Université ***MOULAY ISMAÏL***

Faculté des sciences juridiques, économiques et sociales

Meknès

Master 1 Economie et stratégies,des institutions financières

Elément du module : Evaluation financière

Thème n° 8

La gestion des options

Réalisé par :

- AIT EL BACHIR Ghizlan
- JANATI Meryem

Encadré par :

Mr. My Ali Rachidi

- Année Universitaire : 2010 – 2011-

Plan

Introduction

Le fondement de l'option part du principe de la rémunération du risque puisque l'option ne peut pas exister quand on connaît l'avenir avec certitude, autrement dit l'option a donc pour fonction de rémunérer le risque lié à l'incertitude de cet avenir. Sa valeur présente la somme de la valeur intrinsèque et la valeur temps et elle dépend d'un certain nombre de déterminants à savoir : la volatilité du sous-jacent, le prix d'exercice, le cours du sous jacent, la durée de vie de l'option, le taux d'intérêt sans risque ainsi que le dividende (ou le coupon), principalement elle est évalué soit par une méthode dite par arbitrage (binomial) ou encore par la méthode basé sur le modèle Black et Scholes.

La composition d'un portefeuille optimale d'options constitue le souci majeur de chaque investisseur, pour se faire une connaissance profonde de l'ensemble des paramètres de sensibilité qui permettent de mesurer précisément le risque assumé et établir soit une stratégie de couverture (se couvrir, c'est ne pas vouloir prendre de risque), de spéculation (accepter le risque où on pari sur le future d'une valeur), ou encore stratégie d'arbitrage (on prend pas le risque, mais on essai de dégager un bénéfice en tirant parti des seuls imperfections susceptible d'apparaitre entre différents marchés), s'impose.

Donc cette phase de prise de position s'avère la plus importante pour tout opérateur, et à notre tour on se demande à ce niveau : ***Comment assure-t-on une position optimale d'un portefeuille d'options tout en se basant sur les outils de gestion « les grecques »?***

Axe 1 : Concepts et généralités des options

1- Options : Définition, types et caractéristiques :

Une option est un contrat prévoyant l'achat ou la vente d'un titre donné à un prix et dans un délai fixé d'avance, elle est un contrat entre deux parties par lequel l'une accorde à l'autre le droit (mais non l'obligation) de lui acheter **(option d'achat)** ou de lui vendre **(option de vente)** un actif financier, moyennant le versement d'une somme d'argent **(la prime de l'option).**

L'achat (ou la vente) de cet actif se fera à un prix déterminé (prix d'exercice), durant une période (période d'exercice pour les options dites américaines), ou à une date précise (date d'exercice pour les options dites européennes). La valeur d'une option est la somme de sa valeur intrinsèque et de sa valeur temps.

A partir de cette définition, on peut dégager les cinq caractéristiques suivantes :

- **<u>la nature de l'option (call ou put) :</u>** les options d'achat (appelées "Call") et les options de vente (appelées "Put"). Le call est donc, pour celui qui l'achète à celui qui l'a émit, une option d'achat à terme sur un actif sous-jacent . Le put est de son côté une option de vente à terme sur un actif sous-jacent (la subtilité inhérente à la compréhension du mécanisme d'un put est donc que celui qui l'achète le fait dans le but de vendre – le porteur d'un put l'achète donc dans le but de vendre à terme un sous-jacent).

- **<u>prix d'exercice (strike)</u> :** Le prix d'exercice, c'est le prix auquel peut être acheté ou vendu l'actif sous-jacent. C'est-à-dire le prix du sous-jacent sur lequel les deux parties sont mis d'accord au moment de conclusion du contrat.

- **<u>l'actif sous-jacent :</u>** Les options les plus connues visent des actions ordinaires et sont appelées options sur actions. Les explications données ici portent essentiellement sur ce type d'options. Il faut toutefois savoir qu'il y a des options sur d'autres types de valeurs, dont les bons du Trésor des États-Unis, les effets et traites, les principales devises étrangères et les différents indices boursiers.

- **La date ou la période d'exercice :** Pour chaque option il existe une date de maturité. Si le détenteur de l'option a le droit d'exercer son option pendant toute la durée de l'option, on parle d'option américaine (période d'exercice). Si le détenteur de l'option n'a pas le droit de l'exercer qu'à une date bien déterminée, on parle d'option européenne (date d'exercice).

  - **Option américaine :** Les options américaines peuvent être exercées à tout moment, pendant une période donnée.
  - **Option européenne:** Les options européennes ne peuvent être exercées qu'à une date précise : leur échéance.

- **le prix de l'option (la prime ou premium) :** Le montant qu'un acheteur verse à un vendeur pour obtenir le droit d'acheter ou de vendre un contrat s'appelle tout simplement le prix. Il est bien sûr versé par l'acheteur au vendeur qui trouve ainsi une compensation financière à une situation dans laquelle il a toutes les obligations et aucun droit.

Quelle que soit la nature de l'option, c'est à son acheteur qu'il appartient de décider si elle sera ou non exercer, l'émetteur est toujours soumis à la décision de l'acheteur. Ainsi avant son échéance, l'option peut être négociée et échangée sur le marché. Au-delà de l'échéance prévue, elle cesse d'exister et perd toute valeur.

Une option est dite :

- **dans la monnaie** (*in the money* ou ITM) lorsque son prix d'exercice est inférieur au prix de son actif sous-jacent (pour un call) ou supérieur au prix de son actif sous-jacent (pour un put) ;
- **hors de la monnaie** (*out of the money* ou OTM) dans le cas contraire ;
- **à la monnaie** (*at the money* ou ATM) si le prix d'exercice est égal au cours actuel de l'actif sous-jacent de l'option.

1- Les motivations de l'utilisation de l'option :

Elle peuvent être classées en trois catégories :

- **La couverture :** l’option est assimilée à un contrat d’assurance qui offre à son utilisateur la possibilité de protection contre une évolution défavaroble des cours du sous-jacent ;
- **La spéculation :** elle permet à un intervenant de prendre une position spéculative sur un sous-jacent, sans pour autant subir une perte en cas d’anticipation erronée.
- **Le trading de volatilité :** consiste à acheter ou vendre de la volatilité c’est à dire acheter ou vendre selon les anticipations.

1- Les stratégies de base sur les options :

Diverses stratégies peuvent être adoptées sur la base des options :

- **L’achat d’un call :** permet de se premunir contre la hausse du sous-jacent (couverture) .
- **L’achat d’un put :** corespond à une anticipation de stabilité ou de baisse du sous-jace
- **La vente d’un call :** corespond à une anticipation de stabilité ou de baisse du sous-jacent ;
- **La vente d’un put :** corespond à une anticipation de hausse du sous-jacent ;

6- La valeur de l'option :

La valeur d'une option est égale à la l'addition de sa valeur intrinsèque et de sa valeur temporelle, donc pour pouvoir bien comprendre la valeur d'une option on doit d'abord définir ces deux concepts .

Donc la valeur de l'option se formulecomme suit :

Prix d'une option = Valeur intrinsèque + Valeur temps

a : La valeur intrinsèque :

La valeur intrinsèque d'une option à un instant donné peut être définie comme la valeur qu'elle présenterait si son détenteur l'exerçait immédiatement.

Dans le cas d'une option d'achat, la valeur intrinsèque est positive si le cours de l'action sous-jacente est supérieur au prix d'exercice et elle est égale à la différence de ces deux éléments ; l'option est alors dite en dedans ou « in the money ». si le cours de l'action est égal au prix d'exercice, l'option qui serait exercer immédiatement ne présenterait aucun intérêt ; sa valeur intrinsèque est donc nulle et elle est dite à parité ou « at-the-money ». la valeur intrinsèque serait également nulle si le cours de l'action est inferieur au prix d'exercice on dit alors que l'option est « en dehors » ou « out of the money ».

La situation est exactement inverse dans le cas de l'option de vente. La valeur intrinsèque de l'option sera négative ou nulle si le cours de l'action est supérieur ou égal au prix de l'exercice, elle sera par contre positive si le cours de l'action est inférieur au prix de l'exercice. Et on dira que l'option est en dedans, à parité ou en dehors selon que le cours de l'action sous-jacente sera inferieur, égal ou supérieur au prix d'exercice

b- La valeur temps :

La valeur temps de l'option à un instant donné est positive dans la mesure où le marché estime que l'évolution du cours permettra d'exercer l'option de manière plus profitable à une date ultérieure. Ainsi, par exemple, dans le cas d'une option dont la valeur intrinsèque serait nulle, il est possible que l'évolution du cours à la hausse s'il s'agit d'une option d'achat, à la baisse s'il s'agit d'une option de vente, permettrait, si l'on était à l'échéance, d'exercer l'option avec profit. Tant que le marché n'exclut pas cette possibilité, il sera prêt à payer un certain prix pour acquérir cette option ; ce prix est précisément la valeur temporelle ou valeur temps de l'option qui est dans ce cas positive.

1- Les facteurs influencant la valeur de l'option :

La valeur d'une option dépend généralement de cinq paramètres ; à savoir :

- ✓ La valeur **(S)** du titre sous-jacent : quand **S** augmente, la valeur C du call est bon marché et plus le put diminue, puisque le prix d'exercice E est fixé .

- Le prix d'exercice **(E)** : plus ce dernier est élevé, plus le call est bon marché et plus le put est cher , puisque en cas d'exercice, E sera payé par le détenteur du call est encaissé par le détenteur du put .
- La volatilité **(σ)** du titre sous-jacent ***:*** celle-ci est mesuré par l'écart type de la distribution du taux de rentabilité du support . plus le cours du titre est volatil ; plus il a de chance, au terme d'une période donnée ; de s'élever au dessus du prix d'exercice (ce qui est favorable au Call) et plus il a de chance aussi de descendre au dessus de celui-ci (cas favorable au put) .

Ceci implique que le Call et le Put sont d'autant chers que la volatilité du sous-jacent est forte.

- La maturité de l'option : c'est la durée **(T)** qui sépare une option de son échéance. Elle exerce un double effet sur la valeur du prime, à travers la volatilité d'une part et le loyer de l'argent d'autre part .
- Le taux d'intéret **(r)** : en tant que d'opportunité d'un placement alternatif , le loyer de l'argent influence la valeur des options.

Axe 2 : Gestion des options :

1- Analyse de la sensibilité d'une position d'une option :

Pour utiliser de manière optimale les options et pour gérer efficacement un portefeuille qui en contient, il est nécessaire de quantifier l'impact sur leurs valeurs d'une modification des variables qui les influencent. Cette section est ainsi consacrée à l'examen des différentes dérivées partielles qui mesurent cet impact. Les modèles de type BS permettent le calcul explicite de toutes ces dérivées.

A- Impact des fluctuations du sous-jacent: le Delta et le Gamma :

- ***Le Delta***

Le delta est la dérivée de la fonction de la valeur de l'option par rapport au cours de l'actif sous-jacent S, cette dérivée partielle est comprise entre -1 et 1.

Sa signification correspond à la question suivante: de combien varie la valeur de l'option lorsque l'actif sous-jacent varie d'une unité monétaire? Il mesure donc la sensibilité de la valeur de l'option aux fluctuations du cours du sous-jacent.

Ainsi il découle de sa définition que le delta est la pente de la tangente à la courbe représentant le prix de l'option en fonction du cours du sous jacent et que, au premier ordre, pour une petite variation du sous-jacent, on a :

Variation de la valeur de l'option = $\delta_{option} \times$ variation du prix du sous-jacent

Dans le model de BS le delta correspond a la formule suivante :

▪ Pour un call

$$\boldsymbol{\delta_c} = \frac{\partial C}{\partial S} = \mathbf{N\,(d_1)} \qquad \text{donc } 0 < \delta_C < 1$$

▪ Pour un put

$$\boldsymbol{\delta_p} = \frac{\partial P}{\partial S} = \mathbf{-\,1 + N\,(d_1)} \qquad \text{donc : } -1 < \delta_p < 0$$

- $N(d_1)$ est la fonction de densité cumulée de la loi normale, comprise entre 0 et 1.
- d_1 est $\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T\right]$

Un delta de 1 signifie par exemple qu'une hausse de 10Dhs du cours de l'action X entraine une variation de 10Dhs du prix du call X ;

Un delta proche de 0 signifie que le prix de l'option réagit très peu aux variations de prix du sous jacent, et on dit que la position en option est « delta-neutre » ;

Il est important de retenir quelques repères fondamentaux :

- ✓ Un call à un delta positif compris entre 0 et 1 (en raison de la corrélation positive entre la valeur de l'option et le cours de l'actif sous-jacent) ;
- ✓ Un put a un delta négatif compris entre 0 et -1 (en raison de la corrélation négative entre la valeur de l'option et le cours du sous-jacent) ;
- ✓ Le sous-jacent a un delta de 1 ; l'actif sans risque a un delta nul ;
- ✓ Une option (d'achat ou de vente) à la monnaie a souvent un delta voisin de 0,5 (elle a approximativement une chance sur deux de terminer dans la monnaie) ;

- ✓ Une option fortement dans la monnaie à un delta proche de 1 ;
- ✓ Si l'option est fortement hors de monnaie, son delta est proche de 0 ;

Ce qui peut être plus expliqué dans le tableau suivant :

	Hors de la monnaie	A la monnaie	Dans la monnaie
Option d'achat	0 < Delta < 0,5	Delta = 0,5	0,5 < Delta < 1
Option de vente	-0,5 < Delta < 0	Delta = 0,5	-1 < Delta < 0,5

L'intérêt du delta est manifeste quand il s'agit de former un portefeuille localement insensible à une petite variation du cours du sous-jacent : un portefeuille composé d'un call long et de –N (d_1) sous-jacent court a un delta global nul, comme celui composé d'un put long et de (1-N (d_1)) sous-jacent long. Plus généralement, une position de sous-jacent, calls et put, dont le delta global est nul, est dite delta neutre. C'est, par exemple, la position des market-markers qui refusent en général de prendre un pari sur les sens de l'évolution du support.

Plus généralement, il est possible, en modifiant la composition du portefeuille, d'obtenir n'importe quel niveau de sensibilité à la variation du support (c'est-à-dire aussi n'importe quel degré de couverture) puisque le delta du portefeuille est la somme des deltas de ses constituants :

$$\boldsymbol{\delta_{port} = \sum n_i \, \delta_i + n_s}$$

Où n_i est la quantité d'option i détenues.

Étant entendu que les calls et les put (de différents prix et dates d'échéance) sont écrits sur le même support et que n_s désigne la quantité détenue dudit support ; n_i est positifs ou négatif selon que la position est longue ou courte.

Les utilisations du delta :

- La couverture des vendeurs d'options
- La couverture du risque de change et de taux d'intérêt
- L'assurance de portefeuille

Exemple :

Soit un call et un put européens, écrit sur un sous-jacent au comptant valant 500, le prix d'exercice et de 520 et de maturité 90 jours, le taux d'intérêt à 3 mois est de 9,5% et la volatilité du sous-jacent a été estimée à 5,547% en données hebdomadaires.

Les calculs donnent :

- $T\text{-}t = 90/365 = 0{,}245753$
- $r = \ln(1{,}095) = 0{,}09075$
- $\sigma = 0{,}05547 \times \sqrt{52} = 0{,}4$
- $K e^{-r(T-t)} = 508{,}493$
- $d_1 = 0{,}0145127$ $N(d_1) = 0{,}50579056$
- $d_2 = -0{,}1841101$ $N(d_2) = 0{,}42696356$
- $C = 500\,N(d_1) - 507{,}493\,N(d_2) = 35{,}79$
- $P = C - S + K e^{-r(T-t)} = 44{,}28$

Le delta du call est égale à N (d_1)= 0,506, celui du put à - 0,494, l'élasticité du call est égale à 7,069 et celle du put à -5,578 : le call est relativement 7fois plus sensible et le put 5,6 fois plus sensible que leur support commun.

- ***Le gamma :***

Comme nous l'avons déjà mentionné, la couverture d'une position d'option à delta neutre exige un réajustement continu de la couverture, liée aux variations du delta. L'impossibilité matérielle de traiter en continu, ou l'absence de prix sur le marché du sous-jacent en cas de crise brutale, rendent la couverture à delta neutre imparfaite, et exposent le gestionnaire à un risque de variation du delta.

D'où la nécessité du calcul de gamma, qui est la dérivée du delta, ou encore la dérivée seconde du prix de l'option par rapport ou cours du sous-jacent.
Donc il a pour objet de mesurer l'évolution du delta aux variations de la valeur de l'actif sous-jacent.

Aussi il indique si le prix de l'option a tendance à évoluer plus ou moins vite que le prix du sous jacent. Par analogie, on peut comparer le delta à la vitesse et le gamma a l'accélération.
Il est identique pour le call et le put. Sa valeur est donnée par le modèle de Black et Scholes comme suit :

$$\Gamma_c \equiv \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{\partial \delta_C}{\partial S} = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T-t}} \geq 0$$

$$\Gamma_p \equiv \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} = \frac{\partial \delta_P}{\partial S} = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T-t}} = \Gamma_c \geq 0$$

- Un gamma faible indique que les variations constatées sur le sous-jacent ont peu d'effet sur le delta de l'option-cas des vendeurs d'optons couverts à delta neutre-.
- A l'inverse, un gamma élevé indique que les variations du sous-jacent agissent fortement sur le delta- cas des acheteurs d'option couverts à delta neutre-.

- Comme le delta, le gamma est additif et $\boldsymbol{\Gamma_c = \sum n_i \Gamma_i}$

<u>Exemple</u>

Dans le cadre de l'exemple précédent, le gamma du call (et celui du put) est égale à 0,004 (N'd1 = 0,3989) : pour une hausse d'un euro du support, le delta du call ou celui du put augmente ou diminue de 0,004 : δ_c=0,510 et δ_p = -0,490

A- L'impact du temps: le Thêta

Le thêta mesure la sensibilité du prix de l'option au temps qui passe. Il est exprimé par la dérivée première du prix par rapport au temps.

Il est « le cout » ou « gain » du temps qui passe sur un portefeuille d'option, il évalue combien le passage du temps influence sur la valeur d'une option.
Le thêta est généralement négatif puisque la valeur de l'option diminue à mesure que

le temps le séparant de son échéance s'écoule, le temps a donc un effet négatifs sur une position acheteur d'option, et un effet positif sur une position vendeuse. Le vendeur d'option espère encaisser la valeur temporelle qui diminue chaque jour.
Avec le modèle de BS on obtient :
Pour un Call européenne sur une action ne versant pas de dividendes :

$$\Theta_c \equiv \frac{\partial C}{\partial t} \equiv - \frac{\partial P}{\partial T} = - \frac{S\sigma}{2\sqrt{T-t}} N'(d_1) - rKe^{-r(T-t)} N(d_2) < 0$$

Avec $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Notons qu'en vertu de la parité call-put, on a : $\theta_p = \theta_c + r\,K\,e^{-r(T-t)}$,

ce qui montre que $\Theta p > \theta_c$ et explique pourquoi les puts européens très dans la monnaie peuvent avoir un thêta positif.

Comme pour les autres paramètres grecs, il est important d'interpréter les résultats obtenu :

- ✓ Les options ont en général un thêta négatif ;
- ✓ une position longue en options est donc (en général) thêta-négative, une position courte thêta-positive ;

- ✓ Le sous-jacent a un thêta nul ;
- ✓ Le thêta d'une option est maximum autour de la monnaie ;
- ✓ Pour les options proches de la monnaie, le thêta augmente lorsque l'option se rapproche de son échéance ;
- ✓ Comme le delta et le gamma, le thêta est une grandeur additive et le thêta d'un portefeuille est la somme algébrique des thêtas de ses composantes ;
- ✓ Les valeurs temps diminue plus rapidement quand l'option est dans la monnaie, et quand l'option est proche de l'échéance.

On peut déduire intuitivement que le gamma et le thêta sont de sens opposé et de niveau voisin en valeur absolue :

- une position de fort thêta positif a nécessairement un fort gamma négatif. Cette dernière assertion est illustrée par les positions vendeurs d'options courtes à la monnaie.
- Parallèlement, une position de faible thêta positif a un gamma négatif faible : c'est le cas des positions acheteurs d'options longues, qui réagissent peu au passage du temps, mais ne génèrent que de faibles gains de volatilité réelle .les positions vendeurs de warrants longs (5ans par

exemple) sont très faciles à gérer en delta à l'origine. Mais attention, une option longue deviendra un jour une option courte, et le gamma deviendra plus grand, C'est pourquoi les vendeurs de warrants longs sur actions ou indices boursiers gèrent leurs positions les premiers années sur le sous-jacent, puis achètent des options pour se couvrirent lorsque l'échéance se rapproche.

- ***Exemple***

Avec le même exemple, le thêta du call est égale à – 0,270 et celui du put à 0,153, les options perdent approximativement 27 et 15, 3 centimes par jours.

C- La sensibilité au taux d'intérêt : Le rho ρ

Le rho mesure l'influence d'une variation du taux d'intérêt r sur la valeur des options.

Par définition, le rho est en effet la dérivée partielle de la prime par rapport au taux (en principe la valeur du call augmente et celle du put diminue quand le niveau des taux s'élève), on obtient avec le modèle de BS[1] :

$$\rho_c \equiv \frac{\partial C}{\partial r} = (T-t)\ K\ e^{-r(T-t)}\ N(d2) > 0$$

$$\rho_p \equiv \frac{\partial P}{\partial r} = (N(d2) - 1)\ (T-t)\ K\ e^{-r(T-t)} < 0$$

La sensibilité au taux traduite par le rho s'interprète utilement à partir du portefeuille qui synthétise portefeuille qui synthétise l'option : rappelons que ce portefeuille dupliquant est composé d'un zéro-coupon dont la maturité coïncide

[1] La démonstration des deux relations se trouve dans l'annexe.

avec celle de l'option (position courte pour un call et longue pour un put) et d'une quantité de sous-jacent égale à delta (position longue pour un call et courte pour un put). Le risque traduit par le rho est celui d'une variation du prix du zero-coupon ; de ce point de vue, c'est un risque « systémique » au risque de variation du prix support lié au delta. Toutefois, cette sensibilité est souvent ignorée car son importance quantitative n'est en général pas du même ordre que celle du delta puisque la volatilité du zero-coupon est le plus souvent faible que celle du support, surtout pour les options de courte maturité. En outre, un opérateur sur actions sous-traite souvent la gestion du risque de taux à un opérateur spécialisé, en lui demandant régulièrement de lui acheter (ou vendre) les zero-coupon dont il a besoin pour annuler sa sensibilité rho. Des lors, l'operateur sur action supposera sa position rho-neutre.

<u>Exemple :</u>

Suivant les exemples précédents. Le rho du call est de 0.535 et celui du put de -0.718 : le call gagne 54 centimes et le put en perd 72 si le taux d'intérêt augmente de 9.5% à 10.5%.

Le risque de taux entachant une option sur taux, c'est-à-dire dont le sous-jacent est un titre à revenus fixes (ou un contrat à terme sur un tel titre) mérite une mention particulière. Dans ce cas, le prix $S(t,r)$ du sous-jacent est déterminé par un taux d'intérêt r et on écrit utilement la valeur O d'une option sous la forme : $O(t, S(t,r))$, $O(.)$ *étant égale à* $C(.)$ ou $P(.)$ selon qu'il s'agit d'un call ou d'un put. Dès lors:

$$\frac{dO}{dr} = \frac{\partial O}{\partial r} + \frac{\partial O}{\partial S}\frac{\partial S}{\partial r} \quad = \rho \quad + \quad \delta \times Variation(S)$$

La variation au taux de l'option s'analyse donc comme *la somme de deux composantes* : la « Variation directe » égale au rho (et égale à la variation de la composante « zéro-coupon » du Portefeuille dupliquant), et la « variation indirecte » (plus importante pour les supports Obligataires) égale au produit du delta de l'option par la variation au taux du support.

D-La sensibilité au taux de dividende

Les sensibilités des options standards sont données en Annexe 1 dans le cadre du modèle de Merton où le support verse un taux de dividende continu. Il est alors utile de calculer la sensibilité au taux de dividende *c*.

On obtient facilement, en utilisant les résultats de l'Annexe :

$$\frac{\partial C}{\partial c} = -(T-t)\ S\ e^{-c(T-t)}\ N(d1) < 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial c} = (T-t)\ S\ e^{-c(T-t)}\ (1-N(d1)) > 0$$

La gestion du risque de dividende est souvent négligée dans les présentations théoriques alors qu'elle joue un rôle non négligeable en pratique. Comme on peut le voir dans l'Annexe 1, la présence du dividende dans la formule de Merton implique que le delta de l'option fait désormais apparaître un terme multiplicatif *e-c*(*T-t*). Le changement de taux de dividende affectera (toutes choses égales par ailleurs) le delta de l'option. C'est la raison pour laquelle le risque de dividende peut être analysé comme un risque d'incertitude sur le delta, et donc assimilé à un risque de type gamma (c'est-à-dire un risque de variation du delta). Ce raisonnement intuitif est pertinent. Il est cependant important d'annuler ce risque de façon spécifique, si le marché le permet, à l'aide des outils adaptés que sont les futures (le futures ne porte pas le risque de dividende du support) et les swaps de dividende qui permettent de cristalliser les niveaux des dividendes à venir.

Tableau récapitulative des formules de calcule des paramètres grecs

	call	**put**
δ	$N(d_1) > 0$	$-N(-d_1) < 0$
Γ	$\frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T-t}} > 0$	$\frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T-t}} > 0$
Θ	$-\frac{S\sigma}{2\sqrt{T-t}}N'(d_1) - rKe^{-r(T-t)}N(d_2) < 0$	$-\frac{S\sigma}{2\sqrt{T-t}}N'(d_1) + rKe^{-r(T-t)}(1-N(d_2)) \lesseqgtr 0$
ρ	$(T-t)K e^{-r(T-t)}N(d_2) > 0$	$(N(d_2) - 1)(T-t)Ke^{-r(T-t)} < 0$
υ	$\sqrt{T-t}\; S N'(d_1)$	$\sqrt{T-t}\; S N'(d_1)$

2- Principe et modalités de gestion d’un portefeuille d’option

Les différentes sensibilités définies dans la partie précédente permettent de décrire et de contrôler les variations de valeur des portefeuilles sur de courts intervalles de temps. Ils constituent de ce fait des outils indispensables pour gérer les risques inhérents aux portefeuilles comprenant des options et pour conduire des

tratégies dynamiques sur de tels portefeuilles.

Le passage de la sensibilité d’une option à la sensibilité d’un portefeuille d’options ne pose aucun problème particulier. La dérivée d’une somme de fonction étant égale à la somme des dérivées de chacune fonction (propriété additive de la dérivée), la sensibilité d'un portefeuille de positions à un paramètre donné est simplement la somme des sensibilités de chacune des positions. A titre d'exemple, le delta d'un livre d'options est égal à la somme algébrique des deltas de chacune des positions :

Delta d'un livre de n positions = $\sum_{i=1}^{n} delta\ i$

Par analogie, le Véga, le thêta et gamma d'un portefeuille sont égaux à la somme des Véga, thêta et gamma individuels. Ce raisonnement repose cependant sur l'hypothèse implicite que les variables sous- jacentes se comportent strictement de la même manière : si tel est le cas du temps qui passe, la volatilité implicite peut en revanche varier différemment selon la ligne d'option.

Le Véga net d'une position d'options est alors calculé à l'aide d'une courbe par terme de volatilité implicite et devient :

Véga net d'un portefeuille P de n lignes = $\sum_{i=1}^{n} \frac{dp}{d\ \sigma i} d\sigma i$

Où σi est la volatilité implicite de la ligne d'option i. cette écriture permet de prendre en compte la double structure, par terme et par prix d'exercice, des volatilités implicites.

Vis-à-vis de la structure par terme, l'immunisation contre le risque de volatilité implicite est un problème de même nature que celui de la protection contre la déformation de la courbe des taux, et le Véga un indicateur aussi fragile que la durati

A- **Gestion de la position delta**

Les livres d'options sont traditionnellement gérés à delta neutre (delta global nul). Les « vrais » opérateurs sur options considèrent en effet que la position delta d'un portefeuille n'est pas propre à une position d'options, et doit en conséquence être annulée par une position delta symétrique. La couverture à delta neutre s'est imposée de manière d'autant plus naturelle qu'elle est le fondement même de l'évaluation des options : en ouvrant une position delta symétrique de cette attachée à l'option, la position globale devient sans risque, car insensible aux variations de cours, et doit en conséquence rapporter le taux d'intérêt sans risque. L'annulation systématique de la position delta par le gestionnaire de livre explique leur désintérêt vis-à-vis du sens d'évolution du cours du sous – jacent, voire leur assimilation des calls et puts : l'acheteur d'un call couvert à delta neutre est dans la même position que l'acheteur d'un put couvert à delta neutre. La frontière n'est pas entre les calls et les puts, mais entre les achats et les ventes d'options. Car une position de delta neutre est une position de gamma. Une position de gamma négatif souffre de la volatilité réelle du sous-jacent, mais se valorise avec le passage du temps ; une position de gamma positif aime la volatilité réelle, mais souffre du passage du temps.

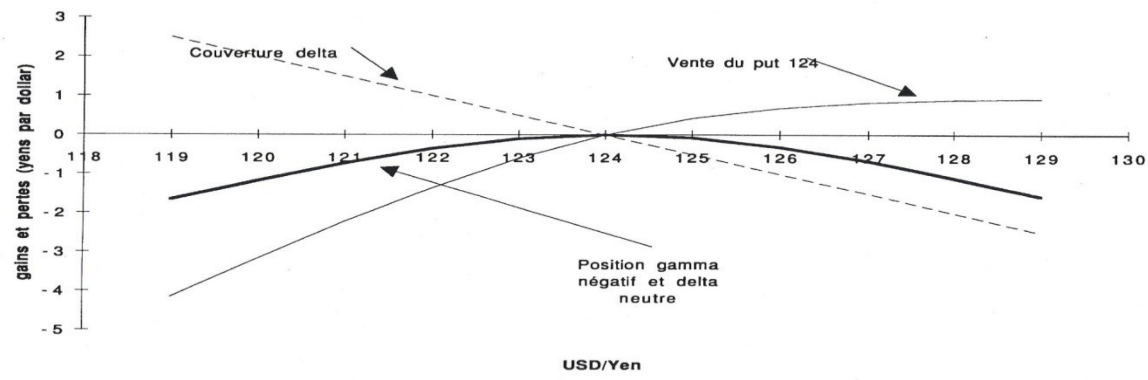
La couverture à delta neutre est la substitution d'une position de volatilité réelle et passage du temps à une position directionnelle. Le risque est bien sur renforcé sur les positions de gamma négatif, c.à.d. vendeurs d'options. Les difficultés de réajustement du delta, en cas de choc brutal à la hausse ou à la baisse du marché plus élevées que les gains liés au passage du temps.

Les risques attachés à une position de delta neutre et gamma négatif peuvent conduire certains gestionnaires à finalement lui préférer une position delta positif ou négatif, c.à.d. directionnelle.

Prenons l'exemple d'un Maret- maker sur options, qui, la veille des élections américaines de 1992, se retrouve vendeur d'une put-dollar/call-yen 1 semaine à la monnaie sur 100 millions de dollars, acheté par un gros spéculateur jouant une baisse violente du dollar dès le résultat des élections. La couverture à delta neutre le conduit à vendre 50 millions de dollar-yen, se retrouvant en gamma négatif. Tout mouvement important du dollar-yen après les élections se traduit par une perte de gamma. En cas de baisse, et dans l'impossibilité de réajuster en continu la position, la perte sur le put-dont le delta va augmenter sera supérieure au gain réalisé sur la couverture delta. En cas de hausse, le gain sur le put dont delta va diminuer sera surcompensé par la perte sur la couverture delta. Cette position rend la Market maker prisonnier de la volatilité réelle, sans réelle responsabilité sur la performance de sa position. Il peut finalement préférer prendre une position directionnelle, en « sous couvrant »ou « sur-couvrant » sa position delta. **S**

sa position delta. S'il croit à la baisse du dollar après l'élection de B.clinton, il peut sur-couvrir sa position en vendant un montant de dollars supérieur au delta, 75 millions par exemple. En cas de hausse de la monnaie américaine, sa perte sur le put, malgré l'effet- gamma, restera inférieure au gain sur la position de couverture. Mais à l'inverse, en cas de hausse de la monnaie américaine, le gain sur le put sera largement inférieur à la perte sur la couverture, en raison de l'effet –gamma d'une part, de la sur-couverture d'autres part.

Les schémas illustrent les deux stratégies de gestion de la position vendeur de put dollar-yen.



B-Gestion de la position gamma

Le gamma d'un portefeuille d'options, noté Γ, est le taux de variation de delta du portefeuille en fonction de la valeur de l'actif sous-jacent. C'est la dérivée seconde de la valeur du portefeuille par rapport au cours de l'actif **: Γ=** $\frac{d2\Pi}{dS2}$

Si le gamma est faible, le delta varie lentement, et il n'est pas nécessaire d'ajuster fréquemment le portefeuille pour maintenir un portefeuille delta-neutre. Par contre, si le gamma est important en valeur absolue, le delta est très sensible aux variations du cours de l'actif sous-jacent.

- Le suivi de la position d'un portefeuille est facilité lorsque le delta est stable.
- Le gamma global d'un portefeuille est égal à la somme des gammas des options qui le composent.
- Le gamma global indique la position en options d'un portefeuille :

Gamma positif : position achat d'options

Gamma négatif : position vendeur d'options

Gamma neutre : position neutre

Généralement, une position dotée d'un **gamma positif**, comme un achat d'options, implique d'ajuster les proportions dans un sens favorable, c'est-à-dire de vendre un actif dont le prix a monté ou en acheter un dont le prix a baissé. Dans le cas de nombreux petits mouvements de marché sans direction particulière, les ajustements de la position apportent donc des gains récurrents. En contrepartie de cet avantage,

3- Applications :

Soit les données suivantes :

- long 1 call européen 100 USD/FRF 3 mois 5.80
- Court 1 put européen 50 USD/FRF 1 an 6.00
- Court 1 put européen 50 USD/FRF 1 mois 5.40
- Court 1 call européen 80 USD/FRF 6 mois 6.20

Le 6 janvier 1994, les données de marché sont:

- USD/FRF : 5.90

Soit les données suivantes :

- long 1 call européen 100 USD/FRF 3 mois 5.80
- Court 1 put européen 50 USD/FRF 1 an 6.00
- Court 1 put européen 50 USD/FRF 1 mois 5.40
- Court 1 call européen 80 USD/FRF 6 mois 6.20

➢ ***<u>1 ère étape: Analyse de la sensibilité du portefeuille</u>***

Le delta par rapport au cours du spot – d'un call européen sur devise s'écrit comme on a vu :

$$\mathbf{S\, e^{(r_D - r_F)t}}$$

$$e^{-r_f t}\ N(d_1),\quad \text{où :}\qquad d_1 = \frac{\mathrm{Ln}\ \dfrac{\quad}{E} + 1/2\ \sigma^2 t}{\sigma \sqrt{t}}$$

L'expression **N (d₁)** est la probabilité qu'une variable aléatoire suivant une distribution normale ait une valeur ≤ $\mathbf{d_1}$. La valeur de cette distribution normale cumulée se lit à partir de la table de la loi normale.

On a :

Delta de la position 1 :

$$d_1 = \frac{\mathrm{Ln}\ \dfrac{5.80\ e^{(3\%)}1/4}{E} + 1/2\ (11\%)^2\ 1/4}{11\%\ \sqrt{1/4}}$$

$$d_1 = -\ 0.1469442$$

Calculons maintenant :

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma)}}\qquad e^{-1/2\ (d_1/\sigma)^2}\quad = \quad 0.49$$

Cette valeur (0.49) correspond dans la table de la loi normale centrée réduite à (0.68793) qui représente **N (d_1).**

Donc :

$$e^{-r_f t}\ N(d_1) = e^{-6\% * 1/4} * 0.68793 = +0.68$$

Alors, le delta de la position 1 = 0.68* 100 = + 68 USD

En appliquant les formules correspondantes, on obtiendra les résultats suivants :

- Delta de la position 2 = 0.41* 50 = +20.5 USD
- Delta de la position 3 = 0.0025 * 50 = +0.125 USD
- Delta de la position 4 = -0.34 * 80 = -27.2 USD

Et on a :

Delta d'un livre de n positions = $\Sigma^{n}_{i=1}\ delta_i$

Donc :

Delta global = +61.425 USD

On applique les dérivées partielles décrites précédemment sur delta, thêta, gamma, et Véga, on obtiendra les résultats suivants:

- Delta : + 61.425 USD (résultat présenté en haut)
- Thêta : -0.087 FRF/jr
- Gamma : légèrement positif
- Véga : -1.295 FRF/% de volatilité implicite

➤ ***<u>Deuxième étape: ajustement de la sensibilité réelle à la sensibilité désirée</u>***

Le portefeuille ci-dessus est à delta positif, gamma légèrement positif, thêta légèrement négatif, et Véga négatif.

Supposons que le risque de Véga soit considéré comme trop élevé, et que les anticipations du gestionnaire soit de plus à la hausse de la volatilité implicite, il va en conséquence ajuster le véga en achetant des options longues (calls ou puts) à la monnaie. Sachant qu'il doit ajuster le delta en vendant du dollar, le gestionnaire peut acheter des puts 1 an à la monnaie sur 123 USD, qui lui permettront d'annuler le delta global, de rentrer du véga positif, et également du gamma positif.

L'effet de ce dernier sera cependant limité, car les options achetées sont longues ; le gestionnaire peut aussi couvrir dans un premier temps le delta en vendant 61.425 USD, puis acheter des options longues à la monnaie, couvertes à leur tour en delta, pour rendre le véga du portefeuille positif.

La première stratégie s'analyse ainsi:

Achat de puts 6.08 1 an sur 123 USD

- Delta : -61.5

- Véga : +2.80 FRF/% volatilité
- Thêta : -0.0123 FRF/jr

La sensibilité du nouveau portefeuille se présente ainsi:

- Delta : neutre
- Véga : +1.505 FRF/% volatilité implicite
- Thêta : -0.0993 FRF/ jr
- Gamma : légèrement positif

Cette configuration correspond aux souhaits du gestionnaire, mais se modifiera dès que de nouvelles positions dans le portefeuille ou que les anticipations du teneur de marché se renverseront. Elle se modifiera égalemdès que les variables qui affectent le prix de l'option changeront, puisque les sensibilités sont elles-mêmes sensibles à ces variables.

Conclusion

Les prix des options changent d'une manière imprévisible en réaction aux modifications de l'offre et de la demande sur les marchés. Dans la mesure où les décisions relatives aux négociations des options sont toujours empreintes d'une certaine urgence, les investisseurs doivent disposer d'instruments de gestion fiables pour gérer « correctement » leurs positions en fonction de l'évolution du marché. Les négociateurs, les teneurs de marché et plus généralement tout investisseur en options doivent disposer d'un modèle théorique leur permettant de connaître la sensibilité de leur position à l'évolution du prix du support, de la volatilité, du temps et des taux d'intérêt. Cette connaissance est fondamentale pour la couverture des portefeuilles et la gestion de la matrice de risque d'un portefeuille d'options , Mais, malgré ces outils et stratégies, les options, qui constituent elles-mêmes des techniques de couverture, restent risquées et amènent parfois à des chocs incontrôlables.

Bibliographies

Ouvrages

- **John Hull** ; « *Gestion des risques et institutions financières* » . édition française réalisé par Christophe Godlewski et Maxime Merli . université Louis Pasteur Strasbourg I ;
- **Didier MARTEAU** ; « *Gestion des risques sur opérations de marché* » . édition ESKA ;
- **Patrice PONCET** et Roland PORTAIT ; « *Finance de marché* ». édition DALLOZ 2008, paris;
- **Bertrand JACQUILLAT & Bruno SOLINK ; «** *Marchés financiers : Gestion de portefeuille et des risques*», édition Dunod, 3ème édition, Paris 1997

- **Robert COBBAUT, Roland GILLET & André VAN DEN BERG : «** Gestion de portefeuille », édition : De Boeck, 4ème édition, 2004.