

## **I. Portefeuille efficient et frontière efficiente**

### **A. Portefeuille efficient :**

Choix du couple Rentabilité / Risque optimal :

- *pour un niveau donné de rentabilité :*
  - le portefeuille efficient est celui qui présente le risque minimum.
- *Pour un niveau donné de risque :*
  - le portefeuille efficient est celui qui présente la rentabilité maximum.

### **Qu'est-ce qu'un portefeuille efficient ?**

La diversification d'un portefeuille amène une réduction de risques pour l'investisseur. En d'autres termes, un investisseur a intérêt à investir dans plusieurs titres, c'est-à-dire qu'il doit composer un portefeuille. Il s'agit maintenant de savoir quel portefeuille il devra choisir. Soient les portefeuilles suivants :

Portefeuille A, dont le risque est de 10% et le rendement de 20%

Portefeuilles B, dont le risque est de 10% et le rendement de 10%

Portefeuille C, dont le risque est de 10% et le rendement de 15%

On remarque que tous les portefeuilles ont le même niveau de risque. Dès lors, tout investisseur rationnel va choisir le portefeuille qui offre le plus de rendement : le portefeuille A. Il s'agit en fait d'un portefeuille efficient. Les portefeuilles efficients sont un ensemble de portefeuilles qui, pour un risque donné, présentent un rendement maximum ou qui, pour un rendement donné, présentent un risque minimum. Dans le cas où il y'a ou égalité de rentabilité ou égalité de risque (cas de nos 3 portefeuilles qui ont même risque de 10%), le choix d'un portefeuille est immédiat. Mais les choses se compliquent quand on doit choisir entre des portefeuilles ayant des rentabilités et des risques différents. Comment choisir dans ces cas ? L'exemple qui suit permettra d'éclairer la décision.

### **B. Frontière d'efficience :**

Après avoir constitué les différents portefeuilles possibles, parviendra maintenant la deuxième étape du modèle de Markovitz qui consiste à la construction de la frontière efficiente. Elle correspond à l'ensemble des

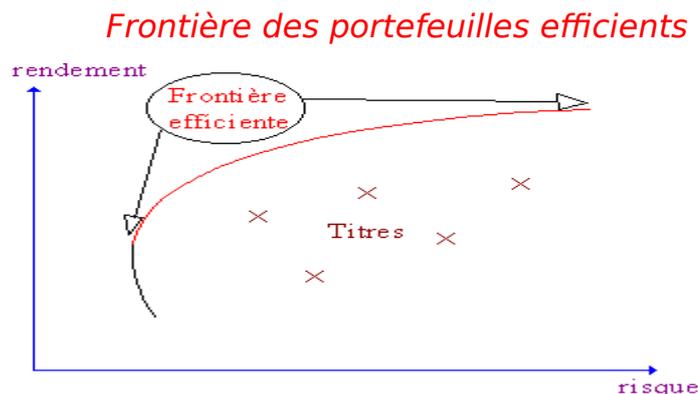
portefeuilles qui représentent le maximum d'avantages et le minimum d'inconvénients c'est à dire les portefeuilles les plus rentables et les moins risqués (efficients).

Elle peut être interprétée de deux manières:

□□il n'existe aucun portefeuille qui, pour un risque donné, n'ait une espérance de rendement supérieure au portefeuille qui possède le même risque et qui se situe sur la frontière efficiente.

□□il n'existe aucun portefeuille qui, pour un rendement donné, n'ait un risque supérieur au portefeuille qui possède le même rendement et qui se situe sur la frontière efficiente.

Pour trouver cet ensemble de portefeuilles, il suffit d'écrire un programme qui, pour chaque niveau de risque (5%, 6%,...) maximise l'espérance de rendement en changeant les pondérations investies dans chaque titre. Le graphique qui suit illustre ce point :



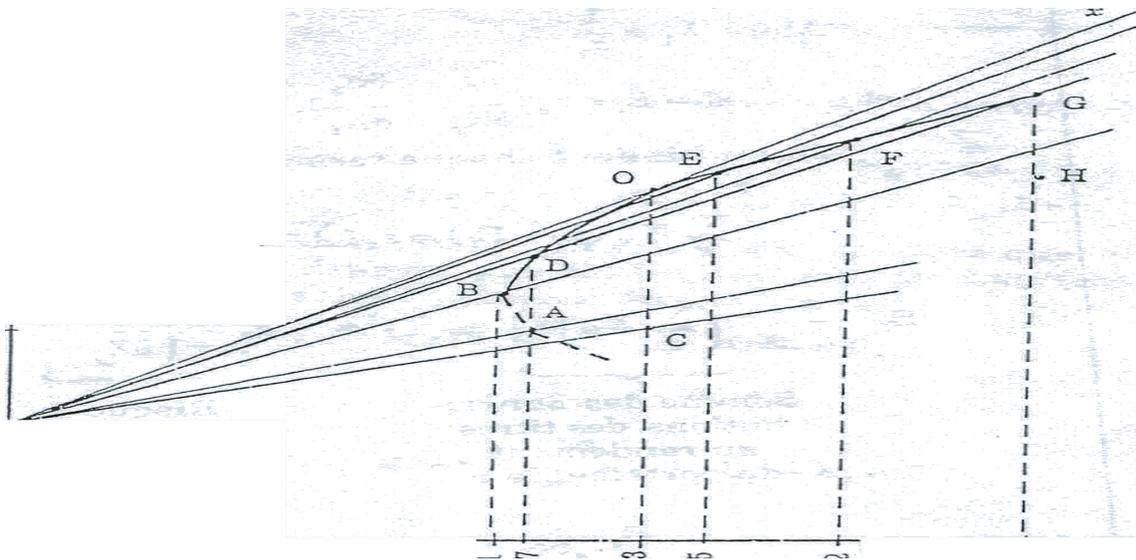
Les croix représentent les titres individuels (positionnés en fonction de leur risque et leur rendement) et la partie de la courbe en rouge représente l'ensemble des portefeuilles efficients composés à partir des titres individuels. Cette méthode permet à chaque investisseur de choisir son portefeuille optimal en fonction de son attitude face au risque.

### Exemple :

Les portefeuilles A, B, C, D, E, F, G, H et 0 sont composés de titres risqués existant sur un marché financier parfait.

Un investisseur prévoyant d'investir sur ce marché formule pour l'avenir des anticipations sur le comportement des titres.

Ces anticipations conduisent aux caractéristiques suivantes pour neuf



portefeuilles:

Portefeuilles	Espérance de rendement	Risque mesuré par l'écart type
A	18%	14.7%
B	20%	14.15%
C	18%	17.32%
D	22%	14.7%
E	26%	18.5%
F	28%	21.25%
G	30%	24.5%
H	26%	24.5%
O	25%	17.32%

Les neufs portefeuilles risqués sont représentés dans le graphique suivant :

On considère qu'il existe sur le marché un titre non risqué dont l'espérance de rendement est 10%.

### Commentaire :

En joignant ces différents points, on obtient la frontière d'efficacité obtenue est approximative car six points connus, alors qu'il peut exister une infinité de portefeuilles efficaces conduisant à une frontière continue.

La frontière d'efficacité se définit comme l'ensemble des portefeuilles efficaces. Elle regroupe, dans le plan (espérance - risque), les

**Portefeuilles efficaces, courbe frontière et frontière d'efficacité.**

portefeuilles qui minimisent le risque pour un niveau  $E_p$  donné et

qui maximisent  $E_p$  pour un niveau de risque donné.

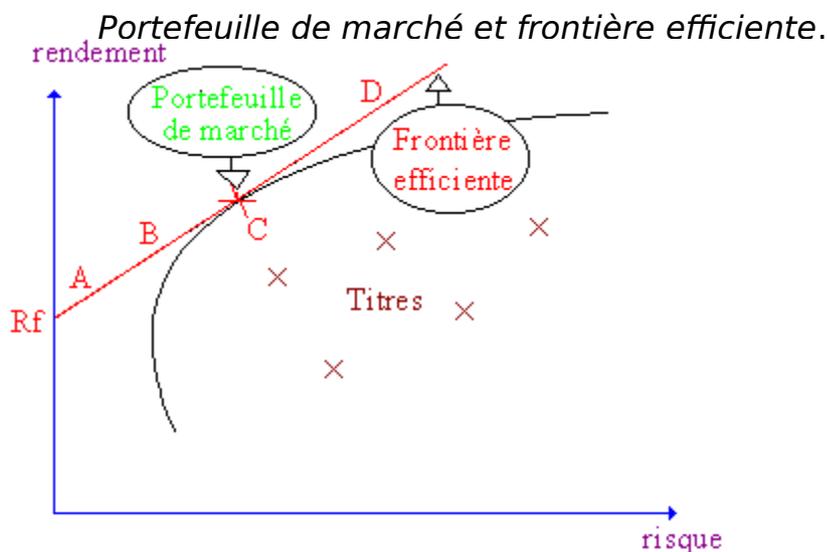
L'ensemble des portefeuilles existants est bordé par une courbe enveloppe qui ne se confond pas nécessairement en totalité avec la frontière d'efficience. Ainsi le portefeuille A appartient G. cette courbe enveloppe, mais n'appartient pas à la frontière d'efficience car il ne vérifie qu'une des conditions de l'efficience. La courbe enveloppe est également appelée **courbe frontière** ou encore **frontière de variance minimum**.

La frontière d'efficience des titres risqués est croissante et convexe, elle ne contient pas de portefeuille ayant un risque nul. Graphiquement la frontière ne touche pas l'axe vertical. Le point le plus proche est le portefeuille de risque minimum, niveau qui ne être nul, car il est impossible d'éliminer totalement le risque, puisque les titres ayant entre eux une corrélation négative parfaite n'existent pas sur le marché boursier.

## **II. Le portefeuille de marché et la frontière efficiente**

Si, dans la détermination du portefeuille efficace, nous incluons l'actif hors risque, nous allons obtenir une droite qui représentera la frontière efficiente. Il a été démontré que cette droite est la tangente à la frontière efficiente lorsque celle-ci est calculée sans l'actif hors risque (courbe) au point qui représente le portefeuille de marché.

Le portefeuille de marché est le portefeuille qui contient tous les actifs risqués (toutes les actions) dans les proportions de leurs capitalisations boursières.



Tout le monde va donc chercher, en d'autres termes, à détenir une certaine quantité d'actif hors risque et une certaine quantité du portefeuille de marché en fonction de l'attitude face au risque propre à chaque investisseur.

□□l'investisseur très averse au risque investira toute sa fortune dans l'actif hors risque (A)

□□d'autres désireux de supporter certains risques investiront une partie de leur fortune dans l'actif hors risque et l'autre dans l'actif risqué (B)

□□d'autres, qui sont prêts à assumer plus de risque, investiront toute leur fortune dans l'actif risqué (C)

□□enfin, ceux qui veulent encore plus de risque, emprunteront pour investir plus que leur fortune dans l'actif risqué (D)