)^{-n}}{y}\right] + R\,(1+y)^{-n}$$

n= 12, P = 800, C = 100

On peut aussi utiliser le tableur Excel pour trouver plus rapidement le taux de rendement recherché, en suivant la procédure suivante:

f_x → finances → TRI

Durée	Flux financiers
0	-800
1	100
2	100
3	100
4	100
5	100
6	100
7	100
8	100
9	100
10	100
11	100
12	1100



Cliquer sur OK. On trouve 13,448%. C’est le taux de rendement actuariel qui donnerait un prix de marché de l’obligation égal à 800.

1- Mesures de rentabilité

a- Le taux actuariel ou yield

Exemple 2: Même question si l'obligation cote 950 et 1050

Exemple 1: corrigé

Ces remarques doivent orienter notre réflexion:

❖ D’après le tableau, le coupon est égal à 100 et la valeur nominale de l’obligation si elle est remboursée au pair, à 1000. Par conséquent le taux facial est égal à 10% (1000x10%=100)

❖ A la date t = 0, date de l’actualisation, le prix de marché est égal à 950 et donc inférieur à la valeur nominale. Par conséquent le taux de rendement actuariel recherché sera, par définition, supérieur au taux facial (10%).

❖ Par approximations successives, trouvons y, le taux de rendement recherché en utilisant la formule suivante où:

$$P = C\left[\frac{1-(1+y)^{-n}}{y}\right] + R\,(1+y)^{-n}$$

n= 12, P = 950, C = 100

On peut aussi utiliser le tableur Excel pour trouver plus rapidement le taux de rendement recherché, en suivant la procédure suivante:

f_x → finances → TRI

A	B
Durée	Flux financiers
0	-950
1	100
2	100
3	100
4	100
5	100
6	100
7	100
8	100
9	100
10	100
11	100
12	1100

Cliquer sur OK. On trouve 10,761%. C’est le taux de rendement actuariel qui donnerait un prix de marché de l’obligation égal à 950.

1- Mesures de rentabilité
b- Le taux de rendement présent

La valeur du taux de rendement présent ou current yield (cy) est calculée en utilisant la relation suivante

cy = coupon annuel/prix de marché

Cette mesure du taux de rendement prend uniquement en compte le coupon et la valeur de marché de l’obligation

1- Mesures de rentabilité
b- Le taux de rendement présent

Exemple

Soit une obligation se négociant à 850F,

taux de coupon 8%, valeur au pair 1000F,

échéance 20 ans.

Calculez le current yield

Mesures du risque
1- Études empiriques

Cas 1

Soit une obligation de nominal 1000 assortie d'un taux facial de 10% qui a pour durée de vie résiduelle 5ans.

Simuler le prix de marché de l'obligation pour les niveaux de taux d'intérêt suivants: 8%, 9%, 10%, 11%, 12%

Quelle conclusion tirez-vous des résultats observés

Mesure du risque
1- Études empiriques

Cas 2

Considérons deux obligations A et B:

- Valeur nominale (A et B): 1000, taux:10%
- Durée de vie de A: 10 ans
- Durée de vie de B: 5 ans

Simulez l'effet d'une modification des taux d'intérêt de 8%, 10% et 12%

Corrigé Cas 1

Taux actuariel	Prix de marché de l'obligation
8%	1079,85 €
9%	1038,90 €
10%	1000 €
11%	963,06 €
12%	927,90 €

Corrigé Cas 2

	Prix de marché de l'obligation	
Taux actuariel	Durée 10 ans	Durée 5 ans
	Obligation A	Obligation B
8%	1134,20 €	1079,85 €
10%	1000,00 €	1000,00 €
12%	887, €	927,90 €

L'analyse de ces 2 cas appelle 3 remarques:

❖ Le cas 1 illustre clairement le principe selon lequel le prix de l'obligation varie de manière inversement proportionnelle à la variation du taux du marché: si le taux du marché augmente, le prix de l'obligation

- Le cas 2 montre que plus la durée de vie de l’obligation est longue, plus l’obligation est sensible à la variation du taux d’intérêt.
- Quand on fait investissement sur les obligations, le risque qu’on prend dépend de la durée: plus la durée est longue, plus le risque est grand car le prix du marché de l’obligation baisse proportionnellement à la durée.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
a- la duration

La duration d'un instrument financier est la durée de vie moyenne de ses flux financiers pondérée par leur valeur actualisée.

Toutes choses étant égales par ailleurs, plus la duration est élevée, plus le risque est grand.

La duration d’une obligation est la durée moyenne de vie à partir de laquelle le taux du marché n’influe plus sur le prix de l’obligation.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
a- la duration

Il s'agit d'un outil permettant de comparer schématiquement plusieurs instruments ou obligations à taux fixe entre eux, quelles qu'aient été leurs conditions d'émission.

C'est essentiellement une mesure patrimoniale statistique, qui fournit aux gestionnaires de fonds ou aux gestionnaires d'actif/passif une grandeur qu'ils vont comparer à la durée moyenne d'un mandat de gestion, ou à une durée moyenne d'emploi des fonds.

Elle est utilisée avant tout pour immuniser des portefeuilles

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
a- la duration

La duration d'une obligation touchant les flux lors des périodes restantes, est donnée par la formule suivante, où (ti) est l'intervalle de temps, exprimé en années, séparant la date d'actualis :

$$D = \sum_{i=1}^{n} \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)}} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \frac{F_i}{(1+r)^{t(i)}}$$

$$Or \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{F_i}{(1+r)^{t(i)}} = P \Rightarrow \quad D = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{n} \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)}}$$

Où P est le prix de l’obligation

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
a- la duration

Avec *r* le taux actuariel de l'obligation tel que le prix observé P de l'obligation corresponde à la valeur actualisée de celle-ci. Il est la solution de l'équation :

$$P = \sum_{i=1}^{n} \frac{F_i}{\left(1+r\right)^{t(i)}}$$

Exercices d’application:

1- Obligation de 3 ans

Prix de marché = 950

Nominal = 1000

Taux de coupon = 10%

Taux actuariel = 11%

D?

2- Soit une obligation de nominal 1000 avec un taux de coupon de 10,5% remboursable au pair cotant 970, de durée de vie résiduelle 5ans. Les taux actuariels sont de 11%.

Calculez sa duration

Solutions

1-

$$D=\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n}\frac{t\,(i)\times F_i}{(1+r)^{t(i)}}=\frac{1}{950}\left[\frac{1\times 100}{(1+0{,}11)^1}+\frac{2\times 100}{(1+0{,}11)^2}+\frac{3\times 1100}{(1+0{,}11)^3}\right]=2{,}80$$

2-

$$D=\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n}\frac{t\,(i)\times F_i}{(1+r)^{t(i)}}=\frac{1}{970}\left[\frac{1\times 105}{(1+0{,}11)^1}+\frac{2\times 105}{(1+0{,}11)^2}+\frac{3\times 105}{(1+0{,}11)^3}\frac{4\times 105}{(1+0{,}11)^4}+\frac{5\times 1105}{(1+0{,}11)^5}\right]=4{,}176$$

A partir de 4,176 ans, le taux de marché n'influe plus sur le prix de l'obligation. Donc à partir de 4,176ans le risque est nul alors que la vie résiduelle de l'obligation est de 5 ans.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

En finance, la sensibilité (en anglais : modified duration) est liée au concept de duration. C'est un indicateur du risque de taux lié à un instrument à taux fixe, comme une obligation.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

Il s'agit de la variation pour 1% de taux (100 points de base) du prix de l'instrument par rapport à son taux actuariel.

Comme, pour la plupart des instruments, le prix augmente lorsque les taux diminuent, on considère plutôt le rapport inverse.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

la sensibilité est donc :

$$S(r) = -\frac{P'(r)}{P(r)}$$

Avec:

r: taux actuariel

P(r): le prix de marché de l’obligation en fonction de r

P′(r): la dérivée du prix de l’obligation par rapport au taux actuariel

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

Schématiquement, une obligation ayant une sensibilité de 5 verra sa valeur baisser d'environ 5% si son taux d'intérêt augmente de 1%, et, inversement, sa valeur va augmenter d'environ 5% si les taux baissent de 1%.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

La sensibilité est donnée par la formule suivante :

$$S = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{n} \frac{t(i) \times F_i}{(1+r)^{t(i)+1}}$$

avec :

P: le prix de l'obligation,

F(i): le flux (coupon et capital) de la période ,

t(i): est l'intervalle de temps, exprimé en années, séparant la date d'actualisation de la date du flux le

r: taux actuariel de l'obligation.

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

On remarque que la sensibilité peut s'exprimer en fonction de la duration D:

$$S = \frac{D}{(1+r)}$$

$$S = -\frac{D}{1+r}$$

Mesure du risque
2- Gestion du risque de taux
b- la sensibilité

Exercice:

Soit une obligation qui présente les caractéristique suivante:

Nominal: 1000

taux facial: 8%

Cours:1008

Taux du marché:7,3%

Durée résiduelle de vie: 4ans

Calculez sa sensibilité au taux d’intérêt.

Interprétez le résultat trouvé

Exercice de synthèse sur les obligations

Un investisseur achète une obligation de nominal 10 000 FCFA, assortie d'un taux facial de 11% le 12 Novembre 2009 d'échéance 10ans.

Il revend l'obligation le 23 juin 2010 où les taux actuariels sur le marché sont de 9,5 %

Calculez :

1- Le prix de revente de l'obligation

2- Le coupon couru

3- Le prix au pied du coupon de l'obligation

4- La sensibilité et la duration de cette obligation et les interprétant