

Sommaire

Sommaire

Introduction générale.....	4
Chapitre 1 : Caractéristiques du problème d'ordonnancement.....	7
Section1 : définition et Généralités sur les problèmes d'ordonnancement	8.....
Sous-section 1 : Définition.....	8
A : domaines d'application.....	9
Sous-section 2 : Les objectifs.....	9
Sous-section 3 : Les tâches.....	10
Sous-section 4 : Les ressources.....	10
Sous-section 5: Les contraintes.....	11
Section 2: Diagramme de Gantt.....	12
Sous-section 1 : Définition et principe.....	12
Sous-section 2: étapes de Réalisation.....	12
Sous-section 3 : Avantages et les Inconvénients.....	13
A: Avantages.....	13
B: Inconvénients.....	13
Sous-section 4 : Exemple d'application.....	14
Chapitre 2 : Méthodes de résolution de problème d'ordonnancement.....	16

Section1 : L'ordonnancement par la méthode PERT.....	17
Sous-section 1 : Historique.....	17
Sous-section 2 : Définition.....	17
Sous-section 3 : Principes de représentation.....	18
A: Les étapes.....	20
B: Présentations et règles.....	20
C: Classement des activités par niveaux.....	23
D: Calcul des dates des tâches.....	24
E: Identification du chemin critique et des marges.....	25
Sous-section 4 : Exemple d'application.....	26
Section 2: L'ordonnancement par la méthode du potentiel.....	32
Sous-section 1 : Définition et historique.....	32
Sous-section 2 : Principes de représentation.....	33
A: Construction d'un graphe MPM.....	34
B: Lecture d'un graphe MPM.....	34
C: Détermination des dates "au plus tôt" et "au plus tard" dans un réseau...35	
D: Calcul des différentes marges d'une tâche dans un réseau MPM.....	37
1: La marge totale.....	37

.

2: La marge libre.....	
.....	37
3: La marge certaine.....	
.....	38
Sous-section 3 : Exemple d'application.....	40
Conclusion générale.....	
.....	43
Bibliographie.....	
.....	45

Introduction générale

La recherche opérationnelle est une discipline dont le but est de fournir des méthodes pour répondre à un type précis de problème, c'est-à-dire à élaborer une démarche universelle pour un type de problème qui aboutit à la ou les solutions les plus efficaces. La particularité de la recherche opérationnelle est que les méthodes proposées sont des démarches rationnelles basées sur des concepts et outils mathématiques et/ou statistiques.

La Recherche Opérationnelle a pour but d'apporter une démarche scientifique à la résolution de problèmes de décision complexes issus du monde réel. Sa vocation scientifique est donc de construire des modèles formels d'aide à la décision, en particulier les modèles liés à des problèmes d'optimisation, et de proposer des méthodes de résolution efficace de ces modèles.

Plus spécifiquement, la démarche de la Recherche Opérationnelle est fondée sur une modélisation rigoureuse des problèmes réels à traiter résultant d'une collaboration avec des spécialistes du terrain et sur la conception et la mise en œuvre d'algorithmes exacts ou approchés. L'efficacité de ces méthodes nécessite une connaissance approfondie des caractéristiques du problème réel sous-jacent et la recherche de propriétés spécifiques du modèle. Leur évaluation se mesure à la fois sur leur efficacité (complexité, taille des problèmes résolus, ...) et sur l'implémentation pratique des solutions obtenues.

Depuis les années 70, les activités de recherche en Recherche Opérationnelle au niveau mondial n'ont cessé de se développer tant au niveau de ses concepts théoriques et de l'amélioration technique de ses outils d'optimisation qu'au niveau applicatif où elle intervient de manière cruciale dans des secteurs de plus en plus nombreux et diversifiés comme les transports, la production industrielle, la planification, l'informatique, les télécommunications, l'énergie, l'administration,

La raison essentielle de ce développement est la complexification toujours croissante des problèmes d'optimisation qui se posent dans tous les secteurs applicatifs.

Cette complexification est due en particulier à :

- l'accroissement de la taille des problèmes à résoudre;
- la nécessité de prendre en compte un plus grand nombre de contraintes pour travailler sur des modèles plus réalistes;
- l'émergence de problèmes nouveaux liés aux changements dans l'environnement économique et technologique des organisations.

La recherche opérationnelle propose des modèles conceptuels pour analyser des situations complexes et permet aux décideurs de faire les choix les plus efficaces.

Ainsi, La théorie de l'ordonnancement est une branche de la recherche opérationnelle qui s'intéresse au calcul de dates d'exécution optimales de tâches. Pour cela, il est très souvent nécessaire d'affecter en même temps les ressources nécessaires à l'exécution de ces tâches. Un problème d'ordonnancement peut être considéré comme un sous-problème de planification dans lequel il s'agit de décider de .l'exécution opérationnelle des tâches planifiées

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons plus particulièrement aux problèmes d'ordonnements

De cet de fait, notre monographie va se véhiculer autour de deux chapitres à savoir : Caractéristiques du problème d'ordonnement; qui à son tour englobera deux sections : définition et Généralités sur les problèmes d'ordonnement et le diagramme de Gantt. Quant à la deuxième chapitre, intitulée Méthodes de résolution de problème d'ordonnement ; abordera, elle aussi, deux sections d'une importance magistrale, à savoir : L'ordonnement par la méthode PERT. Quant à la deuxième section, il abordera lui L'ordonnement par la méthode du potentiel.

Chapitre 1:

Caractéristiques du problème d'ordonnancement

Chapitre 1 : Caractéristiques du problème d'ordonnancement

Après le rappel de quelques notions centrales en ordonnancement, ce chapitre s'intéresse aussi au diagramme de GANTT

Section1 : définition et Généralités sur les problèmes d'ordonnancement

Sous-section 1 : Définition

Les problèmes d'ordonnancement se rencontrent dans différents domaines, dès lors qu'il est nécessaire d'organiser et/ou de répartir le travail entre plusieurs entités. Plusieurs définitions ont été proposées pour le problème d'ordonnancement on en cite:

«Ordonnancer, c'est programmer l'exécution d'une réalisation en attribuant des ressources aux tâches et en fixant leurs dates d'exécutions. Les différentes données d'un problème d'ordonnancement sont les tâches, les contraintes potentielles, les ressources et la fonction économique. » ⁽¹⁾

« Ordonnancement concerne l'affectation de ressources limitées aux tâches dans le temps, c'est un processus de prise de décision dont le but est d'optimiser un ou plusieurs objectifs ». ⁽²⁾

Eric pinson ⁽³⁾ le définit comme étant « L'organisation dans le temps de l'exécution d'un projet ». Pour Norman Sadeh ⁽⁴⁾, c'est « l'allocation dans le temps de ressources permettant l'exécution d'un ensemble de tâches ». Pour Gotha ⁽⁵⁾, c'est « programmer des exécutions des tâches en leur allouant les ressources requises et en fixant leur dates de début ».

Bref, à partir de toutes ces définitions, on peut dire que l'ordonnancement, décrit l'exécution de **tâches** et l'affectation de **ressources** au cours du temps compte tenu de **contraintes** et de manière à satisfaire des **objectifs**.

A : domaines d'application

Les problèmes d'ordonnancement sont très variés. On peut les rencontrer dans de très nombreux domaines comme dans:

- Projets : gestion de projets, par exemple : la conception (de bâtiments, de produits, de systèmes, . . .);
- Production : ateliers de production....a pour objet la recherche d'une organisation efficace de la production des biens et des services;
- Administration : gestion de ressources humaines, emplois du temps....
- Informatique : exécution des programmes, optimisation de code....

Sous-section 2 : Les objectifs

Résoudre un problème d'ordonnancement c'est avant tout choisir ce que l'on veut optimiser. Selon le critère que l'on cherche à minimiser ou maximiser, on peut choisir entre deux grands types de stratégies, visant respectivement à l'optimalité des solutions, ou plus simplement à leur admissibilité.

Comme critères, on notera particulièrement ceux :

● **liés au temps :**

- Le temps total d'exécution ou le temps moyen d'achèvement d'un ensemble de tâches ;
- Le stock d'en-cours de traitement ;
- Différents retards (maximum, moyen, somme, nombre, etc.) ou avances par rapport aux dates limites fixées ;

● **liés aux ressources :**

- La quantité totale ou pondérée de ressources nécessaires pour réaliser un ensemble de tâches ;
- la charge de chaque ressource ;
- liés à une énergie ou un débit ;
- liés aux coûts de lancement, de production, de transport, etc., mais aussi aux revenus, aux retours d'investissements.

Sous-section 3 : Les tâches

Une tâche est une entité élémentaire localisée dans le temps par une date de début et/ou de fin, dont la réalisation nécessite une durée, et qui consomme un moyen selon une certaine intensité. ⁽⁶⁾

Sous-section 4 : Les ressources

La ressource est un moyen technique ou humain destiné à être utilisé pour la réalisation d'une tâche et disponible en quantité limitée, sa capacité. Plusieurs types de ressources sont à distinguer :

Une ressource est renouvelable si après avoir été allouée à une ou plusieurs tâches, elle est à nouveau disponible en même quantité (les hommes, les machines, l'équipement en général); la quantité de ressource utilisable à chaque instant est limitée.

Dans le cas contraire, elle est consommable (matières premières, budget) ; la consommation globale (ou cumul) au cours du temps est limitée. Une ressource est doublement contrainte lorsque son utilisation instantanée et sa consommation globale sont toutes deux limitées (l'argent en est un bon exemple). ⁽⁶⁾

Qu'elle soit renouvelable ou consommable, la disponibilité d'une ressource peut varier au cours du temps. Sa courbe de disponibilité est en général connue a priori, sauf dans les cas où elle dépend du placement de certaines tâches génératrices. On distingue par ailleurs - principalement dans le cas de ressources renouvelables - les ressources disjonctives (ou non partageables) qui ne peuvent exécuter qu'une tâche à la fois (machine-outil, robot manipulateur) et les ressources cumulatives qui peuvent être utilisées par plusieurs tâches simultanément - mais en nombre limité - (équipe d'ouvriers, poste de travail).

Sous-section 5 : Les contraintes

Les contraintes expriment des restrictions sur les valeurs que peuvent prendre certaines variables. On distingue deux types de contraintes : les contraintes temporelles et les contraintes de ressources. ⁽⁷⁾

Les contraintes temporelles comprennent les contraintes de temps alloué, qui correspondent généralement aux impératifs liés aux tâches (délais de livraisons, disponibilité des approvisionnements) ou encore à la durée totale d'un ordonnancement. Elles comprennent les contraintes d'antériorité ou de précédence qui correspondent à des contraintes de cohérence technologique qui positionnent les tâches les unes par rapport aux autres. Elles comprennent aussi les contraintes de calendrier qui correspondent, par exemple, aux plages horaires de travail, etc.

Les contraintes de ressources, quant à elles, traduisent la disponibilité des ressources et le fait qu'elle soit en quantité limitée. Deux types de contraintes de ressources, liées à la nature cumulative

ou disjonctive des ressources, peuvent alors être distingués. Les ressources disjonctives ne peuvent être utilisées que par une tâche à la fois. Les ressources cumulatives, quant à elles, peuvent être utilisées par plusieurs tâches simultanément, comme dans le cas d'un ensemble de ressources, par exemple. ⁽⁸⁾

Avant d'aborder les techniques de représentation d'un problème d'ordonnancement, dans le cadre du chapitre Deux nous allons commencer par un moyen de représenter une solution, nommée le diagramme de Gantt, ce diagramme sert à représenter simplement une solution et il est composé de deux graphiques. La première montre l'exécution de tâche en fonction du temps et l'autre nous informe sur les ressources qui sont consommées en fonction du temps (et bien entendu en fonction des tâches).

Section 2: Le Diagramme de Gantt.

Sous-section 1: Définition et Principe.

Le diagramme de GANTT est la plus ancien des trois techniques de planification. Elle porte le nom de son créateur Henry Laurence GANTT, ingénieur et consultant américain, qui l'a mise au point en 1917. Désigné également sous l'appellation : Graphe à barres, graphique D'ordonnancement ou planning de charge, il a pour but de visualiser L'utilisation des ressources dans le temps afin d'optimiser leur affectation.

Diagramme de GANTT se compose d'un tableau sur la gauche et d'un graphe à barre sur la droite, chaque ligne du tableau affiche le nom et la durée d'une tâche du projet. En haut du diagramme se trouve une chronologie au dessous de cet axe des barres représentent le déroulement des différentes tâches répertoriées dans le tableau.

Sous-section 2 : étapes de Réalisation.

Les différentes étapes de réalisation d'un diagramme de Gantt son les suivantes :

- Première étape : On détermine les différentes tâches (ou opérations) à réaliser et leur durée.
- Deuxième étape : on définit les relations d'antériorité entre tâches.
- Troisième étape : on représente d'abord les tâches n'ayant aucune antériorité, puis les tâches dont les tâches antérieures ont déjà été représentées, et ainsi de suite...
- Quatrième étape : on représente par un trait parallèle en pointillé à la tâche planifiée la progression réelle du travail.

Sous-section 3 : Avantages et les Inconvénients.

A: Avantages :

- Il visualise bien la durée des tâches.
- Il permet de visualiser l'avance ou le retard d'une opération à partir d'un pointage.
- Il permet de visualiser l'évolution du projet, de déterminer sa durée de réalisation.
- Il Permet d'identifier les marges existantes sur certaines tâches (avec une date de début au plus tôt et une date au plus tard).
- Il permet aussi de visualiser facilement les prévisions pour une tâche.

Enfin, On peut représenter la progression du travail sur le diagramme et connaître à tout moment l'état d'avancement du projet. C'est à dire la clarté et la simplicité de la méthode.

B: Inconvénients:

Le diagramme de GANTT est un bon outil de communication avec les différents acteurs du projet. Par contre, il présente un certain nombre de lacunes :

- Difficulté d'estimer les conséquences d'une avance ou d'un retard d'une tâche sur les autres tâches et sur le délai final.

-Difficulté de repérer les tâches dont le délai d'exécution conditionne le délai final (tâches critiques).

-Il est en général insuffisamment détaillé (environ cinquante tâches élémentaires dont l'unité de temps, la semaine, est un peu longue) et ne reflète pas l'imbrication complexe des interventions de différents corps d'états;

-Les tâches importantes, c'est à dire celles où IL faut se montrer très vigilant quant au respect de leur délai d'exécution, sous peine en cas de dépassement de repousser la date finale des travaux, sont difficilement repérables.

-Ne résout pas tous les problèmes, en particulier si l'on doit planifier des fabrications qui viennent en concurrence pour l'utilisation de certaines ressources. ⁽⁹⁾

Sous-section 4: Exemple d'application. ⁽¹⁰⁾

Un projet se décompose en Six tâches dont les caractéristiques sont les suivantes :

Tâches	Durée prévue	Tâches précédentes	Durée réalisée
A	mois 4	Sans précédents	3
B	mois 2	succède à A	2
C	mois 3	succède à B	3
D	mois 5	succède à C	5
E	mois 6	succède à C	4
F	mois 1	succède à A	1

En déduire, le diagramme de Gantt correspondant et l'état d'avancement du projet au 15ème mois

Diagramme de Gant

Temps (mois)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Tâches															
A															
B															
C															
D															

E																		
F																		

On constate, au 15ème mois, que toutes les tâches ont respecté les délais impartis, sauf A et E.

La tâche A est en retard d'un mois, et la tâche E de Deux mois. Les tâches B et F succédant à A sont réalisées complètement alors que B et E succédant à C ne le sont pas simultanément; commencées à la même date, seule la tâche D s'est terminée dans le délai imparti.

Chapitre 2 : Méthodes de résolution de problème d'ordonnancement

Chapitre 2 : Méthodes de résolution de problème d'ordonnancement

Dans ce chapitre, nous verrons différentes méthodes de résolution de problème d'ordonnancement. Après quelques exemples qui permettront de mieux cerner le domaine de l'ordonnancement.

Jusqu'en 1958, les problèmes d'ordonnancement étaient traités à l'aide de diagrammes de GANTT. Cette année là, se sont développées parallèlement Deux méthodes pour ordonnancer les tâches de projets complexes (la construction du paquebot FRANCE et celle des fusées SOLARIS).

Section1 : L'ordonnancement par la méthode PERT.

Le sigle PERT signifie Program Evaluation and Review Technic, que l'on traduit par « Méthode de planification à base de recherche opérationnelle, ou technique d'établissement et de remise à jour des programmes. »

: Historique Sous-section 1

Le PERT est créé en 1956 à la demande de la marine américaine, qui veut planifier la durée de son programme de missiles balistiques nucléaires miniaturisés Polaris. L'enjeu principal est de rattraper le retard en matière de balistique par rapport à l'URSS, après le choc de la « crise de Spoutnik ». L'étude est réalisée par la société de conseil en stratégie Booz Allen Hamilton. Alors que le délai initial de ce programme – qui a fait intervenir 9000 sous-traitants et 250 fournisseurs – était de Sept ans, l'application de la technique du PERT a permis de réduire ce délai à Quatre ans. ⁽¹¹⁾

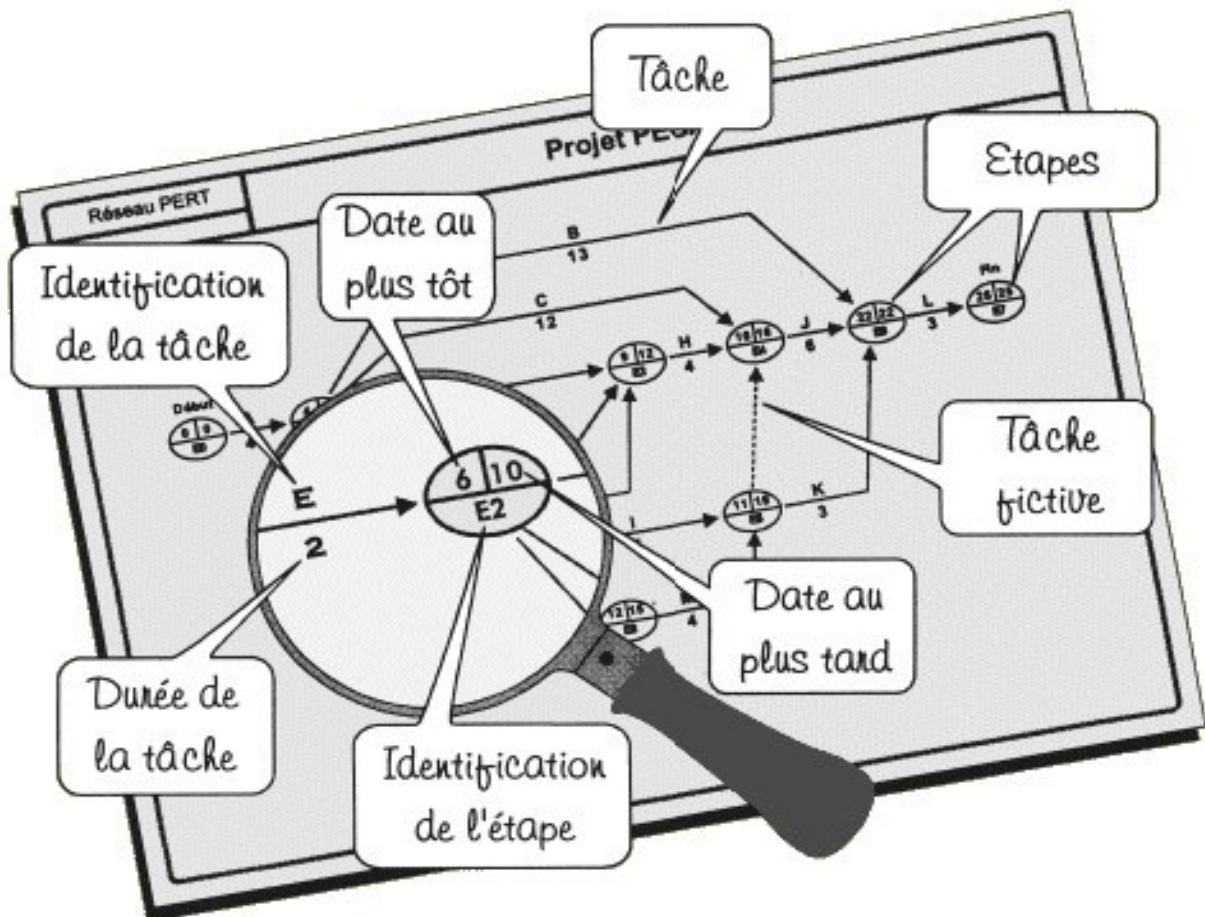
Sous-section 2 : Définition

La méthode PERT est une technique de gestion de projet qui permet de visualiser la dépendance des tâches et de procéder à leur ordonnancement ; c'est un outil de planification. On utilise un graphe de dépendances. Pour chaque tâche, on indique une date de début et de fin au plus tôt et au plus tard. Le diagramme permet de déterminer le chemin critique qui conditionne la durée minimale du projet.

Son but est de trouver la meilleure organisation possible pour qu'un projet soit terminé dans les meilleurs délais, et d'identifier les tâches critiques, c'est-à-dire les tâches qui ne doivent souffrir d'aucun retard sous peine de retarder l'ensemble du projet.

Sous-section 3 : Principes de représentation

Contrairement à celle de GANTT, un PERT est un graphe caractérisé par des sommets (étapes) reliés entre eux par des arcs orientés (tâches), chaque arc étant défini par son début, sa fin et sa durée et les sommets entre les arcs définissant les relations d'antériorité. Ce graphe ne comportera ni retour ni circuit et on ne rencontrera qu'un seul arc entre deux sommets. ⁽¹²⁾

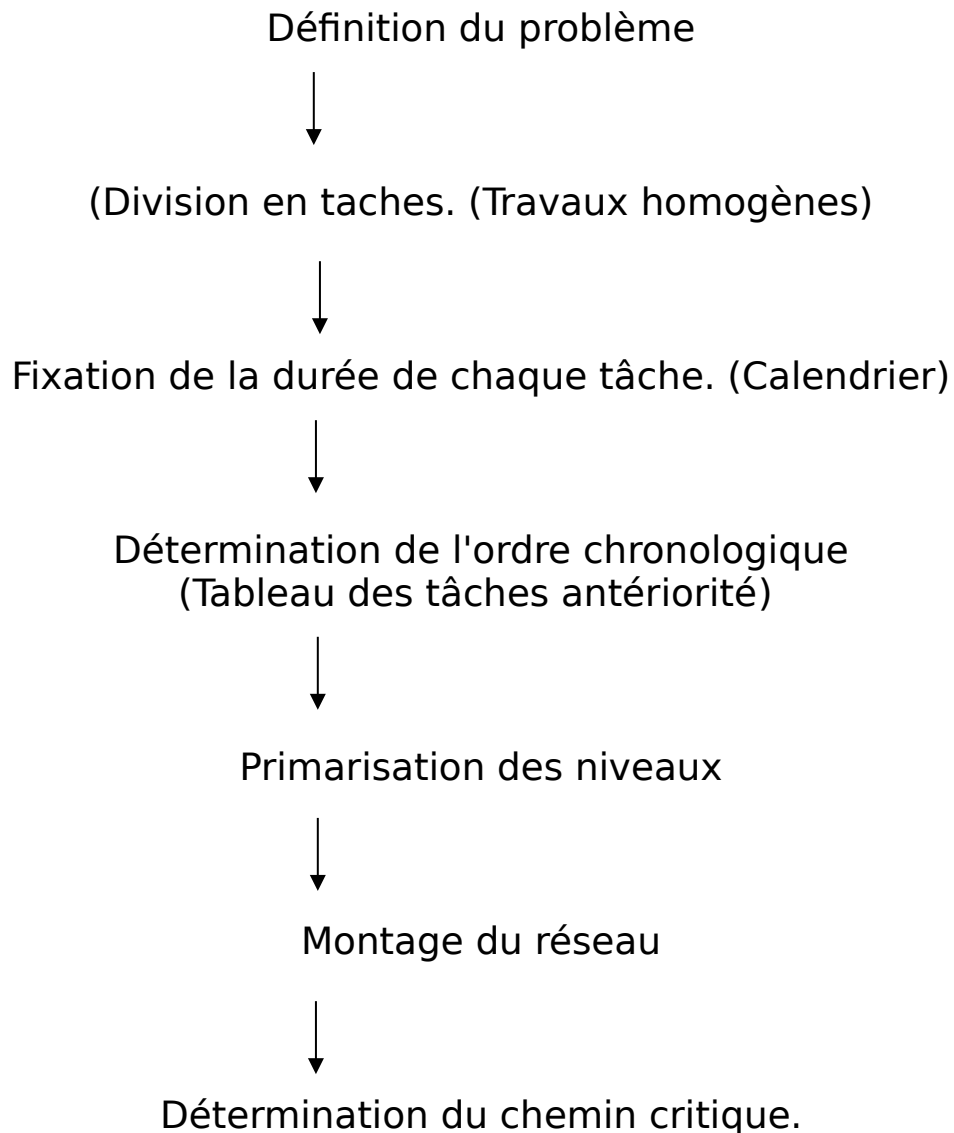


Ainsi, Pour élaborer et exploiter un réseau PERT, on peut distinguer Six grandes étapes :

- Etablir la liste des tâches ;
- Déterminer les conditions d'antériorité ;
- Tracer le réseau PERT ;

- Calculer les dates des tâches et déterminer le chemin critique
- Calculer les marges totales de chaque tâche ;
- Construire le planning du projet.

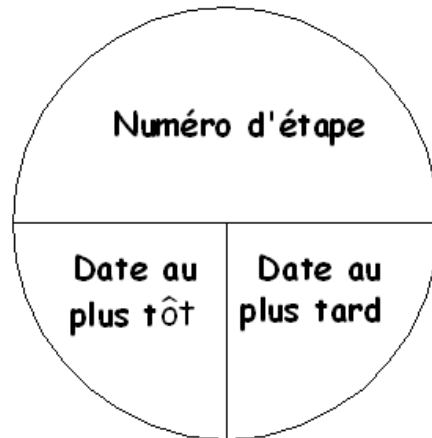
:METHODOLOGIE



A: Les étapes :

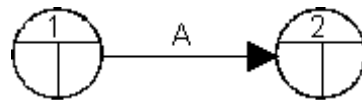
On appelle étape, le début ou la fin d'une tâche. Habituellement on numérote les étapes de telle façon que le numéro du sommet au début d'un arc soit inférieur au numéro du sommet en fin de l'arc. On indique aussi leur temps de réalisation au plus tôt et au plus tard.

Etape :



B: Présentations et règles

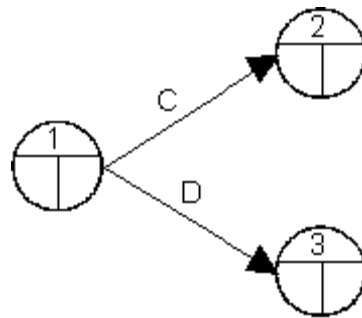
-Toute tâche a une étape de début et une étape de fin, Une tâche suivante ne peut démarrer que si la tâche précédente est terminée.



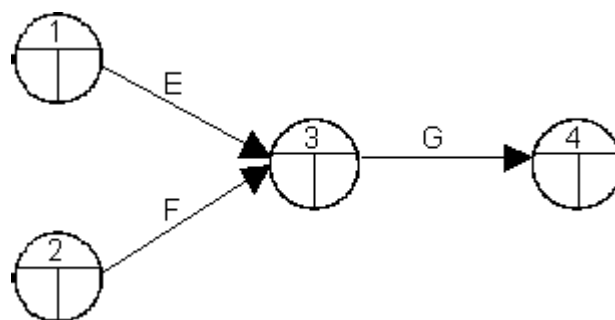
-Deux tâches qui se succèdent immédiatement sont représentées par des flèches qui se suivent.



-Deux tâches C et D qui sont simultanées (c'est à dire qui commencent en même temps) sont représentées de la manière suivante:



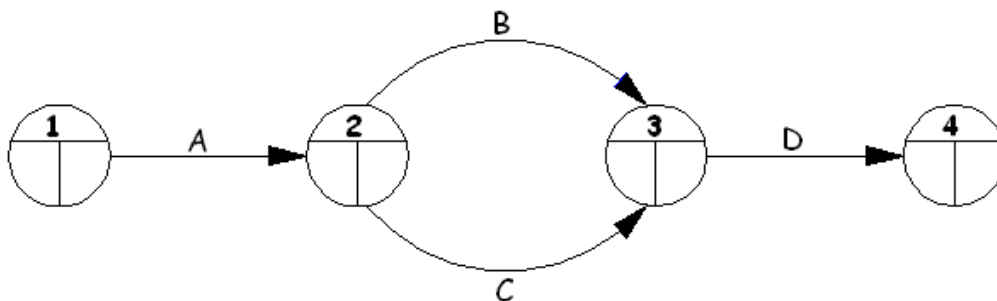
-Deux étapes E et F qui sont convergentes (c'est à dire qui précèdent une même étape G) sont représentées de la manière suivante:



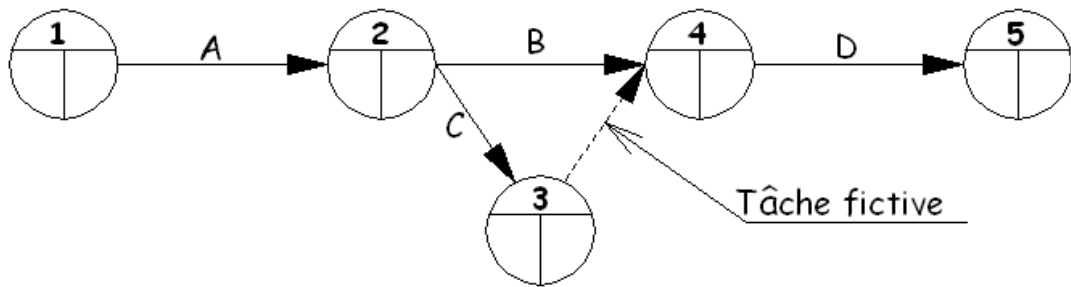
-Parfois, il est nécessaire d'introduire des tâches fictives (Trait en pointillé). Une tâche fictive a une durée nulle. Elle ne modifie pas le délai final.

-1er cas : deux opérations sont parallèles

Exemple : les tâches B et C suivent la tâche A et précèdent la tâche D. La représentation ci-dessous est fautive :



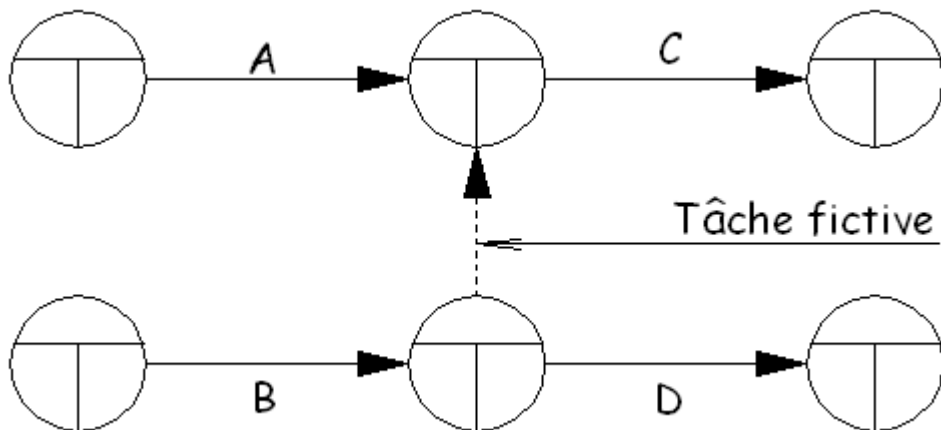
Il faudra lui préférer celle-ci :



-2ème cas : des opérations sont dépendantes et indépendantes

Exemple : la tâche C succède à A et à B, la tâche D succède à B mais est indépendante de A.

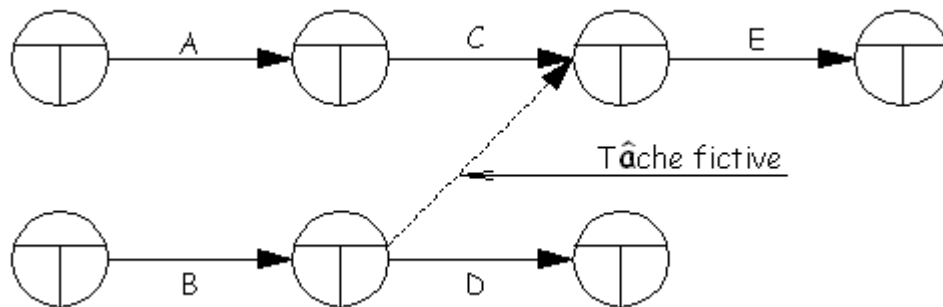
Il faudra alors représenter ces relations ainsi :



-3ème cas : un délai doit être respecté entre deux tâches

Exemple : la tâche A est suivie de la tâche C, la tâche B est suivie de la tâche D, la tâche E suit la tâche C et ne peut commencer qu'après un certain délai après la fin de la tâche B

Il faudra alors représenter ces relations ainsi :



C: Classement des activités par niveaux

Le **niveau d'une tâche** correspond au *plus grand nombre* de tâches rencontrées sur un même itinéraire depuis le début du projet, plus un. Pour déterminer le niveau des tâches, on procède comme suit. On place au premier niveau les tâches qui n'ont aucun ancêtre et on raye ces tâches de la liste des tâches. On continue comme suit :

- *Etape 1* : on raye, dans la colonne des ancêtres, les tâches qui viennent d'être affectées au dernier niveau analysé;
- *Etape 2* : les tâches du nouveau niveau sont les tâches non rayées de la colonne des tâches qui n'ont plus d'ancêtre; après affectation au nouveau niveau, ces tâches sont rayées dans la colonne des tâches;
- *Etape 3* : s'il reste des tâches non rayées dans la colonne des tâches, on repart à l'étape 1. Sinon le processus est terminé.

D: Calcul des dates des tâches

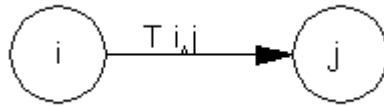
Dans la méthode PERT, on calcule deux valeurs pour chaque étape:

- **la date au plus tôt** : il s'agit de la date à laquelle la tâche pourra être commencée au plus tôt, en tenant compte du temps nécessaire à l'exécution des tâches précédentes.
- **la date au plus tard** : il s'agit de la date à laquelle une tâche doit être commencée à tout prix si l'on ne veut pas retarder l'ensemble du projet.

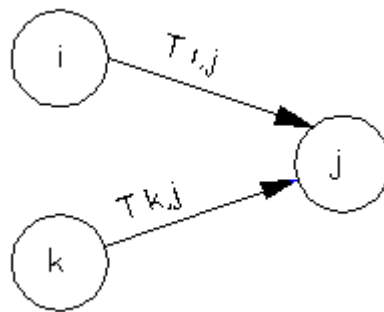
Pour déterminer la date au plus tôt d'une tâche, il faut parcourir le diagramme de gauche à droite et calculer le temps du plus long des

chemins menant du début du projet à cette tâche. (En utilisant l'algorithme de Ford pour le calcul des chemins optimaux).

-Soit il n'y a qu'une seule tâche (un seul chemin) entre Deux étapes alors date au plus tôt $j = \text{date au plus tôt } i + \text{durée tâche } T_{i,j}$.



- Soit il y a plusieurs chemins pour aboutir à l'étape j alors date au plus tôt $j = \max ((\text{date au plus tôt } i + \text{durée } T_{i,j}) ; (\text{date au plus tôt } k + \text{durée } T_{k,j}))$.



Pour déterminer la date au plus tard d'une tâche, il faut parcourir le diagramme de droite à gauche, et soustraire de la date au plus tard de la tâche suivante la durée de la tâche dont on calcule la date au plus tard. S'il y a plusieurs sous-chemins, on effectue le même calcul pour chacun et on choisit la date la plus petite.

-Soit Un seul arc sort du sommet i alors date au plus tard $j = \text{date au plus tard } j - \text{durée } T_{i,j}$.

- Soit il y a plusieurs arcs qui sortent de l'étape i alors date au plus tard $i = \min ((\text{date au plus tard } j - \text{durée } T_{i,j}) ; (\text{date au plus tard } k - \text{durée } T_{i,k}))$.

E: Identification du chemin critique et des marges

Les tâches possédant une date au plus tôt égale à leur date au plus tard font partie du chemin critique, c'est-à-dire le chemin sur lequel aucune tâche ne doit avoir de retard pour ne pas retarder l'ensemble du projet.

Alors le **Chemin critique** représente un ensemble de tâches qui doivent être achevées selon les prévisions afin que le projet soit terminé à temps, chaque tâche du chemin critique est une tâche critique. Une fois ces valeurs définies, on en déduira :

- Le chemin critique du projet : Suite des tâches du réseau ne comportant aucune marge (date au plus tôt = date au plus tard).

La durée totale des tâches critiques donne la durée minimale de réalisation du projet. Le moindre retard au démarrage de l'une de ces tâches entraîne un retard équivalent sur la date de fin du projet.

- Les tâches à marge: Tâches disposant d'un battement possible dans le temps (date au plus tôt < date de fin au plus tard).

On distingue deux types de marge :

- **La marge totale** : Retard maximum que l'on peut prendre pour débiter une tâche sans remettre en cause les dates au plus tard des tâches suivantes. Elle est égale à la différence entre la *date au plus tôt* et la *date au plus tard* d'une tâche.

- **La marge libre** : Retard maximum que l'on peut prendre pour débiter une tâche sans remettre en cause les dates au plus tôt des tâches suivantes. Elle est égale à la différence entre :

- La plus petite date au plus tôt des tâches suivantes
- La date au plus tôt de la tâche dont on calcule la marge à laquelle on rajoute sa durée

Sous-section 4 : Exemple d'application

L'étude et la réalisation d'un projet exigent un grand nombre de travaux de natures très diverses, faisant intervenir un grand nombre de participants. De plus, les tâches des uns et des autres sont le plus souvent liées, voire conditionnées les unes par les autres.

Il est donc impérativement nécessaire d'ordonner les actions de chacun et de matérialiser dans un langage approprié les décisions prises et les conséquences qui en découlent. Elaborés en phase de préparation du travail, les « plannings » sont des documents essentiels pour la coordination ultérieure et pour la gestion des projets.

Dans la plupart des cas, un projet de construction doit être réalisé dans un délai déterminé par le maître d'ouvrage en accord avec le maître d'œuvre

+

Rubrique	Tâche	Description	Durée (h)	Tâches précédentes
Sols	A	Dépose ancien carrelage	6	J
	B	Pose carrelage	4	A
	C	Joint carrelage	2	B
Murs	D	Décollage ancien papier	8	J
	E	Pose faïence	6	D
	F	Pose nouveau papier	4	E
Plomberie	G	Dépose ancien évier	1	-
	H	Déplacement arrivé et évacuation	6	G
	I	Pose et raccordement évier	2	M
Mobilier	J	Dépose anciens éléments	4	G
	K	Assemblage caissons et tiroirs	8	-
	L	Pose éléments bas	6	B, J, H, K
	M	Pose plan de travail	4	L
	N	Etanchéité plan de travail	1	E, M
	O	Pose éléments hauts	1	E, J

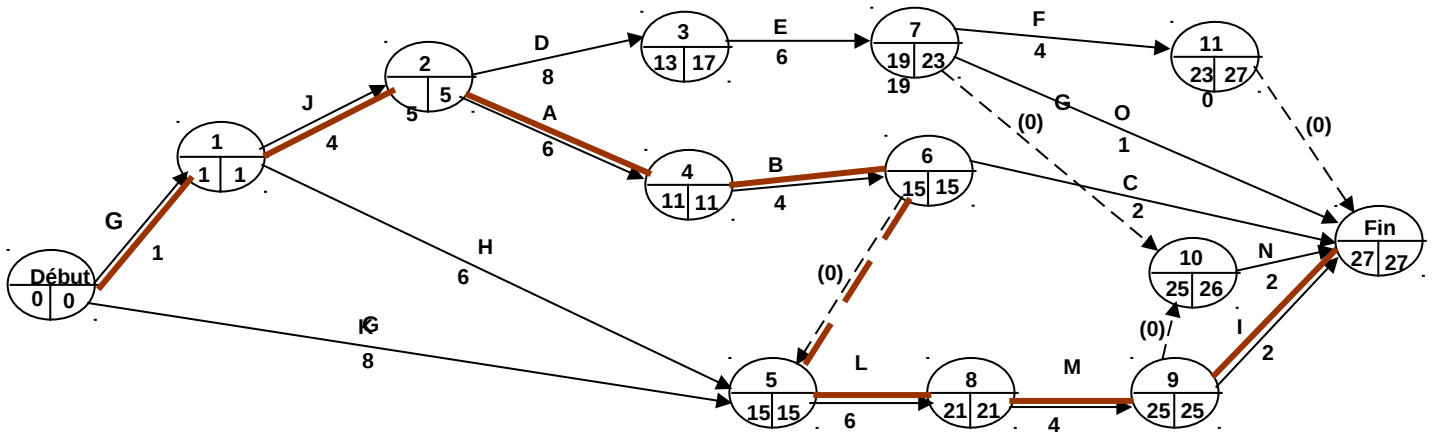
: Les niveaux

.
; N0={ G,K } ; N1={ H,J } ; N2={ A,D } ; N3={ B,E } ; N4={ C,F,L,O }
. N5={ M } ; N6={ I,N }

: Table des suivants

Tâches	Suivant
A	B
B	C, L
C	-
D	E
E	F, N, O
F	-
G	H, J
H	L
I	-
J	A, D, L, O
K	L
L	M
M	I, N
N	-
O	-

: Le Réseau PERT



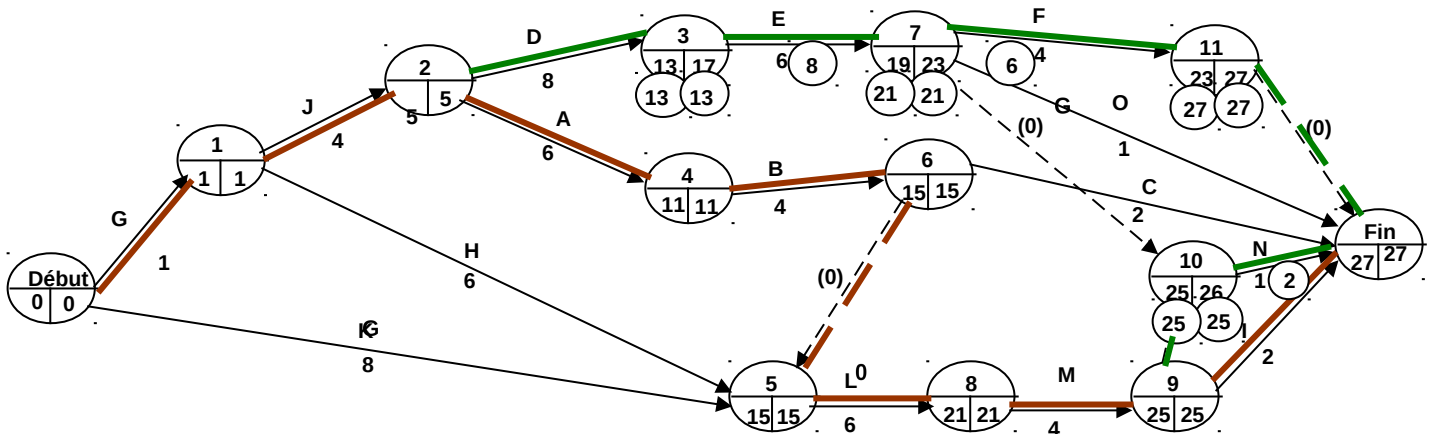
tâches	minimale		normale		maximale	
	Durée min	Coût max	Durée normale	Coût normal	Durée max	Coût min
A	4	10	6	6	8	4
B	2	11	4	8	6	6
C	1	4	2	3	4	1
D	4	14	8	9	10	8
E	4	15	6	11	8	7
F	2	10	4	6	6	4
G	1/2	3	1	2	2	1
H	4	13	6	8	8	7
I	1	7	2	4	4	3
J	2	9	4	6	6	4
K	4	11	8	9	10	8
L	4	18	6	10	8	7
M	2	10	4	7	6	5
N	1/2	3	1	2	2	1
O	1/2	3	1	2	2	1

93

Amélioration sans modification de la longueur du chemin : critique

A partir du graphe d'ordonnancement à durées normales, et en admettant que l'œuvre doit obligatoirement être exécutée en 27 heures, comment réduire le coût ?

Tâches	cΔ	dΔ	Duc=Δc/Δd
C	2=3-1	2=4-2	1=2/2
D	1=9-8	2=10-8	0.5=1/2
E	4=11-7	2=8-6	2=4/2
F	2=6-4	2=6-4	1=2/2
H	1=8-7	2=8-6	0.5=1/2
K	1=9-8	2=10-8	0.5=1/2
N	1=2-1	1=2-1	1=1/1
O	1=2-1	1=2-1	1=1/1



: D'où l'apparition de Deux chemins critique
 GJDEF-
 -GJABLMN

$$7 = 4 + 2 + 1 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2$$

Le coût économisé est de l'ordre 7. Pour la durée totale, le coût : devient
 unités $84 = 93 - 7$

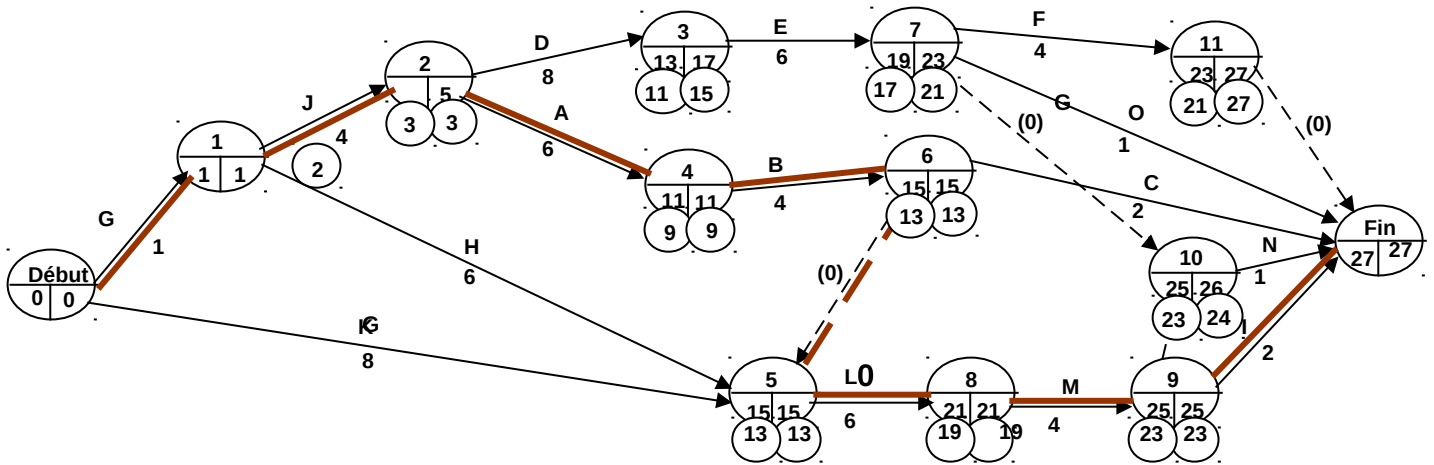
NB .Duc : différences unitaires de coûts

Amélioration avec réduction de la longueur du chemin : critique

A partir du graphe d'ordonnancement a durées normales, et si on suppose que la durée de réduction est déjà fixée, comment réduire ? le coût pour une durée bien déterminée
 En supposant qu'une réduction de 2h est indispensable

Tâches	cΔ	dΔ	Duc=Δc/Δd
G	1=3-2	0.5=1-1/2	1=1/0.5
J	3=9-6	2=4-2	1.5=3/2
A	4=10-6	2=6-4	2=4/2
B	3=11-8	2=4-2	1.5=3/2
L	8=18-10	2=6-4	4=8/2
M	3=10-7	2=4-2	1.5=3/2
I	3=7-4	1=2-1	1=3/1

On commence par réduire les durées des tâches critiques ayant plus faible duc. Les tâches J, B, M ont les mêmes différences unitaires : de coûts, donc on choisit une parmi eux, par exemple : J. On réduit



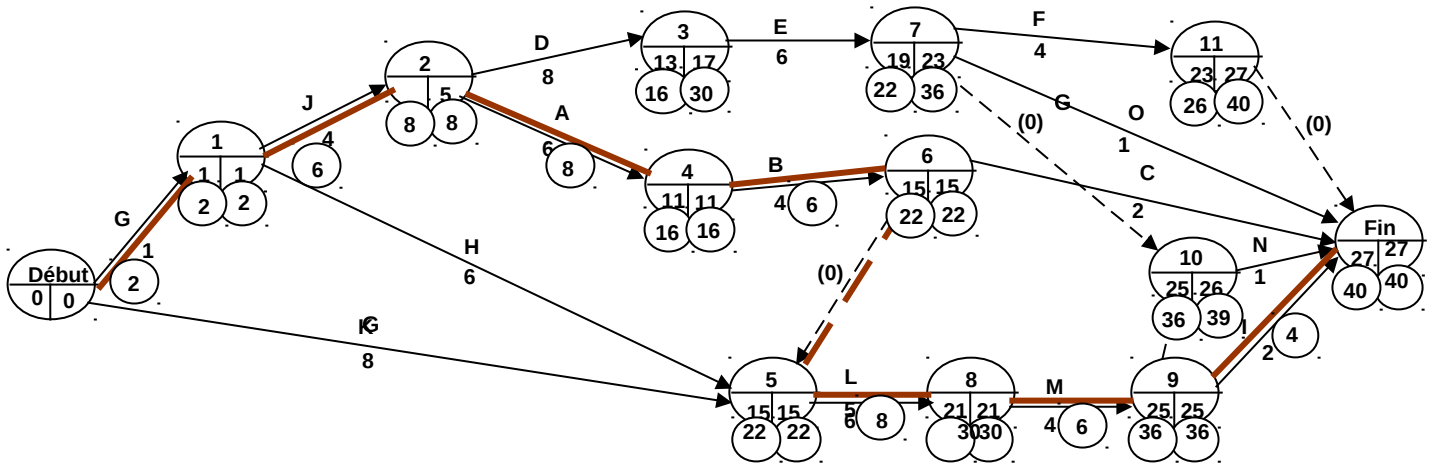
Pour une réduction d'une durée totale de 2h pour J le coût devient $93+2*1.5=96$ unités

: Amélioration avec augmentation du chemin critique

A partir du graphe d'ordonnancement à durées normales, ? comment réduire le coût

Tâches	dΔ	cΔ	Duc=Δc/Δd
G	1=2-1	1=2-1	1=1/1
J	2=6-4	2=6-4	1=2/2
A	2=8-6	2=6-4	1=2/2
B	2=6-4	2=8-6	1=2/2
L	2=8-6	3=10-7	1.5=3/2
M	2=6-4	2=7-5	1=2/2
I	2=4-2	1=4-3	0.5=1/2

On commence par allonger les durées des tâches ayant la plus grande différence unitaire de coûts. On croit la durée de "L" en priorité de 2.



Le coût économisé est de l'ordre de :

$$.1.5*2+1*2+1*2+1*2+1*2+1*1+0.5*2=3+8+1+1=13$$

.Pour une durée totale inchangée, le coût devient $93-13=80$ unités

Section 2: L'ordonnancement par la méthode du potentiel.

Sous-section 1 : Définition et historique

La Méthode des Potentiels et antécédents Métra (MPM) est, comme le PERT, une technique d'ordonnancement basée sur la théorie des graphes, visant à optimiser la planification des tâches d'un projet.

Ainsi, Le principe de la méthode est le même et donc la méthodologie à adopter sera sensiblement identique à celle du PERT. Seule la représentation diffère.

Cette méthode a été développée au début des années 60 par le français Bernard Roy et publiée dans la revue Métra, d'où le nom donné à la méthode. On la désigne parfois sous le nom de méthode SEMA, qui est le nom de l'entreprise à laquelle appartenait à l'époque Bernard Roy, la Société d'économie et de mathématiques appliquées, devenue plus tard Sema Métra, puis Sema Group, puis SchlumbergerSema, puis Atos Origin. On trouve encore l'appellation de méthode des potentiels-tâches.

Sous-section 2 : Principes de représentation

L'utilisation de la MPM permet :

- notamment, de déterminer la durée minimum nécessaire pour mener à bien un projet;
- de représenter l'ensemble de ces tâches sur un graphe orienté, à partir duquel il sera possible d'identifier leurs dates au plus tôt et au plus tard et de calculer leurs marges;

Un graphe orienté est un réseau composé d'une entrée et d'une sortie, ainsi que de points (appelés "sommets") reliés entre eux par des flèches (appelées "arcs").

Les principales conventions d'un réseau MPM sont les suivantes :

- chaque tâche est représentée par un sommet
- les contraintes de succession sont symbolisées par les arcs
- chaque tâche est renseignée sur sa durée ainsi que sur la date à laquelle elle peut commencer au plus tôt ("date au plus tôt") et au plus tard ("date au plus tard") pour respecter le délai optimal de réalisation du projet.
- le graphe commence et termine sur Deux sommets, respectivement appelés "Début" et "Fin" symbolisant les début et fin des opérations (mais ne correspondant pas une tâche).

À l'usage, ces conventions s'avèrent beaucoup plus simples à utiliser que celles proposées par la méthode PERT. En particulier, la représentation des relations d'antériorité d'une tâche partageant avec une autre certains de ses antécédents ne pose aucun problème et ne nécessite pas, comme dans le PERT, le recours à des "tâches fictives".

A: Construction d'un graphe MPM

Sur la base des conventions précédentes, la construction d'un graphe MPM ne pose pas de difficulté particulière, mais doit être

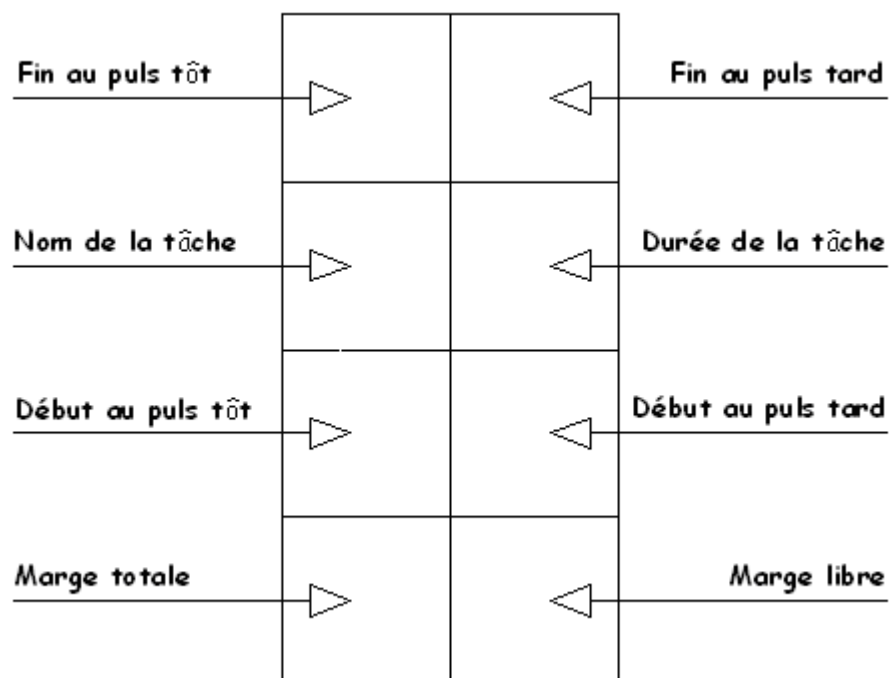
réalisée avec méthode. La démarche la plus appropriée consiste à procéder par "niveau" :

- Déterminer les tâches sans antécédent (tâches de niveau Un) et les relier au sommet "Début".
- Identifier ensuite les tâches de niveau Deux, c'est-à-dire celles dont les antécédents sont exclusivement du niveau 1 et les positionner sur le graphique en les reliant à leurs antécédents.
- Continuer ainsi, jusqu'à ce que toutes les tâches aient pu être positionnées entre elles et relier celles n'ayant pas de descendant au sommet "Fin".

B: Lecture d'un graphe MPM

Le graphe se lit de gauche à droite (du sommet "DÉBUT" à celui de "FIN"). Chaque sommet symbolise une tâche. Les arcs entre les sommets traduisent uniquement les relations d'antériorité des tâches. D'un même sommet peuvent donc partir plusieurs flèches, lorsque la tâche correspondante est immédiatement antérieure à plusieurs tâches indépendantes.

Chaque sommet est identifié par une cartouche où sont précisés : le "nom de la tâche", la "durée de cette tâche", les dates de "début au plus tôt", de "fin au plus tôt", de "début au plus tard", de "fin au plus tard", la "marge totale" et la "marge libre" de cette tâche.



Du fait des conventions retenues, le graphe MPM s'avère beaucoup plus simple à construire qu'un graphe PERT (notamment du fait de l'inutilité d'introduire des tâches fictives pour traduire certaines relations d'antériorité).

C: Détermination des dates "au plus tôt" et "au plus tard" dans un réseau.

La **date au plus tôt** d'un réseau MPM correspond à la date à laquelle une tâche peut commencer au plus tôt. Elle s'obtient très simplement en ajoutant à la date au plus tôt de la tâche précédente la durée de la tâche en question : **Date au plus tôt tâche T = Date au plus tôt tâche S + Durée tâche S.**

Lorsque plusieurs arcs arrivent à un même sommet (c'est-à-dire que plusieurs tâches sont immédiatement antérieures à la tâche considérée), il convient, d'effectuer ce calcul pour toutes les tâches précédant la tâche en question et de retenir comme "date au plus tôt" de cette dernière le maximum des valeurs ainsi trouvée (en effet, cette tâche ne pourra vraiment débiter que lorsque toutes les tâches qui lui sont immédiatement antérieures auront été terminées). La formule précédente devient donc : **Date au plus tôt tâche T = Max. (Date plus tôt tâches S + Durée tâches S).**

Dans cette formule, "S" représente l'ensemble des tâches immédiatement antérieures à "T".

La détermination des dates au plus tôt des différents sommets se fait donc par calculs successifs, à partir du sommet "Début" (dont, par convention, la date au plus tôt est fixée à Zéro). La durée minimale du projet correspond donc à la date au plus tôt du sommet "Fin".

La **date au plus tard** d'un réseau MPM correspond à la date à laquelle une tâche doit être exécutée au plus tard pour ne pas remettre en cause la durée optimale totale du projet.

Elle s'obtient en retirant de la date au plus tard de la tâche qui lui succède sa propre durée.

Date au plus tard tâche S = Date au plus tard tâche T - durée tâche S

Lorsque plusieurs arcs partent d'un même sommet (i.e. que plusieurs tâches succèdent à une tâche donnée), il convient de faire ce calcul pour toutes les tâches succédant à la tâche en question et de retenir comme "date au plus tard" de cette dernière le minimum des valeurs ainsi trouvées : **Date au plus tard tâche S = Min. (date au plus tard tâches T - durée tâche S).**

Dans cette formule, "T" représente l'ensemble des tâches immédiatement postérieures à "S". La détermination des dates au plus tard des différentes tâches se fait donc à rebours du graphe, par calculs successifs, en partant du sommet "Fin" (pour lequel, par convention, on considère que la date au plus tard est égale à sa date au plus tôt).

On appelle **chemin critique** la succession des tâches pour lesquels aucun retard n'est possible sans remettre en cause la durée optimale du projet (tâches pour lesquelles date au plus tôt = date au plus tard).

D: Calcul des différentes marges d'une tâche dans un réseau MPM

On appelle "**marge**" d'une tâche le retard qu'il est possible de tolérer dans la réalisation de celle-ci, sans que la durée optimale prévue du projet global en soit affectée. Il est possible de calculer trois types de marges : la marge totale, la marge certaine et la marge libre.

1: La marge totale

La **marge totale** d'une tâche indique le retard maximal que l'on peut admettre dans sa réalisation (sous réserve qu'elle ait commencé à sa date au plus tôt) sans allonger la durée optimale du projet. Elle se calcule très facilement en faisant la différence entre la date au plus tard et la date au plus tôt de la tâche en question. **Marge totale tâche S = Date plus tard tâche S - Date plus tôt tâche S.**

2: La marge libre

La **marge libre** d'une tâche indique le retard que l'on peut admettre dans sa réalisation (sous réserve qu'elle ait commencé à sa date au plus tôt) sans modifier les dates au plus tôt des tâches suivantes et sans allonger la durée optimale du projet.

Elle se calcule en retirant la durée de la tâche en question à

l'écart existant entre sa date au plus tôt de la date au plus tôt de la tâche suivante: **Marge libre tâche S = Date plus tôt tâche T - Date plus tôt tâche S - Durée tâche S.**

Lorsque plusieurs arcs partent d'un même sommet (c'est-à-dire lorsque la réalisation de la tâche conditionne le début de plusieurs autres tâches indépendantes) il convient de faire ce calcul pour toutes les tâches succédant à la tâche en question et de retenir comme "marge libre" de la tâche en question la valeur minimale des marges ainsi déterminées : **Marge totale tâche S = Min (Date plus tôt tâches T - Date plus tôt tâche S - Durée tâche S).**

Dans cette formule "T" représente l'ensemble des tâches succédant immédiatement à "S".

3: La marge certaine

La **marge certaine** d'une tâche indique le retard que l'on peut admettre dans sa réalisation (quelle que soit sa date de début) sans allonger la durée optimale du projet.

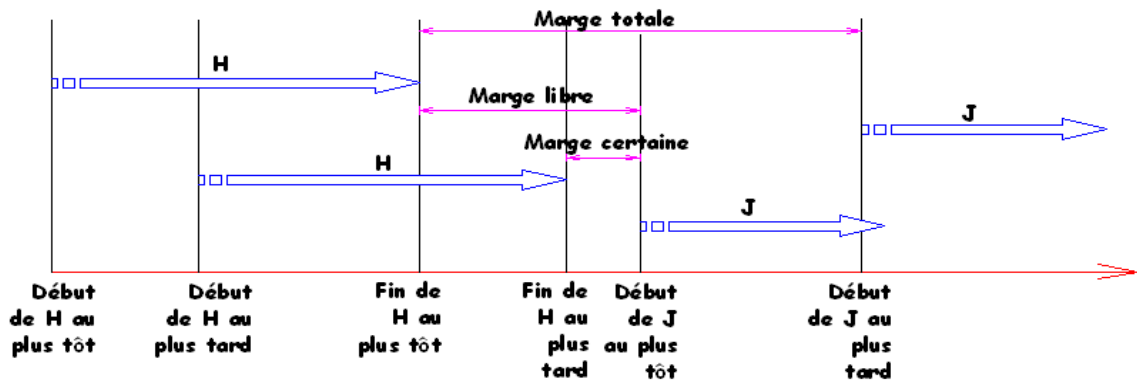
Elle se calcule en retirant la durée de la tâche en question à l'écart qu'il peut y avoir entre sa date au plus tard de début et sa date au plus tôt de fin : **Marge certaine tâche S = Max [0, Min (Date au plus tôt tâche T - Date au plus tard tâche S - Durée tâche S)];**

D'après cette formule, la marge certaine est considérée comme nulle lorsque son calcul donne un nombre négatif.

Lorsque plusieurs arcs partent d'un même sommet (c'est-à-dire lorsque la réalisation de la tâche conditionne le début de plusieurs autres tâches indépendantes) il convient de faire ce calcul pour toutes les tâches succédant à la tâche en question et de retenir comme "marge certaine" de cette dernière la valeur minimale des marges ainsi déterminées :

Marge certaine tâche S = Max [0, Min (Date au plus tôt tâches T - Date au plus tard tâche S - Durée tâche S).

Dans cette formule "T" représente l'ensemble des tâches succédant immédiatement à "S".



Les tâches sont les éléments au centre du problème d'ordonnancement d'un projet. Leur définition n'est ni immédiate ni triviale. On peut toutefois définir la notion de tâche comme une activité ou une quantité de travail décrite par les attributs suivants :

P_i : Durée requise pour l'exécution de la tâche i

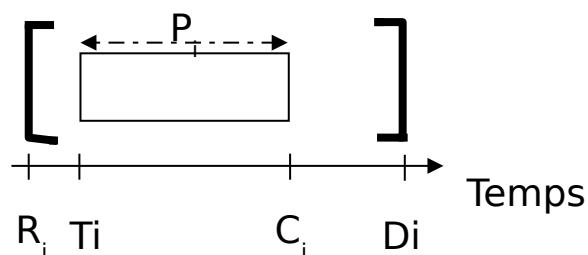
T_i : Date de début (effective) de la tâche i

C_i : Date de fin (effective) de la tâche i

R_i : Date de début au plus tôt de la tâche i

D_i : Date de fin au plus tard de la tâche i

$$C_i = T_i + P_i$$



Sous-section 3 : Exemple d'application

Tâches	Désignation	Durée	Ancêtre	descendant
A	Terrassement	5	-	B
B	Fondations	4	A	C, G
C	Charpente verticale	2	B	D, F
D	Charpente toiture	2	C	E
E	Couverture	3	D, F	J
F	Maçonnerie	5	C	E, I
G	plomb/élect	3	B	H
H	Dalle béton	3	G	I
I	Plâtre	4	H, F	J
J	Chauffage	10	I, E	K
K	Finition	5	J, M	-
L	Achat machine	15	-	M
M	Réception instal mach	3	L	K

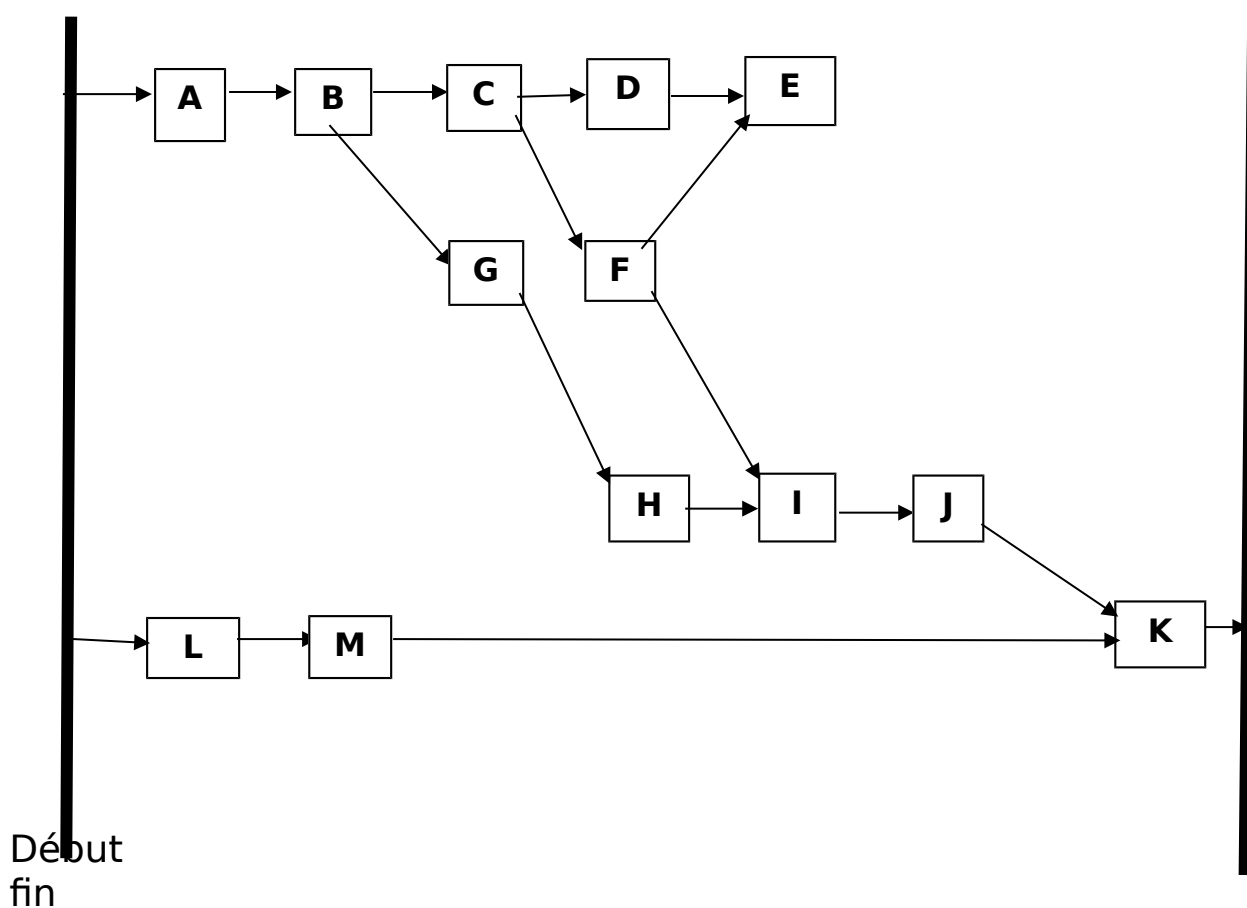
:Classement par niveau

tâche	descendant	Ancêtre	niveau							
			1	2	3	4	5	6	7	
A	B	-	A							
B	C, G	A		B						
C	D, F	B			C					
D	E	C				D				
E	J	D, F					E			
F	E, I	C				F				
G	H	B			G					
H	I	G				H				
I	J	H, F					I			
J	K	I, E						J		
K	-	J, M								K
L	M	-	L							

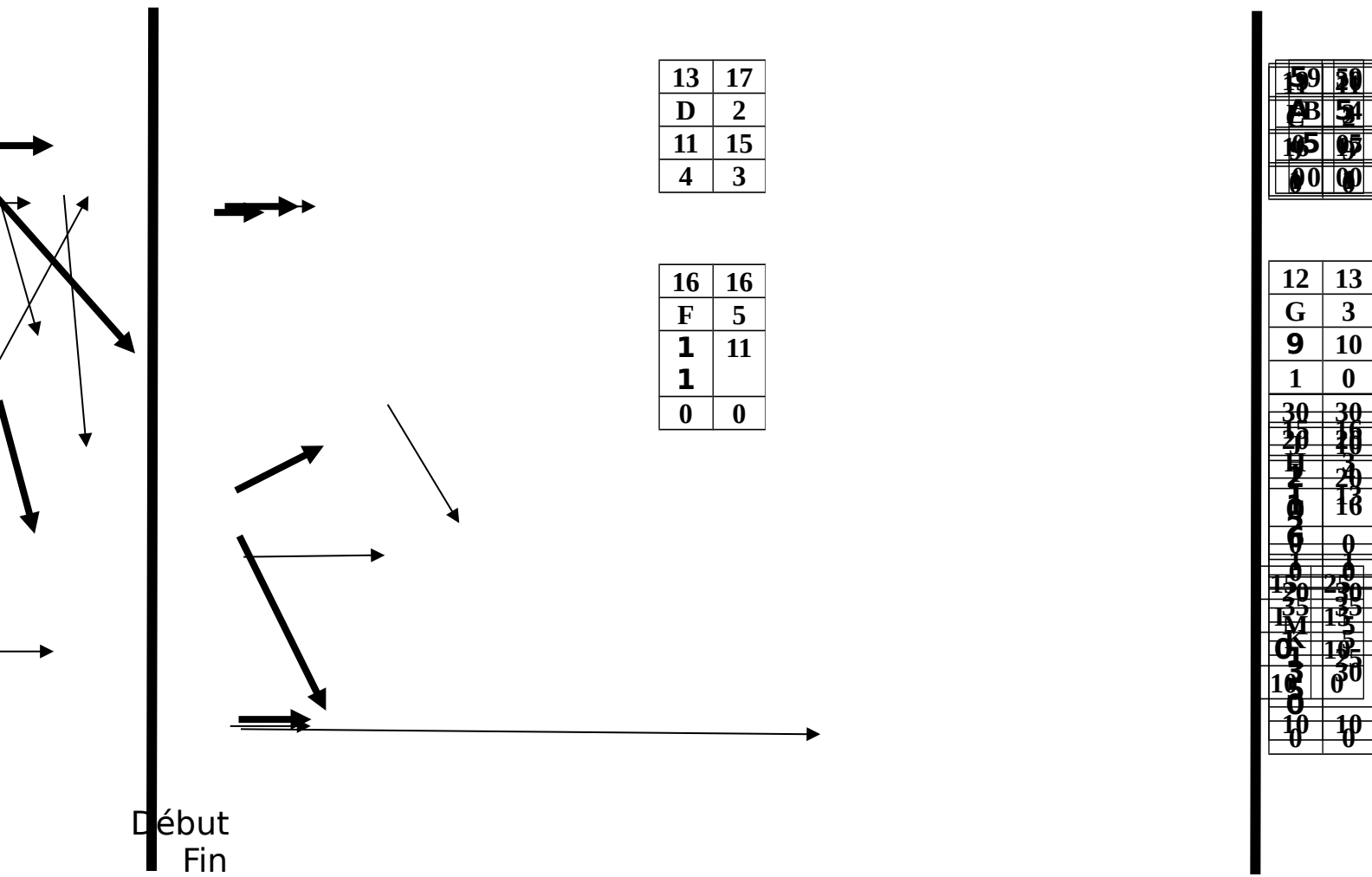
.Etude de problème d'ordonnancement. Résolution pour les trois méthodes : Gantt, Potentiel et Pert

M	K	L		M					
---	---	---	--	---	--	--	--	--	--

Se construit en visualisant le classement des activités par niveaux*
Dans chaque niveau nous retrouvons les tâches à exécuter*
Les flèches représentent les contraintes d'antériorité*
Le début et la fin sont représentés par des traits verticaux*



Etude de problème d'ordonnement. Résolution pour les trois méthodes : Gantt, Potentiel et Pert



Conclusion générale

En guise de conclusion, nous pouvons dire en définitive que malgré les résultats obtenu le sujet reste fertile et nécessite une analyse plus profonde, ceci sera possible dans un travail de recherche plus poussé et qui disposera du temps nécessaire à son élaboration.

Ainsi nous avons essayé tout au long de notre modeste monographie intitulée : Problème d'ordonnancement de dévoiler les différents Caractéristiques et les Méthodes de résolution du problème d'ordonnancement, cette étude nous a dévoilé qu'il n'existe pas une méthode unique. Ainsi que les solutions apportées à ces problèmes ne peuvent pas être traités de la même manière.

En effet, Pour certains projets, il est très difficile de fournir une estimation raisonnable de la durée de chaque activité. C'est par exemple le cas lorsque la réalisation de certaines activités est conditionnée par des éléments purement aléatoires (conditions météorologiques, ...) ou échappant au contrôle du gestionnaire de projet (grèves, sous-traitance, ...), ou lorsqu'aucun projet similaire n'a été réalisé précédemment. Dans de telles conditions, on choisit souvent de traiter la durée de chaque activité comme une variable aléatoire. Ceci a pour conséquence que la durée totale du projet ne peut évidemment plus être fixée de façon déterministe. On devra donc se contenter, au mieux, d'énoncer des prédictions sous forme probabiliste quant aux dates d'achèvement du projet ou des différentes activités. Ce qui fait les problèmes d'ordonnancement devient des problèmes combinatoires souvent très difficiles à résoudre en pratique.

Bibliographie

:Les ouvrages

- ⁽¹⁾ : Carlier et al.1988

- ⁽²⁾ : Pinedo. 1995
- ⁽³⁾ : Eric pinson. 88
- ⁽⁴⁾ : Norman Sadeh 91
- ⁽⁵⁾ : Gotha 93
- ⁽⁷⁾ : Esquirol et al, 2001a, Billaut et al, 2005.
- ⁽⁸⁾ : Contribution à l'ordonnancement des activités de maintenance sous contrainte de compétence : une approche dynamique, proactive et multi-critère. Par François MARMIER. thèse.2007
- ⁽⁹⁾ : Techniques d'ordonnancement. G BAVIER.
- ⁽¹⁰⁾ : Initiation à la recherche opérationnelle (François Ecoto).
- ⁽¹²⁾ : RESUME THEORIQUE & GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES. Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail
DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION

Les sites d'Internet:

- ⁽⁶⁾ : www.meah.sante.gouv.fr
- ⁽¹¹⁾ : <http://fr.wikipedia.org>