

1- Factorielle

La factorielle d'un entier n est définie par:

$$0! = 1$$

$$n! = n * (n-1) * (n-2) * \dots * 1$$

Ecrire une procédure récursive qui rend la valeur de $n!$.

Ecrire une forme itérative correspondant à la forme récursive précédente.

Ecrire une forme récursive terminale correspondant.

2- Fibonacci

Les nombres de **Fibonacci** sont définis par:

$$\text{fib}(0) = 0$$

$$\text{fib}(1) = 1$$

$$\text{fib}(n) = \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2) \text{ pour } n > 1.$$

Ecrire une procédure récursive qui rend la valeur de $\text{fib}(n)$.

Ecrire une forme itérative correspondant à la forme récursive précédente.

Ecrire une forme récursive terminale correspondant.

3- C_n^p

La valeur C_n^p est définie par $C_n^p = n! / (p! * (n-p)!)$.

Ecrire une procédure récursive qui rend la valeur de C_n^p .

Ecrire une forme itérative correspondant à la forme récursive précédente.

4- Palindrome

On appelle "palindrome" un mot ou une phrase qui se lit de la même façon à l'endroit comme à l'envers, sans tenir compte des espaces.

exemple : le mot "ABCBA" est un palindrome.

La phrase "ESOPE RESTE ET SE REPOSE" (sans tenir compte des espaces on obtient le mot "ESOPERESTEETSEREPOSE") se lit de façon identique de la gauche vers la droite ou de la droite vers la gauche.

L'algorithme qui teste si un mot est un palindrome est extrêmement simple:

- un mot de longueur 0 (le mot vide, ou en programmation, la variable string "") est un palindrome
- un mot de longueur 1 (donc une lettre) est un palindrome
- un mot est un palindrome si sa première lettre est identique à sa dernière et si son intérieur (le sous-mot commençant à la deuxième position et finissant à l'avant dernière lettre: dans le cas de "ABCBA" le sous-mot est "BCB") est un palindrome.

On voit donc à cette dernière ligne l'apparition de la récursivité : "un mot est un palindrome si... et si son sous-mot est un palindrome".

Ecrire une fonction récursive terminale de l'opération `palindromert(c)` qui rend vrai si la chaîne de caractères `c` est un palindrome, faux sinon.

Ecrire une forme itérative correspondant à la forme récursive précédente.

5- Anagramme

Un *anagramme* est un mot obtenu par permutation des lettres d'un mot. Par exemple le mot *elisa* possède comme anagrammes *ailles*, *asile*, *esial*, *salies*,.... Bien sûr, parmi ces anagrammes certains mots n'ont aucun sens en

français, comme par exemple *aeils*.

2.1 Combien y-a-t-il d'anagramme du mot PATRICE

2.2 Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot PATRICE :

- commençant et finissant par une consonne ;
- commençant et finissant par une voyelle ;
- commençant par une consonne et finissant par une voyelle ;
- commençant par une voyelle et finissant par une consonne ;

2.3 Ecrire en Java une procédure récursive terminale de l'opération anagramme(c1,c2) qui rend vrai si la chaîne de caractères c1 est un anagramme de la chaîne de caractères c2, faux sinon.
Ecrire en Java une forme itérative correspondant à la forme récursive précédente.

6- HANOI

L'histoire des tours de Hanoi a été découverte en 1883 par le mathématicien français Edouard Lucas. *Lorsque le Dieu hindou Brahma créa le monde, il construisit en son centre le grand temple de Benares avec une tour de 64 disques d'or pur. Ensuite il donna aux moines du temple les instructions de transférer les disques de cette tour selon certaines règles et expliqua qu'un coup de tonnerre ferait disparaître le monde sitôt que ce devoir serait accompli.*

Les règles du jeu

Les disques sont placés par ordre de grandeur, le plus grand à la base et le plus petit au sommet.
On ne dispose que de trois places pour déposer les disques, en comptant la tour 1 déjà complète.
On ne peut transférer qu'un seul disque à la fois, en prenant garde de ne déposer qu'un petit disque sur un plus grand, et non l'inverse. L'exercice est terminé, lorsque la tour 3 est entièrement construite.
Ecrire en Java une fonction récursive puis itérative des Tours de Hanoi.

7- Valeur numérique d'un nombre romain

Un nombre entier naturel est écrit en chiffres romains comme une chaîne de caractères pris dans l'alphabet M, D, C, L, X, V, I.

Ecrire une procédure récursive puis itérative de la conversion d'un nombre de l'écriture romaine à l'écriture décimale habituelle.

On rappelle que les nombres romains sont découpés en 4 tranches: milliers, centaines, dizaines et unités (dans cet ordre). Dans chaque tranche, on écrit de zéro à quatre chiffres et jamais plus de trois chiffres identiques consécutifs. Les tranches nulles ne sont pas représentées. Les chiffres romains sont I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500 et M=1000. par exemple, 49 = XLIX, 703=DCCIII et 2000=MM.

8- Test pair/impair

Utiliser une récursivité croisée (ou mutuelle) pour tester si un nombre entier donné est pair ou impair.

9- Tri à bulles

L'algorithme du tri bulle - ou bubble sort - consiste à regarder les différentes valeurs adjacentes d'un tableau, et à les permuter si le premier des deux éléments est supérieur au second.

L'algorithme se déroule ainsi : les deux premiers éléments du tableau sont comparés, si le premier élément est supérieur au second, une permutation est effectuée. Ensuite, sont comparés et éventuellement permutés les valeurs 2 et 3, 3 et 4 jusque (n-1) et n. Une fois cette étape achevée, il est certain que le dernier élément du tableau est le plus grand. L'algorithme reprend donc pour classer les (n-1) éléments qui précèdent. L'algorithme se termine quand il n'y a plus de permutations possibles. Pour classer les n valeurs du tableau, il faut, au pire, effectuer l'algorithme (parcours du tableau entier) n fois.

Ecrire une procédure récursive puis itérative pour trier par cette méthode une suite donnée de nombres.

10- Nombres premiers

Utiliser le crible d'Erastosthene pour obtenir la liste de tous les nombres premiers (un nombre entier est premier s'il n'est divisible que par 1 et par lui-même) jusqu'à une valeur donnée.

11- Drapeau hollandais

Le problème du drapeau hollandais est de trier un tableau dont les éléments ne prennent que 3 valeurs représentant les couleurs bleu, blanc et rouge. Dans le tableau trié:

- tous les éléments au début du tableau ont pour valeur celle qui représente bleu,
- tous les éléments au milieu du tableau ont pour valeur celle qui représente blanc, et

. tous les éléments à la fin du tableau ont pour valeur celle qui représente rouge.
Il s'agit de réaliser ce tri en permutant les valeurs des éléments et en parcourant une seule fois le tableau.

12- Rang d'un nombre dans une suite croissante

Etant donnée une suite croissante et un entier n supérieur ou égal au premier élément de cette suite, écrire une procédure qui calcule le rang i dans la suite du plus petit p tel que $p \leq n$.