

Chapitre 2

Méthodes de simulation directe de l'ensoleillement

« (...)

— Outrage, outrage, tonnait oncle Vania.

— Mais qu'y a-t-il ? dit père en s'avançant pour voir. Nous nous approchâmes tous, et poussâmes un cri de surprise.

Là, sur le plancher rocheux, il y avait l'ombre d'oncle Vania, mais séparée de lui, immobile. Son ombre sans aucun doute possible : personne n'eût pu se tromper sur ces vastes épaules voûtées, ces jambes velues, ce dos courbé, ces fesses broussailleuses, cette mâchoire prognathe et surtout, surtout sur ce bras simiesque étendu dans un geste d'accusation typique. Et voici, l'ombre était là, immuable et fixée de la façon la plus étonnante, au milieu de nos ombres à nous qui dansaient et frémissaient dans la lumière du feu.

— Qu'est-ce que c'est ? demanda l'oncle Vania d'une voix terrible, bien qu'il ne pût y avoir qu'une seule réponse désastreuse.

— De l'art fi-figuratif, sanglota Alexandre.

— Sale mouflet ! hurla oncle Vania. Qu'as-tu fait de mon ombre ?

— Tu l'as toujours, dit père pour l'apaiser. Ou bien il t'en est poussé une seconde très vite. Regarde derrière toi.

— Ah ! dit oncle Vania. Sa rage se fit moins violente. Le fait est, je l'ai. Mais je ne permettrai à personne, fût-ce pour un moment, qu'il ampute mon ombre. Ton sale marmot aurait pu me blesser, Edouard, et même grièvement. Rends-la-moi, dit-il à l'enfant, tu n'as aucun droit sur aucune de mes ombres ni sur celle-ci ni sur aucune autre. Rends-la-moi tout de suite, tu m'entends ?

— Ramasse-la et donne-la-lui, Alexandre, dit père d'un ton sévère. Le malheureux s'y essaya en vain.

— Je ne peux pas, dit-il en reniflant. Ce n'est qu'une image. »

R. Lewis, *Pourquoi j'ai mangé mon père*, Actes Sud (Paris), 1990

Introduction

La simulation directe de l'ensoleillement est le processus instrumental visant à déterminer les propriétés d'ensoleillement d'un ensemble d'objets localisés. Il s'agit pour ce faire de reproduire les états spatio-temporels d'ensoleillement de ces objets en simulant les relations géométriques qu'ils entretiennent avec le soleil au cours du temps.

Ces états spatio-temporels sont de toute évidence dynamiques. L'instrumentation ne peut donc s'opérer qu'au prix d'une réduction artificielle à un état statique d'ensoleillement. Deux processus généraux apparaissent, suivant que l'on choisit de discrétiser le temps ou de discrétiser l'espace. Le premier réduit le temps à un instant pour déterminer les ombres et les zones ensoleillées dans l'espace continu en cet instant. Le second processus réduit l'espace à un point pour déterminer sur ce point les périodes temporelles continues d'ombre et de soleil. Par itération de l'un ou l'autre de ces deux processus, on reconstitue une approximation généralement suffisante des états spatio-temporels d'ensoleillement des objets considérés.

Chacun de ces processus peut être mis en oeuvre par diverses méthodes instrumentales. Nous classons ces méthodes en trois groupes :

- les méthodes graphiques qui mettent en oeuvre les techniques de projection géométrique au trait en deux dimensions,
- les méthodes analogiques qui reproduisent par des dispositifs mécaniques ou optiques les positions relatives de la Terre et du soleil et l'ensoleillement résultant,
- les méthodes numériques enfin qui utilisent les procédures de la géométrie algorithmique et de la synthèse d'image.

Quelle que soit la méthode mise en oeuvre, des traitements préalables et postérieurs à la simulation proprement dite sont nécessaires. Les premiers concernent la détermination de la position du soleil en chaque instant et la construction de représentations pratiques de ces données, sous forme de diagrammes solaires. Les seconds s'appliquent aux résultats de la simulation pour, d'une part en permettre la prise de connaissance, d'autre part en extraire des indices utiles à l'analyse.

Nous présentons dans ce chapitre les éléments intéressants de chaque étape. En premier lieu, nous donnons les principes de calcul et de représentation des trajectoires solaires suivant différentes projections. Nous abordons ensuite les méthodes spécifiques de simulation suivant les trois groupes proposés : graphiques, analogiques et numériques. Nous présentons enfin quelques méthodes de traitement analytique des résultats. En conclusion, nous donnons un exemple de détournement de ces méthodes pour la simulation de

l' « accessibilité visuelle » d'un objet architectural dans son environnement urbain.

Notons que la simulation de l'ensoleillement ne produit que des résultats géométriques, lesquels, une fois croisés, peuvent fournir des indices analytiques et permettre de dégager des propriétés d'ensoleillement plus générales. D'autres méthodes existent pour la simulation réaliste de la lumière naturelle dans ses composantes directes, réfléchies (lancer de rayon) et diffuses (radiosité). Ces méthodes produisent des images (lancer de rayons) ou des quantifications physiques de l'énergie reçue en différents points des objets considérés (radiosité). Elles ne permettent généralement pas la détermination géométrique exacte des taches d'ensoleillement. Des méthodes mixtes sont proposées pour la simulation à la fois géométrique et physique des états lumineux. Ces techniques font l'objet d'une littérature abondante que nous n'évoquons pas dans ce rapport.

2.1 Les trajectoires solaires

Sans paradoxe aucun, les trajectoires solaires représentent le mouvement du soleil *autour* de la Terre. Plus exactement, elles décrivent le mouvement apparent du soleil sur la voûte céleste pour un observateur situé en un point fixe de la Terre. Pour cet observateur, les trajectoires apparentes figurent le chemin perceptible du soleil, du lever au coucher, tout au long de l'année.

Les trajectoires solaires sont définies par le mouvement de la Terre autour du soleil, formalisé par les lois de Kepler. Pour une localisation fixe, la direction du soleil est donnée à chaque instant par ses coordonnées angulaires dont nous décrivons le calcul ci-après (figure 2.9). Différents types de projections peuvent être appliqués aux trajectoires solaires pour construire des diagrammes utilisables dans les deux dimensions de la table à dessin. Nous présentons ces diagrammes solaires avant de développer leur mise en oeuvre dans les méthodes de simulation graphique de l'ensoleillement (section suivante 2.2.1).

2.1.1 Coordonnées angulaires du soleil

2.1.1.1 Le mouvement de la Terre autour du soleil

La Terre est une pseudo-sphère qui tourne sur elle-même et qui se déplace sur une orbite elliptique de faible excentricité dont le soleil occupe l'un des foyers (figure 2.1). L'axe de rotation de la Terre (ou axe des pôles) reste parallèle à lui-même durant ce déplacement, avec une inclinaison quasi-constante par rapport à la normale au plan de l'écliptique (plan de déplacement du soleil). Sur l'orbite terrestre, le segment de droite soleil-Terre balaie des aires égales en des temps égaux (deuxième loi de Kepler) ; en conséquence, la Terre se déplace avec une vitesse variable — les jours solaires possédant de même une durée variable. D'autres phénomènes oscillatoires (nutations, précession des équinoxes) perturbent sensiblement ce mouvement avec des périodes imperceptibles à l'échelle humaine.

On simplifie généralement ce système en supposant que l'orbite terrestre est un cercle dont le soleil occupe le centre. Suivant cette approximation, la Terre se déplace sur son orbite avec une vitesse constante et les jours solaires possèdent des durées égales (24 heures, par convention). L'inclinaison de l'axe des pôles par rapport à la normale au plan de l'écliptique est supposée invariable et égale à $23^{\circ}27'$.

L'axe des pôles reste parallèle à lui-même lors du déplacement de la Terre. Il occupe en conséquence des positions différentes par rapport au cercle de

l'orbite terrestre (figure 2.2 page suivante). Ces positions peuvent être mesurées par l'angle, ou *déclinaison*, que fait cet axe avec le plan d'illumination de la Terre (plan par lequel la lumière solaire coupe la sphère terrestre en deux).

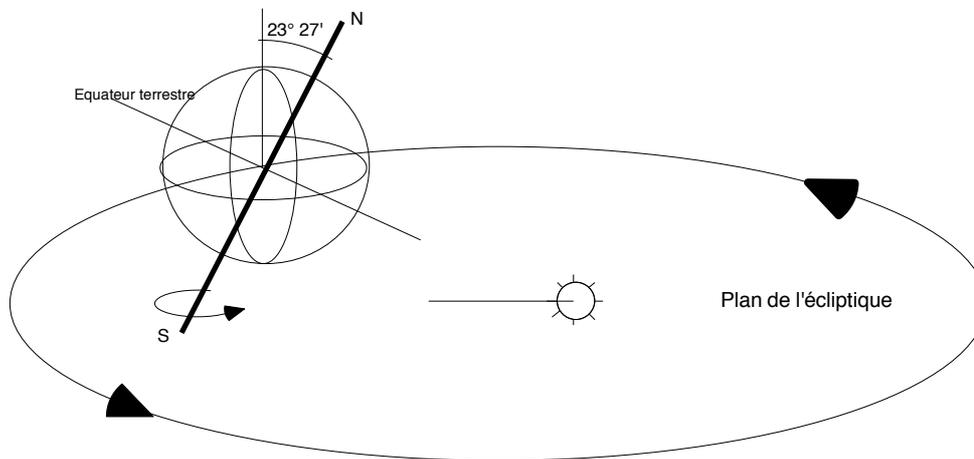


Figure 2.1. Mouvement de la Terre autour du soleil

La déclinaison est nulle en deux points de l'orbite terrestre, lorsque l'axe des pôles appartient à un plan tangent à cette orbite (position droite et position gauche du plan de la figure 2.2). Quelle que soit la latitude, la durée du jour est alors égale à celle de la nuit : ce sont les équinoxes de printemps (21 mars) et d'automne (22 septembre).

La déclinaison est maximale et égale à l'inclinaison de la Terre ($23^{\circ}27'$) en deux points de l'orbite terrestre, lorsque l'axe des pôles appartient à un plan orthogonal à cette orbite (position haute et position basse du plan de la figure 2.2). Pour l'un de ces points, le jour atteint sa durée maximale dans l'hémisphère Nord (solstice d'été) et minimale dans l'hémisphère Sud (solstice d'hiver). Le phénomène inverse se produit pour l'autre point (solstice d'hiver dans l'hémisphère Nord et solstice d'été dans l'hémisphère Sud). Entre ces positions, la déclinaison varie journalièrement et définit traditionnellement les saisons.

La variation de la déclinaison est souvent présentée comme un « balancement » de la Terre autour de l'axe normal à l'écliptique. Ce mouvement est symétrique : il est ascendant du solstice d'hiver au solstice d'été (hiver, printemps) puis descendant du solstice d'été au solstice d'hiver (été, automne). En conséquence, le mouvement de la Terre autour du soleil est parfaitement décrit sur une demi-année, du solstice d'hiver au solstice d'été (figure 2.3). De fait, en un point quelconque de l'hémisphère Nord terrestre, le soleil paraît « monter » dans le ciel à partir du début de l'hiver, pour

culminer au 22 juin, puis « redescendre » jusqu'à l'hiver suivant. Le phénomène s'inverse dans l'hémisphère Sud : le soleil culmine au 22 décembre (solstice d'été) puis décroît quotidiennement jusqu'au 22 juin (solstice d'hiver de l'hémisphère Sud).

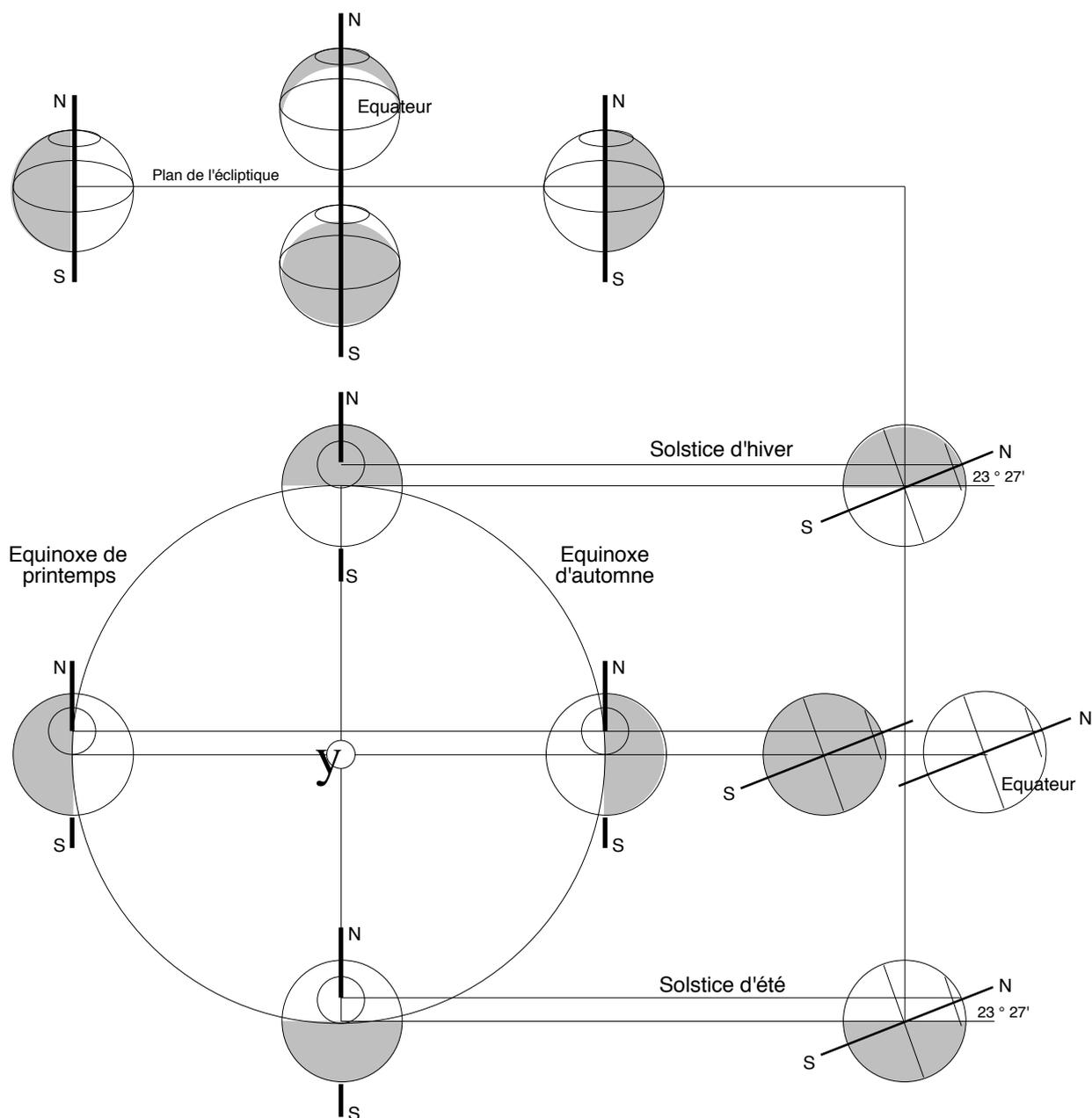


Figure 2.2. Positions de la Terre en géométral aux solstices et aux équinoxes

2.1.1.2 Le mouvement apparent du soleil autour de la Terre

Pour figurer le mouvement *apparent* du soleil autour de la Terre, il est d'usage de faire appel à l'abstraction géométrique qu'est la *sphère céleste* de la cosmographie traditionnelle. Suivant la définition de Lespinard et al. (1957), la sphère céleste (ou sphère des fixes) est « une sphère fictive, de rayon extrêmement grand, ayant pour centre l'observateur, sur laquelle il semble que les étoiles sont fixées et que les autres astres se déplacent. » La sphère céleste est définie pour n'importe quel point terrestre (l'observateur). Elle contient l'ensemble des « météorites » au sens aristotélicien : les astres (dont le soleil), les planètes, les constellations..., supposés s'y déplacer suivant des courbes représentant leur trajectoire apparente au cours du temps depuis le point d'observation considéré. L'intersection de la sphère et d'un plan parallèle à l'écliptique passant par le point d'observation est un cercle autour duquel l'inclinaison de la Terre définit le cylindre du zodiaque.

La sphère céleste n'a pas d'échelle puisqu'elle est considérée de rayon extrêmement grand. Le soleil est donc supposé rayonnant depuis l'infini et ses rayons, convergeant vers la Terre, sont supposés *parallèles*. Cette hypothèse sera implicite dans toutes les méthodes de simulation de l'ensoleillement que nous décrirons dans la suite de ce rapport (l'angle solide d'incidence de la lumière solaire sur la Terre est en réalité très faible, de l'ordre de 68.10^{-5} stéradian).

Le mouvement apparent du soleil sur la sphère céleste n'est que le miroir du mouvement réel de la Terre sur son orbite. Supposons que la sphère céleste accompagne le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même, c'est-à-dire qu'elle tourne continuellement autour de son diamètre parallèle à l'axe des pôles terrestre ; cet axe de rotation est encore appelé axe du monde dans la cosmographie traditionnelle. Dans le repère défini par l'axe du monde et le plan diamétral orthogonal, le soleil placé sur la sphère céleste semble parcourir une double spirale dont la pente reflète la déclinaison régulière et sy-

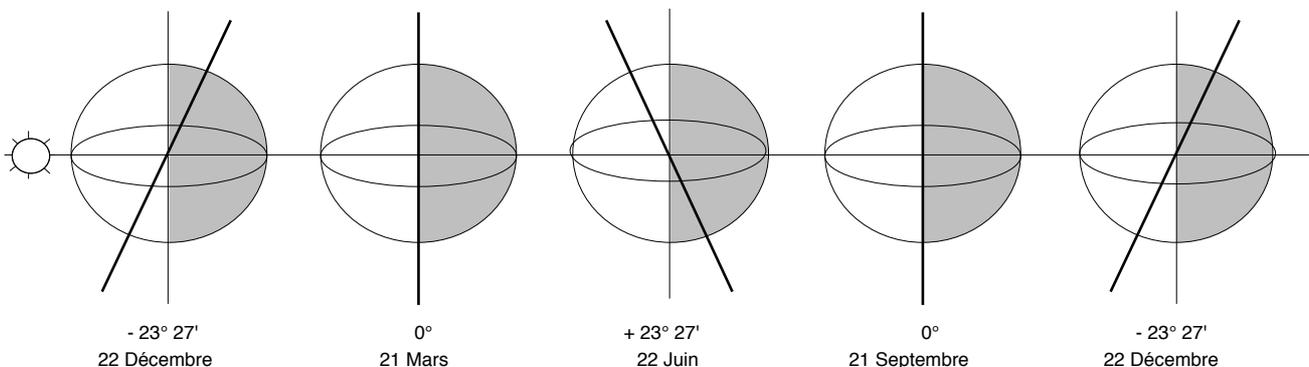


Figure 2.3. Variation de la déclinaison terrestre au cours de l'année

métrique de la Terre — déclinaison ascendante du 22 décembre au 22 juin et descendante du 22 juin au 22 décembre. Sur cette spirale, le soleil parcourt un tour complet de la sphère, et revient dans le même plan, en une journée solaire (24 heures).

Nous avons représenté ce mouvement sur la figure 2.4 ci-dessous (à gauche) en réduisant l'année à trois jours solaires, c'est-à-dire en considérant que la Terre effectue sa révolution autour du soleil en trois révolutions autour d'elle-même. Dans cette configuration fictive, la déclinaison de la spirale solaire sur la sphère céleste lors d'une même journée solaire est considérable. Sur l'année réelle de 365 jours, la déclinaison journalière devient beaucoup plus faible et l'arc de spirale que parcourt chaque jour le soleil peut être aisément approché par un cercle, parallèle au plan équatorial céleste. C'est cette approximation qui est généralement mise en oeuvre pour décrire les trajectoires apparentes du soleil sur la sphère céleste. Elle discrétise la course annuelle du soleil en un ensemble de cercles parallèles, chacun représentant une journée, et dont la hauteur relative au plan équatorial est égale à la déclinaison moyenne du soleil pendant cette journée (figure 2.4 à droite). Cette représentation nous oblige donc à concevoir un « saut » discret journalier du soleil, d'un cercle à l'autre, du solstice d'hiver au solstice d'été puis, de manière symétrique, du solstice d'été au solstice d'hiver.

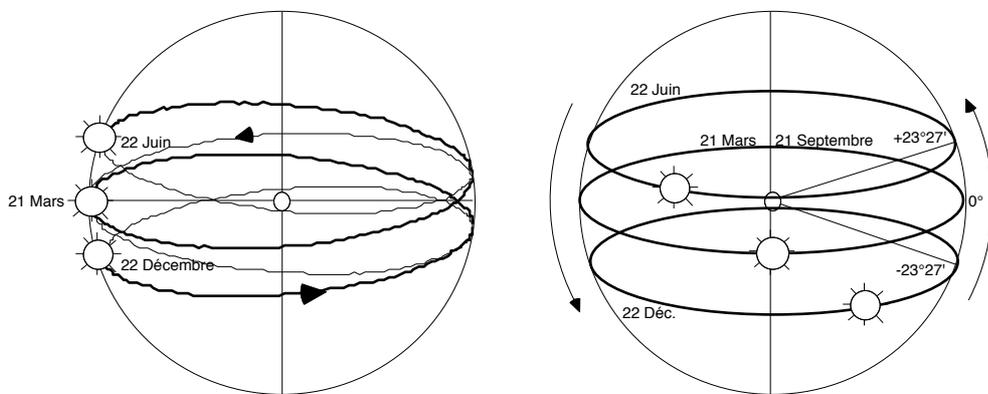


Figure 2.4. Mouvement apparent du soleil sur la sphère céleste

Le mouvement apparent du soleil sur la sphère céleste est supposé identique, quel que soit le centre de la sphère, puisque celle-ci est considérée de rayon infini. Pour définir les trajectoires solaires apparentes en un point terrestre P quelconque, il nous suffit de représenter la sphère céleste, *centrée en ce point*. Le plan horizon de P — plan tangent à la sphère terrestre en P — coupe alors la sphère céleste en deux hémisphères, dont l'un contient les parties *visibles* des trajectoires solaires depuis P (figure 2.5 en bas). Ces trajectoires correspondent aux périodes pour lesquelles le soleil peut être vu

depuis P, c'est-à-dire aux jours. Les trajectoires invisibles correspondent inversement aux nuits.

Pour simplifier la lecture, on effectue une rotation des trajectoires visibles de telle sorte que la verticale de P devienne colinéaire à la verticale du repère de présentation (figure 2.5 haut). Cette rotation qui transforme les trajectoires équatoriales en trajectoires locales a pour axe le diamètre Est-Ouest de la Terre et pour angle le complémentaire de la latitude de P, ou *colatitude* de P (voir l'application de cette propriété dans le Girasol, section suivante).

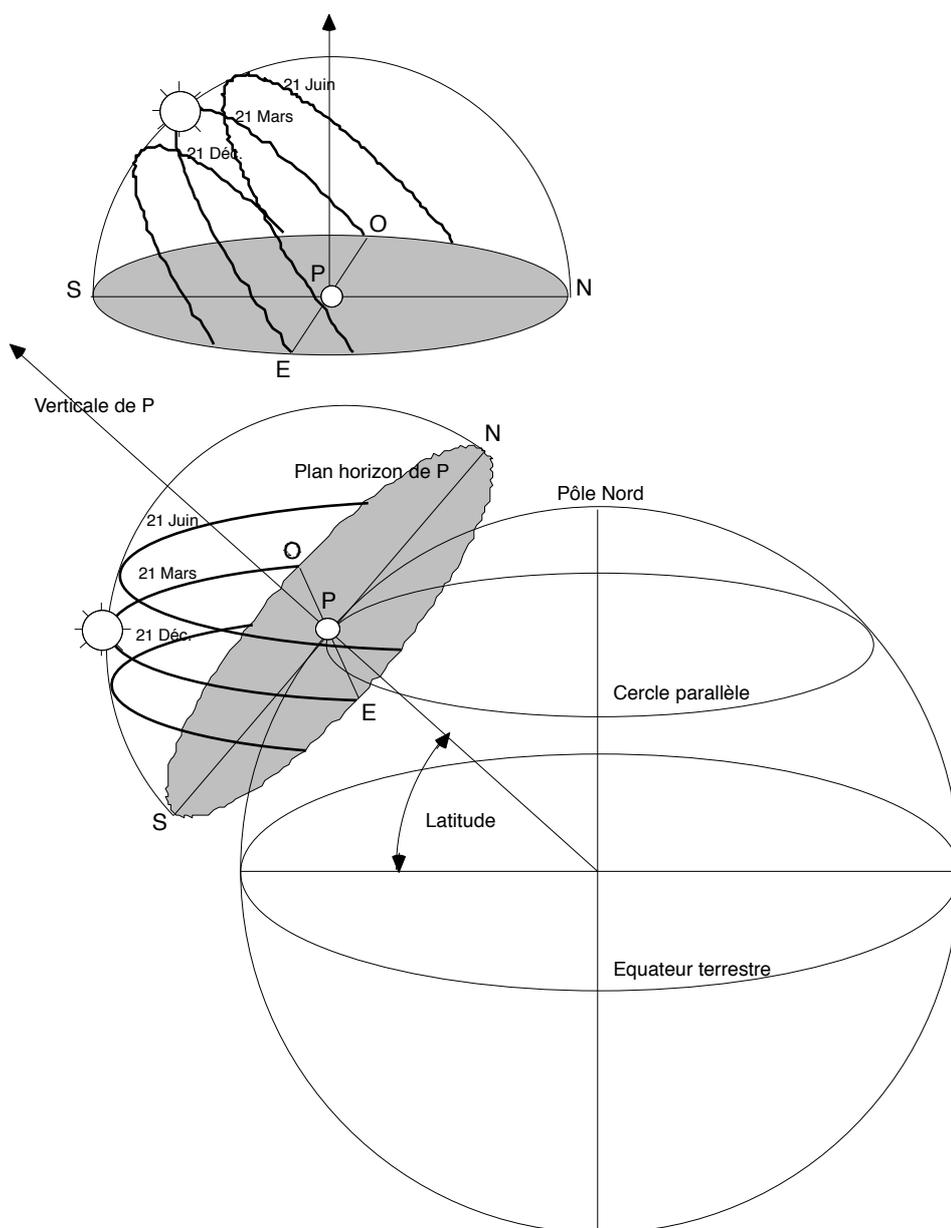


Figure 2.5. Trajectoires solaires apparentes en un point P sur la Terre

Les trajectoires apparentes en P sont donc des arcs de cercles de différentes longueurs, correspondant aux durées des jours. Elles sont complètement définies sur une demi-année, ce pourquoi on les représente le plus souvent pour le 21 de chaque mois, du solstice d'hiver au solstice d'été (hiver et printemps). Les trajectoires correspondantes de l'été et de l'automne, lorsqu'elles ne sont pas explicitées, peuvent être facilement déterminées suivant le tableau ci-dessous (à 1 journée près).

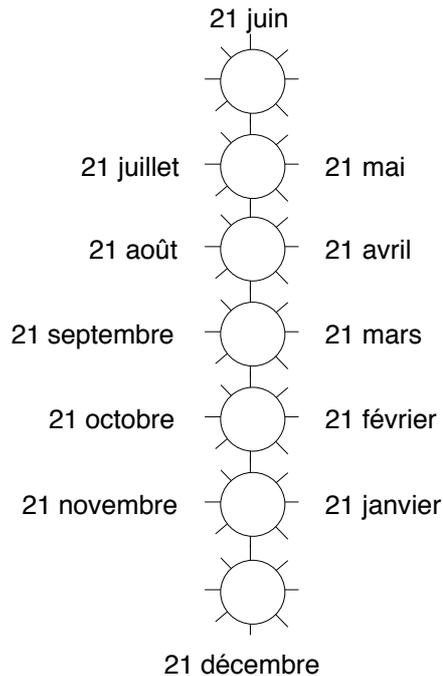


Figure 2.6. Correspondance des trajectoires solaires sur l'année

2.1.1.3 Les coordonnées angulaires du soleil

Les coordonnées angulaires du soleil représentent la direction apparente du soleil sur sa trajectoire, pour un observateur fixe sur la Terre, en un instant donné. Ces coordonnées sont exprimées en azimut et hauteur, notés respectivement A et H . L'azimut A est l'angle que fait le plan azimutal du soleil avec le plan méridien du lieu, si l'on définit le plan azimutal du soleil comme le plan vertical (orthogonal au plan horizontal local) contenant le soleil supposé ponctuel et le point d'observation. L'azimut est mesuré à partir de la direction du Sud (azimut 0 ou midi solaire — le soleil passe dans le méridien du lieu), positivement vers l'Ouest et négativement vers l'Est.

La hauteur H du soleil est l'angle que fait la direction apparente du soleil avec le plan horizontal du lieu dans le plan azimutal du soleil (figure 2.7 page suivante). Elle varie dans un intervalle $[0, \alpha]$, où 0 représente la hau-

transformée en une durée moyenne constante de 24 heures. L'erreur engendrée est variable pour chaque jour de l'année et fait l'objet d'une publication par le Bureau des Longitudes. On peut cependant, le plus souvent, se satisfaire de sa valeur moyenne, sensiblement sinusoïdale, dénommée « équation du temps » et représentée sur la figure 2.8 ci-dessous.

Il convient bien sûr d'ajouter à cette valeur de l'équation du temps le décalage horaire propre de la longitude du lieu d'observation (ou correction de longitude par rapport au méridien de référence, comptée négativement vers l'Est et positivement vers l'Ouest) ainsi que les majorations horaires effectuées dans certains pays (heures d'hiver et d'été). Au total, pour une direction apparente du soleil à déterminer au « temps civil » TC (ou temps légal), on utilise le « temps solaire vrai » TSV correspondant :

$$TSV = TC - Equation_temps - Correct_Longitude - Maj_Horaire$$

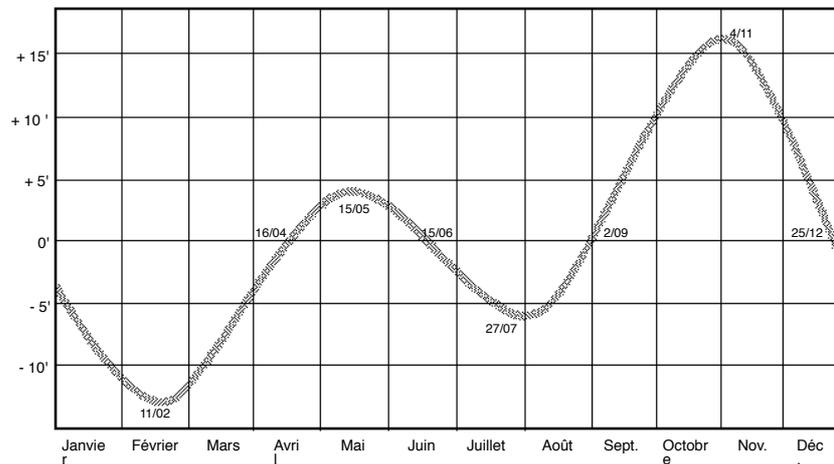


Figure 2.8. Valeur moyenne de l'équation du temps (d'après Mazria 1981)

Calcul de la direction du soleil en azimut et hauteur
pour une latitude L , un jour $j \in [1, 365]$ et un instant t .

Le jour j détermine la déclinaison D du soleil suivant les formules :

$$\sin D = 0.398 \cdot \sin(w(j - a)) \text{ avec } a = 81 - 2 \cdot \sin(w(j - 2))$$

$$\sin D \approx 0.4 \cdot \sin(w(j - 81)) \text{ pour une erreur absolue } < 1^\circ$$

où w représente la vitesse angulaire de la Terre soit $w = 2\pi / 365.25 \text{ rd/jour}$.

L'instant t exprimé en temps solaire vrai définit l'angle horaire Ah suivant les conventions :

$$\begin{cases} Ah = 0 \text{ à midi solaire vrai (le soleil est dans le plan méridien du lieu)} \\ Ah \pm 15^\circ / \text{heure autour de midi} \\ Ah \geq 0 \text{ vers l'Ouest et } Ah \leq 0 \text{ vers l'Est} \end{cases}$$

La déclinaison et l'angle horaire étant calculés, l'azimut A et la hauteur H du soleil sont donnés par :

$$\sin H = (\sin L \cdot \sin D) + (\cos L \cdot \cos D \cdot \cos Ah)$$

$$\sin A = \frac{\cos D \cdot \sin Ah}{\cos H} \text{ et } \cos A = \frac{(\sin L \cdot \cos D \cdot \cos Ah) - (\cos L \cdot \sin D)}{\cos H}$$

Ces relations permettent d'établir la hauteur du soleil à midi (Ah nul) :

$$\cos Ah_{\text{midi}} = 1, \text{ d'où:}$$

$$\sin H_{\text{midi}} = (\sin L \cdot \sin D) + (\cos L \cdot \cos D) = \cos(L - D), \text{ soit:}$$

$$H_{\text{midi}} = (\pi/2) - L + D$$

et l'angle horaire correspondant aux heures de lever et coucher (H nulle) :

$$\sin H_{\text{Lever}} = 0, \text{ d'où:}$$

$$\cos Ah_{\text{Lever}} = - \frac{\sin L \cdot \sin D}{\cos L \cdot \cos D} = - \tan L \cdot \tan D$$

On en déduit l'azimut du soleil au lever :

$$\cos A_{\text{Lever}} = \frac{(\sin L \cdot \cos D \cdot \cos Ah_{\text{Lever}}) - (\cos L \cdot \sin D)}{\cos H_{\text{Lever}}}, \text{ soit:}$$

$$\cos A_{\text{Lever}} = - (\sin L \cdot \cos D \cdot \tan L \cdot \tan D) - (\cos L \cdot \sin D), \text{ d'où}$$

$$\cos A_{\text{Lever}} = - \frac{\sin D}{\cos L}$$

Figure 2.9. Calcul des coordonnées angulaires du soleil

2.1.2 Abaques et diagrammes solaires

Les abaques et diagrammes solaires ont généralement une double fonction. Ils permettent d'une part de déterminer, avec une approximation suffisante, les coordonnées angulaires du soleil pour une date et un instant donné ; d'autre part, ils sont le support des constructions géométriques nécessaires à la simulation graphique de l'ensoleillement, tant pour la détermination des ombres que pour celle des périodes d'ensoleillement. Nous exposons ces méthodes graphiques dans la section suivante, après la présentation des principaux diagrammes que sont le panorama solaire, le gnomon, la projection stéréographique et le Girasol.

Il existe de nombreux autres types de diagrammes solaires, plus spécifiques de la science de cadrans solaires : diptyques, cylindriques, analemmatiques, etc. Un ouvrage récent en donne un éventail intéressant et didactique sous la forme d'objets en carton à découper et à plier (Oudenot 1995).

2.1.2.1 Le panorama solaire

Le panorama solaire est une représentation cartésienne des trajectoires apparentes du soleil pour une latitude donnée (figure 2.10). Les azimuts y sont portés en abscisses et les hauteurs en ordonnées ; cette représentation permet donc une lecture immédiate des coordonnées angulaires du soleil pour une date et un instant donnés. Dourgnon et al. (1961) proposent une règle à curseur mobile permettant, par simple translation d'un panorama solaire, de lire

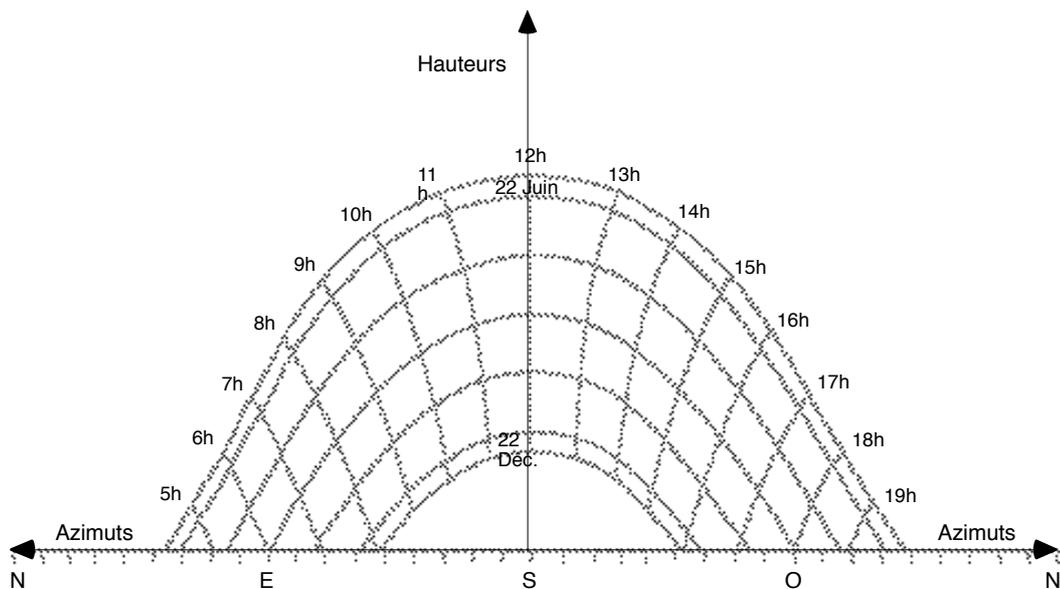


Figure 2.10. Panorama solaire 49° N (D'après Dourgnon 1961)

directement les périodes d'ensoleillement en différents points d'un même environnement. Cette représentation demande cependant des constructions graphiques complexes des objets de l'environnement en azimuts et hauteurs (les droites non verticales sont transformées en courbe, cf. Mazria 1981).

2.1.2.2 Le Gnomon

Le gnomon ($\gamma^{\nu\omega\alpha\omega\nu}$) est originellement le stylet vertical portant ombre sur une table plane d'inclinaison quelconque. Par extension, le gnomon représente le tracé des lignes définies au cours du temps par l'ombre mobile de la pointe du stylet sur la table. La *gnomonique* est ainsi l'étude et la réalisation des gnomons, principalement dans leur office de cadrans solaires (Oudenot 1983, 1995).

Géométriquement, les lignes que décrivent l'ombre portée de l'extrémité d'une tige verticale sur une table correspondent à la projection perspective conique des trajectoires apparentes du soleil au point terrestre considéré (figure 2.11). Le centre de la transformation perspective est ce point lui-même et le plan de projection est celui de la table. La distance d du plan de projection au centre de la perspective définit la hauteur du gnomon.

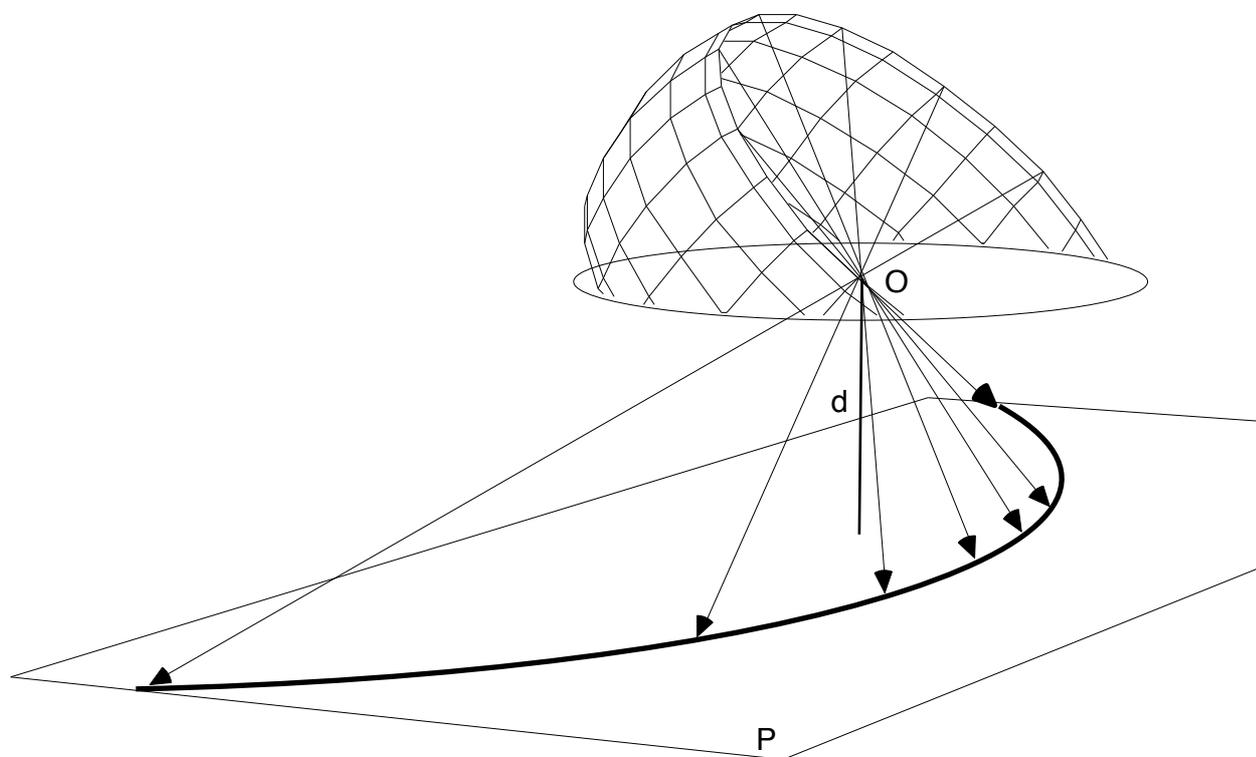


Figure 2.11. Principe de détermination du gnomon

Les diagrammes solaires réalisés suivant ce principe utilisent généralement une projection perspective sur un plan horizontal. Dans ce cas, l'azimut du soleil pour une date et un instant donné (à la latitude du gnomon) peut être relevé directement sur le diagramme. La hauteur du soleil au même instant est donnée par une simple élévation de la ligne d'ombre suivant la hauteur de la tige (figure 2.12). J. Dourgnon (1961) note que la longueur de l'ombre mesurée sur le diagramme est proportionnelle à la cotangente de la hauteur du soleil ; il y voit l'explication du nom d'*umbra* donné à la notion de tangente à son apparition en Occident au XIII^e siècle.

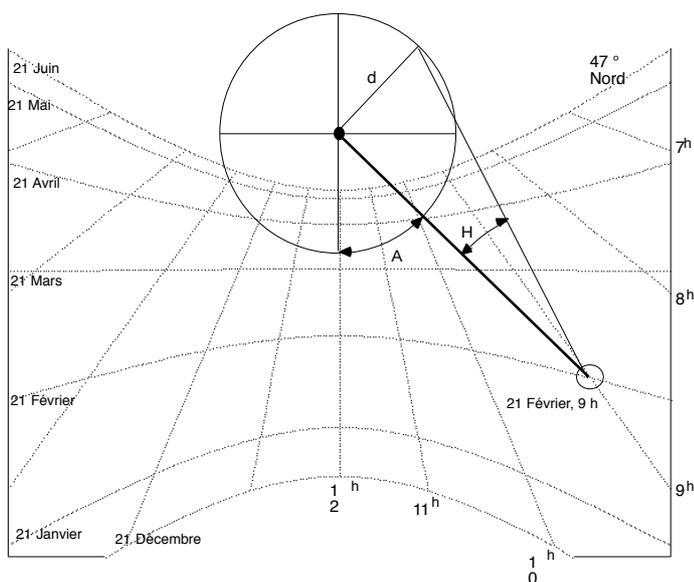


Figure 2.12. Lecture des coordonnées angulaires A , H sur le gnomon

M. Twarowski (1967), dont nous avons exposé les travaux sur la plastique solaire au chapitre précédent, propose une variante simplifiée du gnomon sous la forme d'un diagramme solaire construit pour une journée donnée (dit diagramme solaire MT, figure 2.13 page suivante). Sur ce diagramme apparaissent d'une part les faisceaux horaires rayonnants, d'autre part des droites parallèles représentant les ombres d'un point à différentes altitudes d'un stylet vertical. L'intersection d'une droite d'altitude avec une droite horaire donne l'ombre d'un point à cette altitude, pour l'heure considérée et pour la date du diagramme. Cette représentation simplifie donc, pour une date donnée, toutes les constructions graphiques permises par les gnomons conventionnels.

2.1.2.3 La projection stéréographique des trajectoires solaires

Cette projection particulière fait correspondre un point d'un plan à chaque point d'une sphère par une transformation perspective (ou inversion) ayant

pour centre un point de la sphère elle-même (Deltheil 1946). Elle est principalement mise en oeuvre pour la réalisation des cartes géographiques puisqu'elle réalise la conservation des angles. Elle possède deux autres propriétés intéressantes : les cercles de la sphère passant par le centre d'inversion sont projetés suivant des droites rayonnantes tandis que des cercles parallèles sur la sphère sont transformés en cercles concentriques sur le plan.

La projection stéréographique peut être appliquée aux trajectoires circulaires du soleil sur la sphère céleste en un point de la Terre (figure 2.14). Les trajectoires et les lignes horaires apparentes se projettent alors suivant des arcs de cercles qu'il est possible de déterminer graphiquement ou analytiquement (CRMAA 1977, AFEDES 1980). En utilisant le pôle Sud de la sphère céleste comme centre de projection, les grands cercles de même azimut (méridiens) sont projetés suivant des droites rayonnantes tandis que les cercles parallèles de même hauteur sont transformés en cercles concentriques (figure 2.15). Construite pour une latitude fixe, cette projection permet donc une lecture facile des coordonnées angulaires du soleil. En outre, dans le cadre du projet, elle facilite l'ajustement, en azimuts et hauteurs, des objets étudiés (cf. § 2.2.1.2).

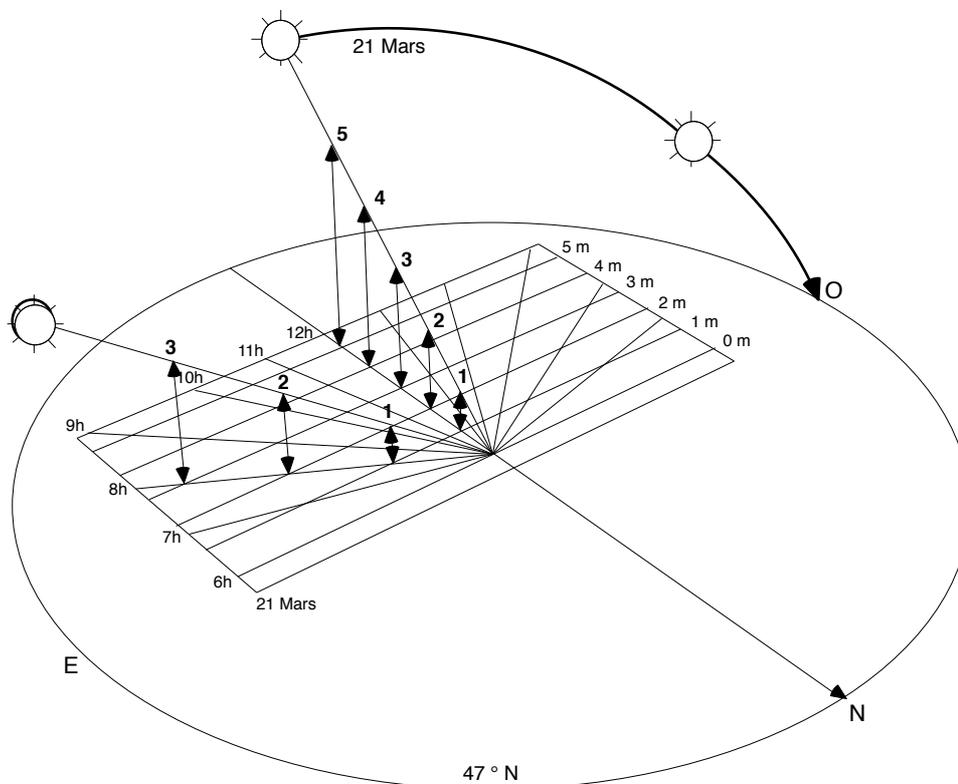


Figure 2.13. Construction du diagramme solaire MT (Twarowski 67)

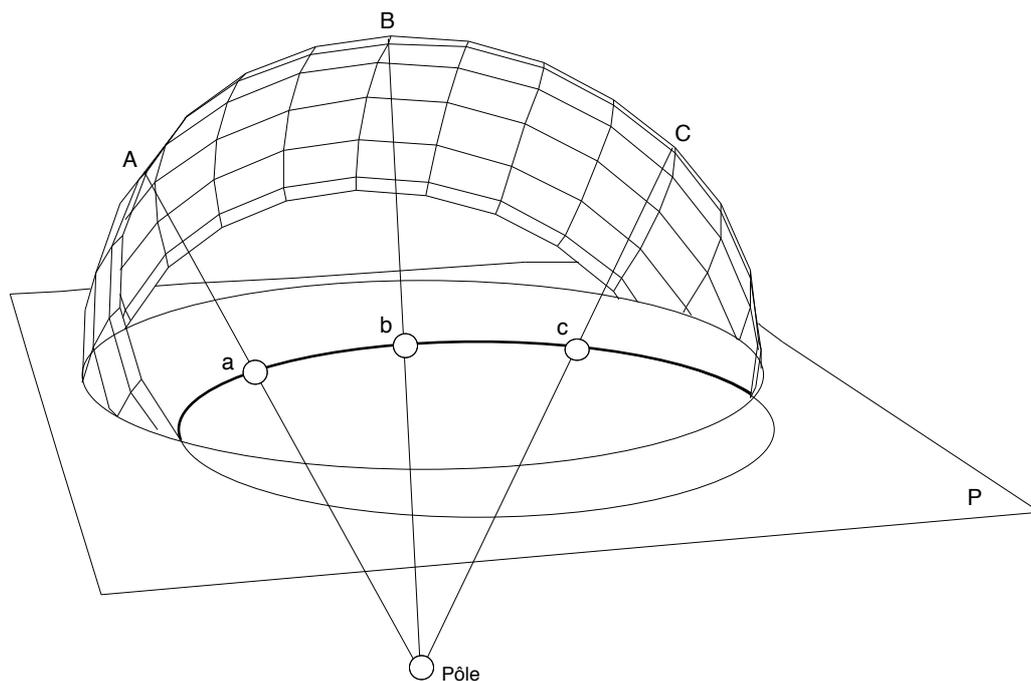


Figure 2.14. Principe de la projection stéréographique des trajectoires solaires

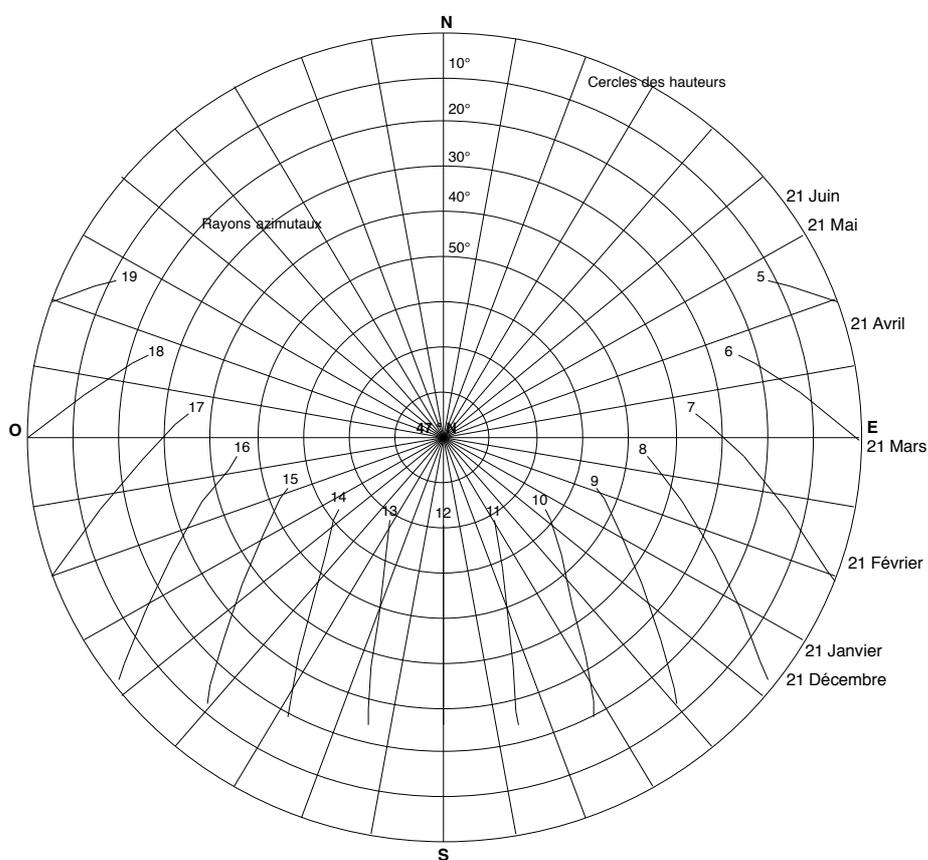


Figure 2.15. Projection stéréographique des trajectoires solaires 47° N

2.1.2.4 Le Girasol

Contrairement aux diagrammes précédents établis pour une latitude fixe — à chaque latitude correspond un diagramme différent —, le Girasol proposé par le CRMAA (1979) offre une représentation des trajectoires apparentes du soleil applicable pour tous les lieux terrestres. Il constitue en cela un abaque solaire universel. Pratiquement, le Girasol se présente sous la forme d'un support opaque sur lequel pivote un disque transparent. Sur le support sont représentées les courbes d'iso-azimut et d'iso-hauteur figurant la sphère céleste en tout point terrestre. Le disque transparent visualise les courbes solaires autour du 21 de chaque mois et les arcs horaires de 0 à 24 heures. On fixe la latitude d'étude en faisant pivoter le disque sur le support. Les courbes alors visibles sur la sphère céleste correspondent à la projection stéréographique des trajectoires apparentes du soleil pour cette latitude (figure 2.16 ci-dessous).

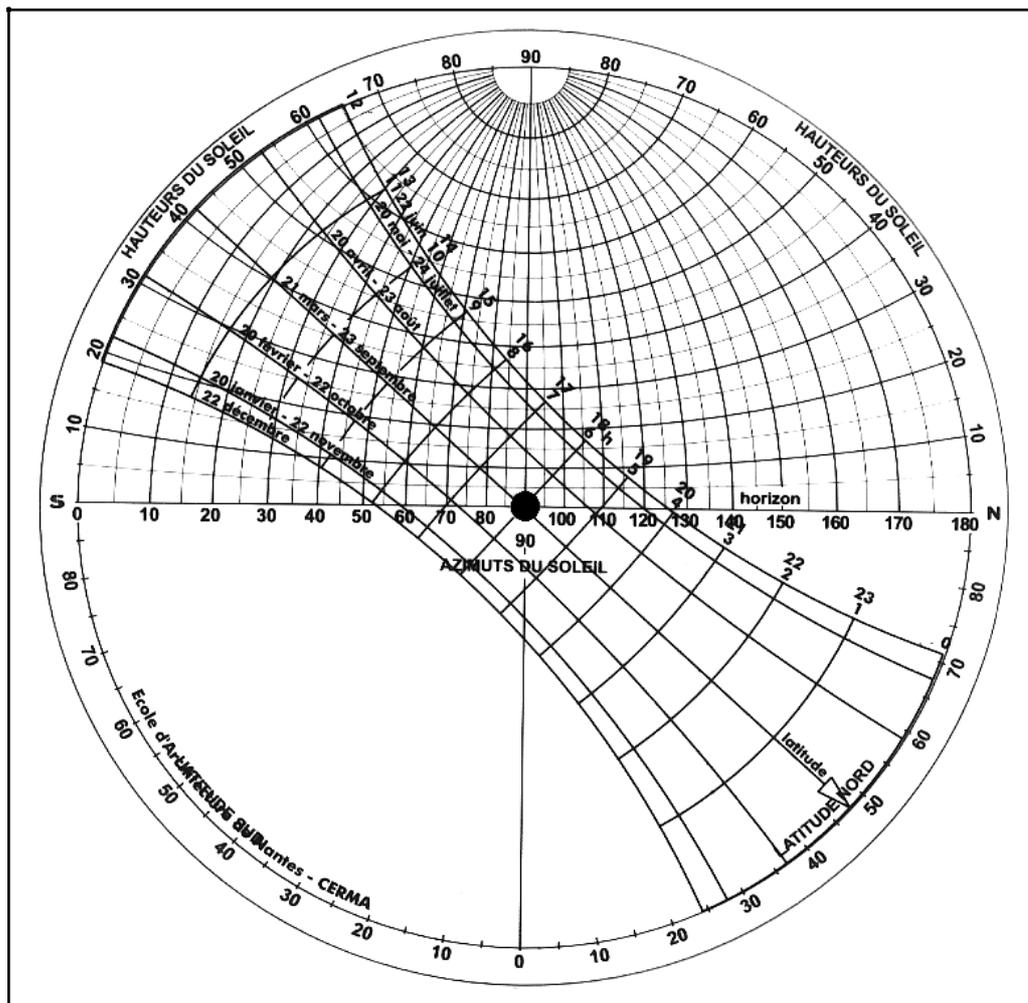


Figure 2.16. Le Girasol (CRMAA 1979)

La construction du Girasol repose sur un principe simple : les trajectoires solaires apparentes en n'importe quelle latitude se superposent toutes, à une rotation près, aux trajectoires équatoriales (figure 2.17 ci-dessous). La rotation qui transforme les trajectoires équatoriales en trajectoires locales a pour axe le diamètre Est-Ouest de la Terre et pour angle, la colatitude du lieu (cf. § 2.1.1.2). Il est possible de construire une projection stéréographique de ces trajectoires circulaires en utilisant le pôle Est (ou Ouest) de la Terre comme pôle d'inversion et un plan vertical passant par l'axe des pôles (dans le repère de la sphère céleste) comme plan de projection.

Les trajectoires transformées suivant cette projection se superposent, à une rotation près, quelle que soit la latitude. La rotation a pour centre l'image du pôle d'inversion et pour angle la latitude (la projection stéréographique conserve les angles). Les trajectoires solaires apparentes à n'importe quelle latitude peuvent donc être visualisées comme un unique ensemble de courbes « pivotant » sur la projection stéréographique de la sphère céleste, identique en tout lieu.

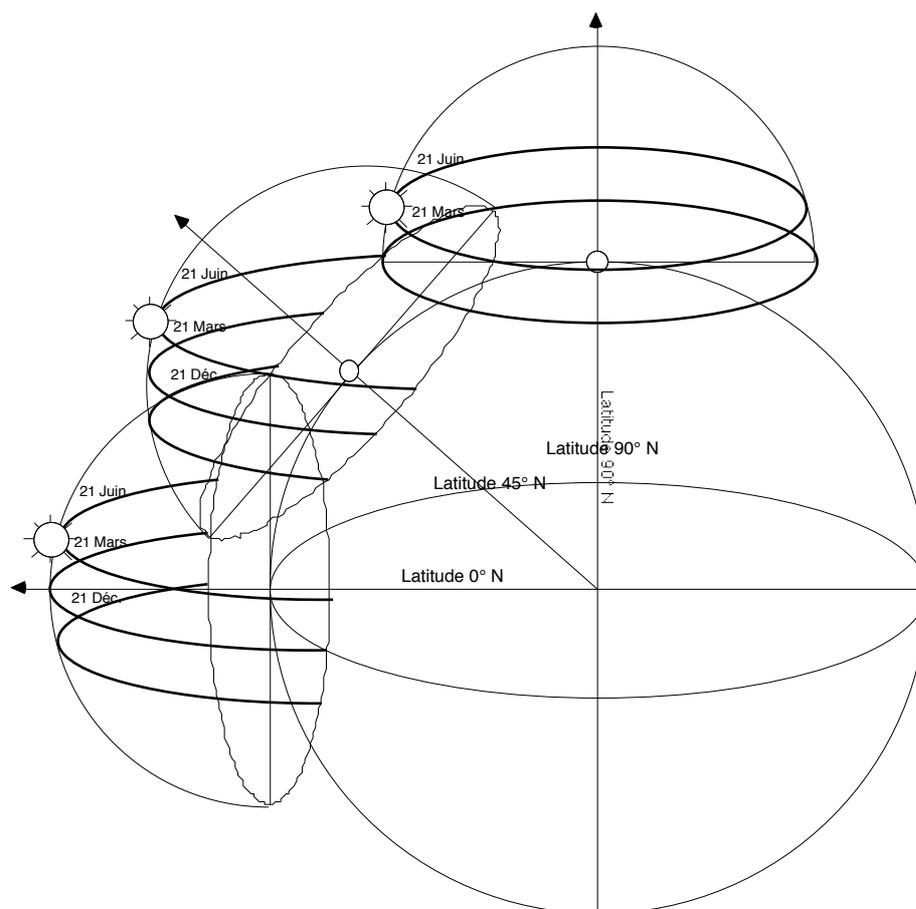


Figure 2.17. Trajectoires solaires apparentes en différentes latitudes

2.2 Méthodes de simulation graphiques, analogiques, numériques

La connaissance de la direction du soleil en tout instant permet d'opérer la simulation de l'ensoleillement, c'est-à-dire de reproduire les états spatio-temporels d'ensoleillement d'un ensemble d'objets localisés. Nous distinguons deux processus généraux de simulation, suivant que l'on choisit de discrétiser le temps ou de discrétiser l'espace, et trois grandes classes de méthodes : graphiques, analogiques et numériques. Nous présentons ici différentes techniques permettant de réaliser ces deux processus pour chacune des trois classes de méthodes. Nous envisageons également les méthodes mixtes, principalement les méthodes graphiques à support numérique.

Le premier processus vise à déterminer géométriquement, pour un instant donné, les parties ensoleillées et les parties ombrées des objets étudiés. Cette visualisation instantanée est le plus souvent établie pour quelques heures représentatives et quelques dates clés (équinoxes et solstices), entre lesquelles il est généralement possible d'extrapoler la dynamique de l'ensoleillement. Ce processus répond aux questionnements pour lesquels la dimension spatiale de l'ensoleillement prime sur la dimension temporelle. Il s'agit par exemple de déterminer l'ombre portée par un objet (effet visuel, impact énergétique), d'évaluer le dimensionnement d'un pare-soleil ou encore de quantifier les taches solaires sur une façade ou dans une pièce intérieure.

Le second processus consiste à déterminer les périodes d'ensoleillement et d'ombrage en un point singulier de l'environnement étudié. Cette vision ponctuelle est établie pour quelques points représentatifs de l'environnement, autour desquels les résultats peuvent être extrapolés sur des zones plus ou moins larges. Ce processus privilégie la dimension temporelle de l'ensoleillement et offre des réponses plus pertinentes en termes de bilan d'ensoleillement ou d'évaluation énergétique par exemple.

2.2.1 Les méthodes graphiques

Les méthodes graphiques réalisent la simulation de l'ensoleillement à l'aide des techniques de tracé géométrique dans les deux dimensions de la table à dessin. Elles utilisent les abaques solaires ou, plus finement, elles mettent à profit les propriétés géométriques des différents diagrammes solaires. Nous présentons ces méthodes pour les deux processus généraux que sont le tracé des ombres à un instant (détermination des zones ensoleillées) et le tracé des masques en un point (détermination des périodes d'ombrage).

2.2.1.1 Le tracé des ombres

Les méthodes de la géométrie descriptive permettent de construire la projection sur un plan, suivant une direction donnée, de n'importe quel volume élémentaire. Le tracé des ombres est analogue à une telle projection. Pour une direction correspondant au rayon solaire à l'instant considéré, il représente la projection des objets étudiés sur le plan du sol et, le cas échéant, sur les différentes surfaces des objets eux-mêmes. La figure 2.18 ci-dessous

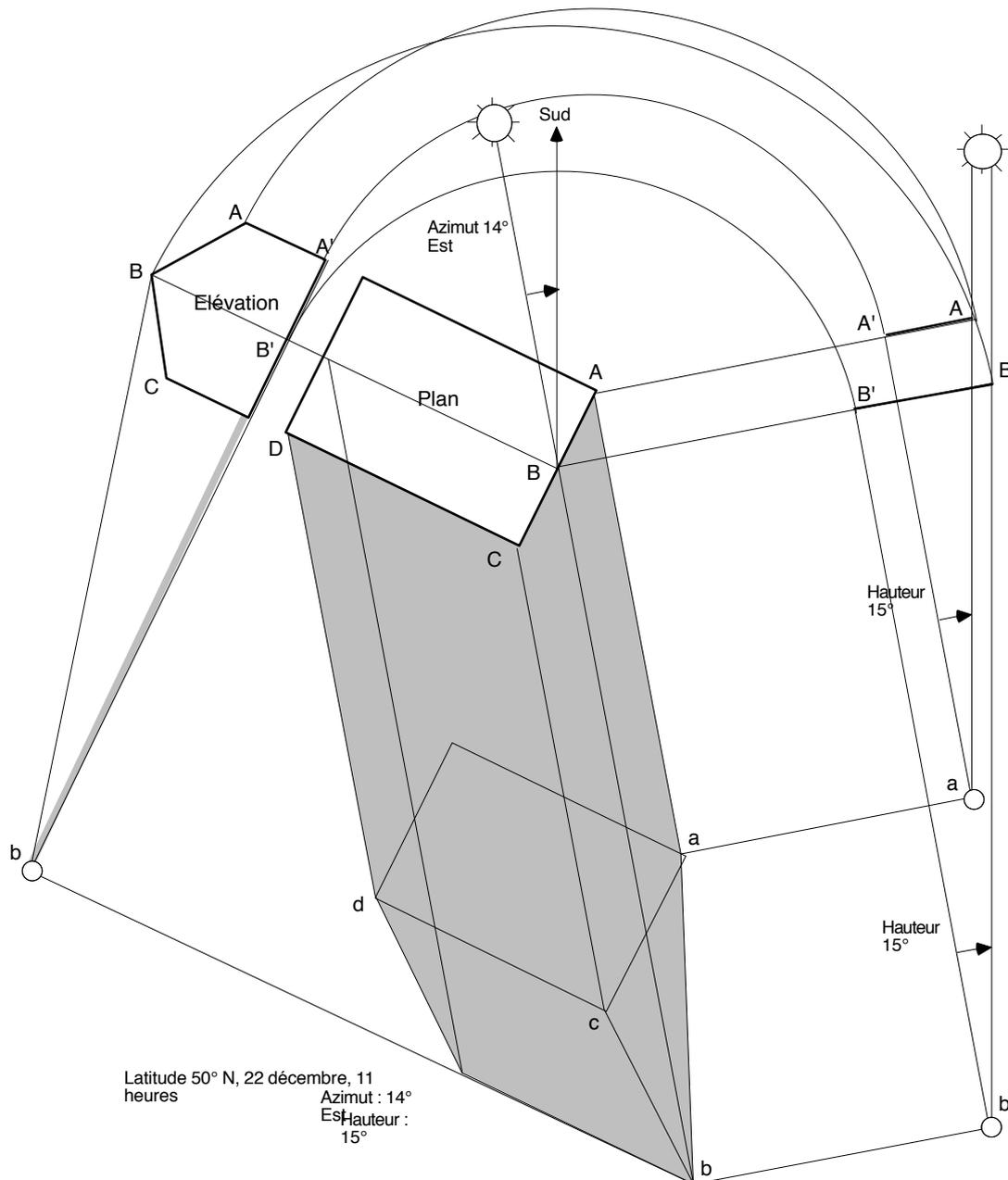


Figure 2.18. Tracé des ombres portées en dessin géométral

montre ainsi l'épure de l'ombre portée au sol par un volume simple, pour une date et un instant donnés. La direction du soleil correspondante est relevée sur le Girasol ou sur tout autre abaque ou diagramme solaire *ad hoc*.

Ces techniques graphiques résolvent également le tracé des ombres propres et portées en représentation axonométrique ou en perspective conique (Ruegg 1993). Dans la tradition des « Leçons de Ténèbres » classiques, elles portent même le tracé des ombres au niveau d'un art savant dont J.-P. Jungmann (1995) donnait encore récemment une illustration brillante.

Cependant, les diagrammes solaires permettent de s'affranchir de la construction des rayons solaires en géométral. Ainsi, le gnomon autorise le tracé immédiat des ombres portées au sol, sans relevé d'angle. La détermination de l'ombre s'effectue dans n'importe quel plan de projection avec les méthodes classiques de rabattements mises en oeuvre par la géométrie descriptive (figure 2.19 ci-dessous).

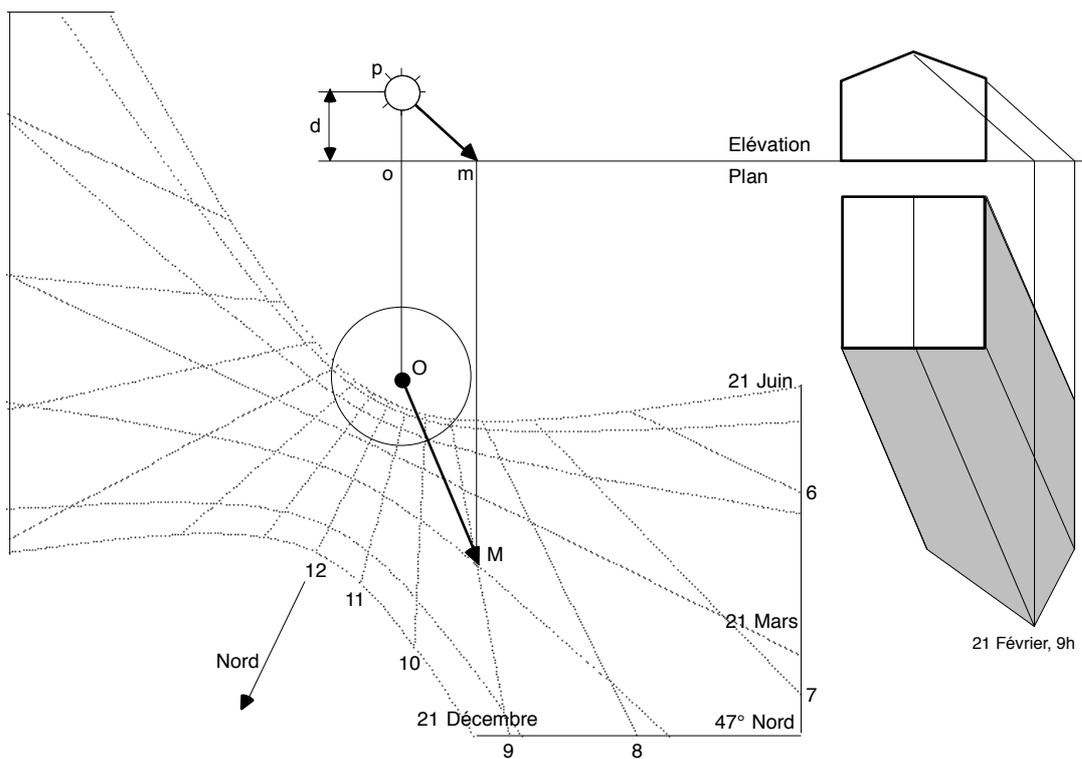


Figure 2.19. Tracé des ombres à l'aide du gnomon

Le diagramme solaire MT (Twarowski 67) simplifie encore les constructions puisque pour une date et une latitude fixes, il permet de se dispenser de l'élévation en effectuant un simple report des hauteurs. L'ombre est alors construite en autant de tracés que de hauteurs différentes (figure 2.20 page suivante).

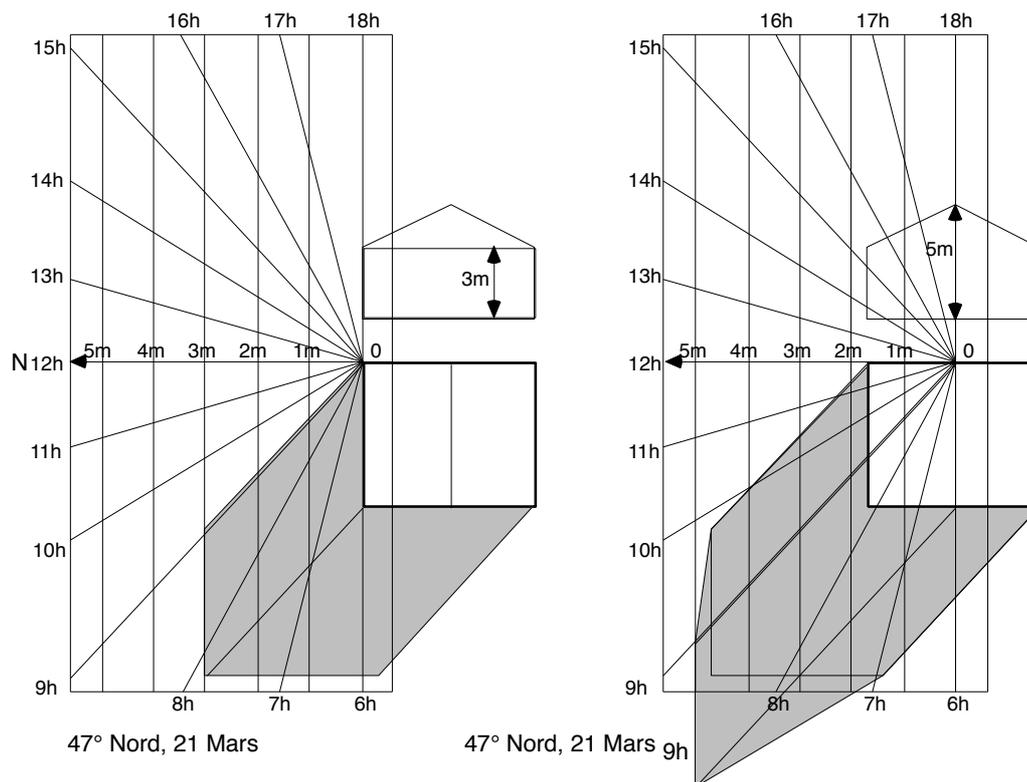


Figure 2.20. Tracé des ombres à l'aide du diagramme solaire MT

2.2.1.2 Le tracé des masques

L'environnement d'un point singulier constitue un ensemble de masques dont il est possible de donner une représentation conforme aux représentations des trajectoires apparentes du soleil. Si l'on superpose les masques ainsi figurés et les trajectoires solaires apparentes, on obtient une image synthétique des périodes d'ensoleillement et d'ombrage du point considéré : les parties des trajectoires masquées par l'environnement correspondent aux périodes d'ombrage du point tandis que les parties non-masquées représentent les périodes pendant lesquelles le point « voit » le soleil.

Toutes les représentations des trajectoires solaires peuvent être utilisées pour le tracé des masques. J. Dourgnon (1961) et E. Mazria (1981) proposent ainsi des canevas de courbes permettant de figurer les masques rectangulaires, conformément à la représentation cartésienne du panorama solaire. Les diagrammes solaires de type gnomon, utiles au tracé des ombres, peuvent également être mis à profit pour le tracé des masques. Ces diagrammes correspondent à la transformation perspective des trajectoires solaires, pour une latitude et une hauteur caractéristique (cf. § 2.1.2.2). La même transformation perspective (de distance principale égale à la hauteur du gnomon) peut être appliquée aux masques de l'environnement. P. Chauvel (1961)

donne ainsi deux méthodes de détermination des périodes d'ensoleillement à l'aide des diagrammes solaires, utilisant l'une une perspective à tableau horizontal et l'autre une perspective à tableau vertical.

De manière générale, toutes les vues perspectives représentant ensemble l'environnement étudié et les trajectoires apparentes du soleil sont applicables. Les outils numériques réalisant ces perspectives peuvent donc être facilement détournés à cet effet (figure 2.21). Il suffit pour cela de disposer d'un modèle géométrique des trajectoires apparentes du soleil à la latitude considérée. Lorsque l'on translate les trajectoires au point étudié, n'importe quelle perspective conique construite depuis ce point réalise le tracé des masques de l'environnement sur les trajectoires solaires.

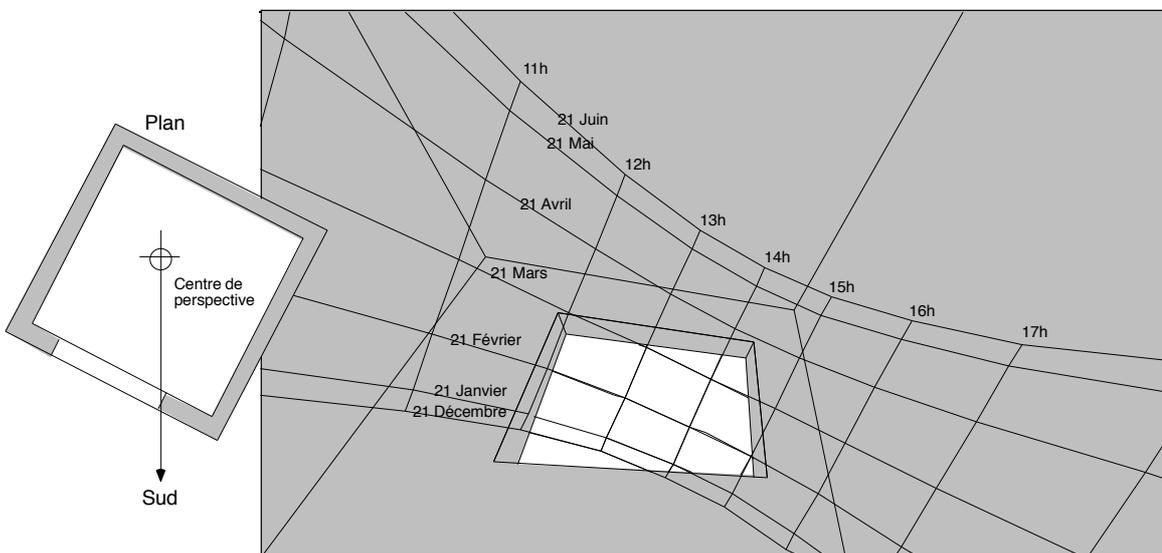


Figure 2.21. Périodes d'ensoleillement d'un point à travers une fenêtre

Bien que difficile à construire, la projection stéréographique est également utilisée pour le tracé des masques. Outre la lecture des périodes d'ensoleillement en un point, elle offre un effet la possibilité d'ajuster facilement, de manière graphique, les gabarits d'objets en cours de définition dans le cadre du projet. Cet ajustement concerne principalement la hauteur angulaire des masques en fonction de contraintes d'ensoleillement au point considéré.

Le tracé des masques en projection stéréographique s'effectue à l'aide d'un diagramme angulaire construit pour un plan de référence quelconque (CRMAA 1979). Le diagramme angulaire représente les images projetées de plans parallèles et orthogonaux (verticalement et horizontalement) au plan de référence. Ces plans sont considérés pour des inclinaisons successives de 10° par rapport au plan de référence. On peut donc construire sur ce diagramme l'image stéréographique de n'importe quel masque parallélépipé-

dique, par un simple report des valeurs angulaires comprises entre les plans délimitant le masque et un plan de référence, choisi arbitrairement, contenant le centre de projection (figure 2.22 ci-dessous). Le masque une fois construit est reporté sur la projection stéréographique des trajectoires solaires, conformément à l'azimut du plan de référence. Les périodes d'ensoleillement et d'ombrage du point considéré se lisent alors immédiatement (figure 2.23 page suivante).

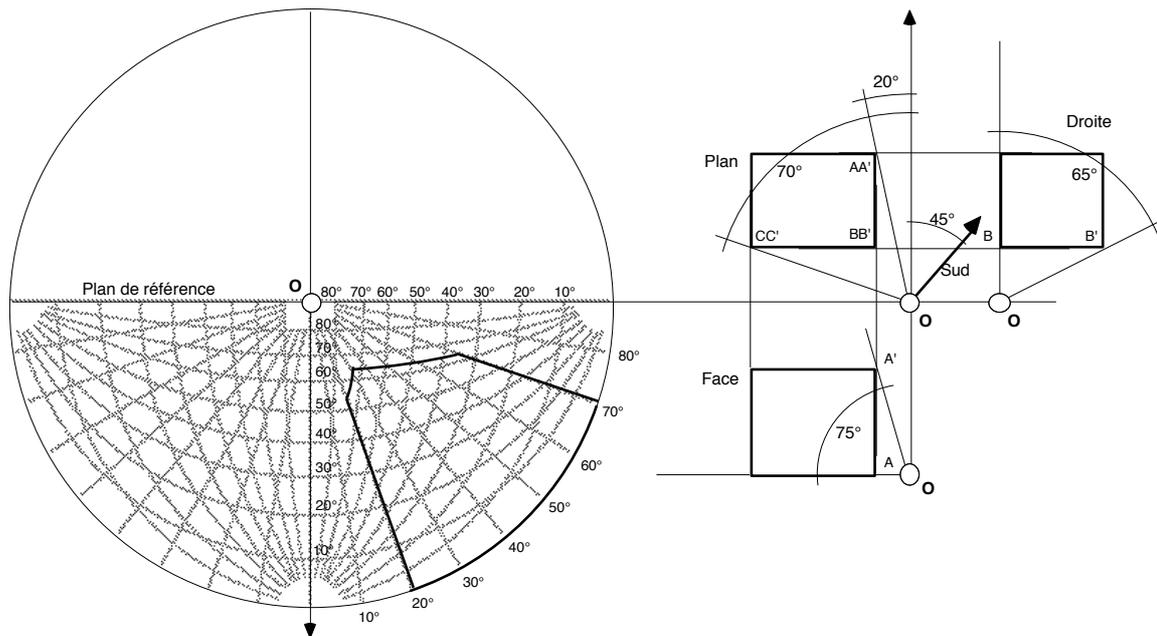


Figure 2.22. Construction d'un masque sur le diagramme angulaire

2.2.2 Les méthodes analogiques

Nous qualifions d'analogiques les méthodes permettant de reproduire les positions relatives de la Terre et du soleil et l'ensoleillement résultant. Ces méthodes sont mises en oeuvre par des dispositifs mécaniques ou optiques simulant un état statique d'ensoleillement sur une maquette des objets étudiés. Plusieurs systèmes ingénieux ont été construits. Ils permettent à la fois la représentation des ombres (l'héliodon) et la celle des périodes d'ensoleillement (l'horizontoscope).

2.2.2.1 L'héliodon

L'héliodon a donné son nom aux méthodes de simulation de l'ensoleillement par discrétisation du temps. Ce dispositif reproduit les taches d'ombre et de soleil sur une maquette, pour un instant correspondant à une direction solaire pour une latitude donnée.

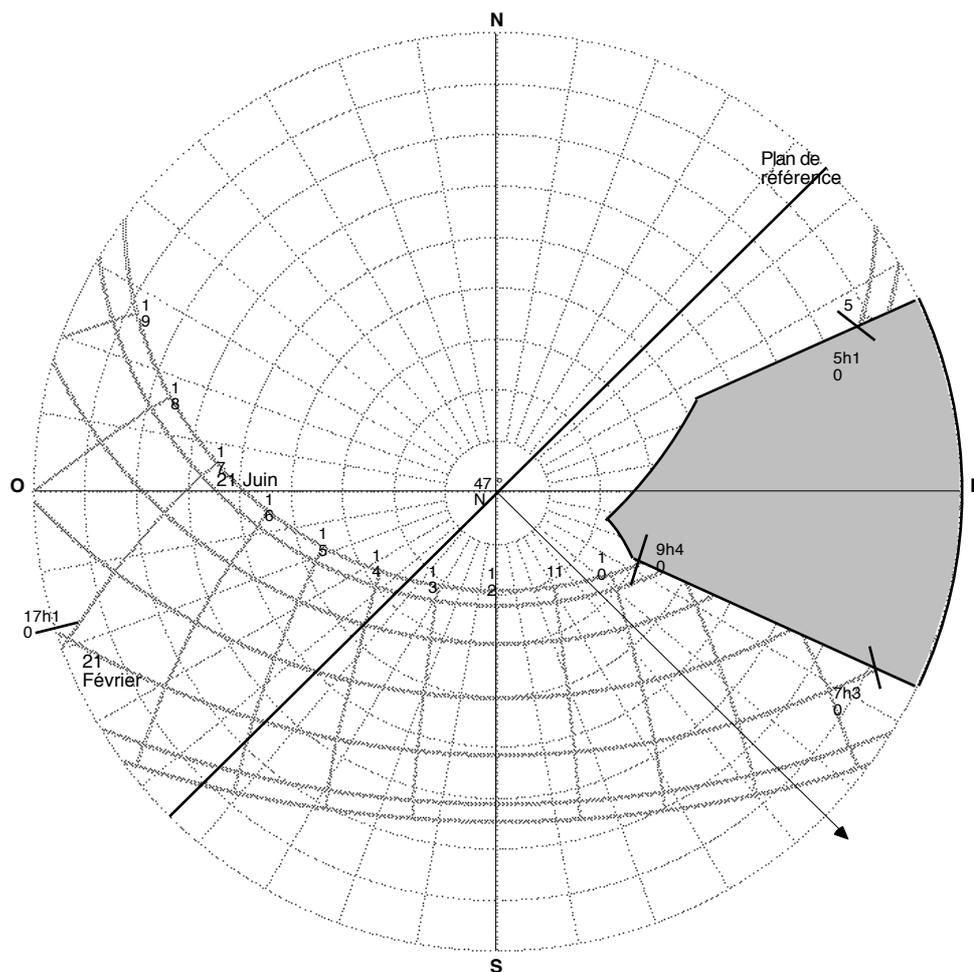


Figure 2.23. Report du masque et lecture des périodes d'enseulement

L'héliodon est composé d'un plateau articulé et d'une source lumineuse fixe (figure 2.24 page suivante). P. Steadman (1992) appelle *solarscope* (en anglais) le dispositif analogue muni d'un plateau fixe et d'une source articulée. Quel que soit le système, la source est placée au foyer d'un miroir parabolique reproduisant les rayons parallèles du soleil. Les différentes positions du plateau et de la source simulent les positions relatives de la Terre et du soleil.

Par ce dispositif, une maquette installée sur le plateau reçoit un ensoleillement factice correspondant aux jours et heures simulés pour une latitude donnée. Le réglage des paramètres temporels s'opèrent suivant les diagrammes propres à l'héliodon (Hermant 1943) ou, aussi facilement, au moyen d'un gnomon placé sur le plateau ; celui-ci fait alors office de cadran solaire dans le système analogue : le réglage est correct dès que le gnomon indique l'heure et la date choisies pour la simulation. Les états d'enseulement résultants sont simplement observés ou photographiés (Dourgnon 1961).

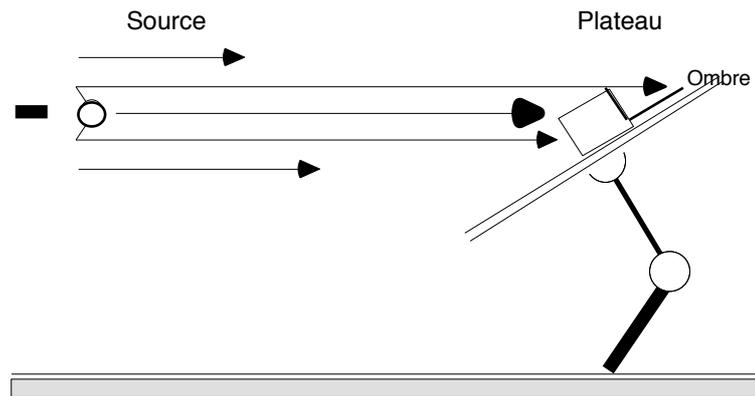


Figure 2.24. Schéma de principe de l'héliodon

2.2.2.2 L'horizontoscope

Ce dispositif mal connu réalise la simulation analogique de l'ensoleillement par discrétisation de l'espace. L'horizontoscope permet de superposer les trajectoires solaires et les masques résultant de l'environnement autour d'un point donné d'un plan, d'une maquette ou d'un site réel. Les parties non-masquées des trajectoires représentent les périodes pour lesquelles le point considéré est potentiellement ensoleillé. L'horizontoscope fournit donc les périodes continues d'ombrage et d'ensoleillement pour un point de l'espace.

Un horizontoscope dit allemand daté de 1952 est présenté par le C RMAA (1977). Ce dispositif fonctionne pour une latitude fixe. Il est composé d'un plateau horizontal recouvert d'une surface parabolique transparente (figure 2.25 page suivante). La parabolioïde simule sur le plateau horizontal la projection stéréographique de centre P de n'importe quel point M de l'espace. Les trajectoires solaires pour la latitude donnée sont dessinées sur le plateau suivant la même projection.

Par ce dispositif, l'horizontoscope reproduit la superposition graphique des trajectoires solaires dessinées et des masques reflétés au point de l'espace auquel il est placé. Un observateur regardant verticalement l'horizontoscope effectue la lecture directe des périodes d'ombrage et d'ensoleillement du point considéré.

Le C RMAA (1977) a proposé un appareil similaire baptisé latitudoscope. Dans cet appareil, les trajectoires solaires sont calculées suivant la projection stéréographique mise en oeuvre pour le Girasol (C RMAA 1979). Elles sont donc indépendantes de la latitude. Dès lors, le plateau pivotant autour de l'axe Est-Ouest du latitudoscope permet de paramétrer la localisation d'observation. Comme le Girasol, le latitudoscope est donc un instrument universel.

Notons qu'un dispositif de simulation analogue peut être obtenu à l'aide d'un appareil photographique muni d'un objectif de faible focale (Steadman 1992). Les images produites avec l'appareil visant la verticale d'un point correspondent à des projections quasi-stéréographiques des masques de l'environnement en ce point. La superposition des trajectoires solaires permet alors une lecture à plat des périodes d'ombrage et d'ensoleillement du point considéré (l'expérience montre cependant que les trajectoires solaires doivent être étalonnées pour l'objectif utilisé).

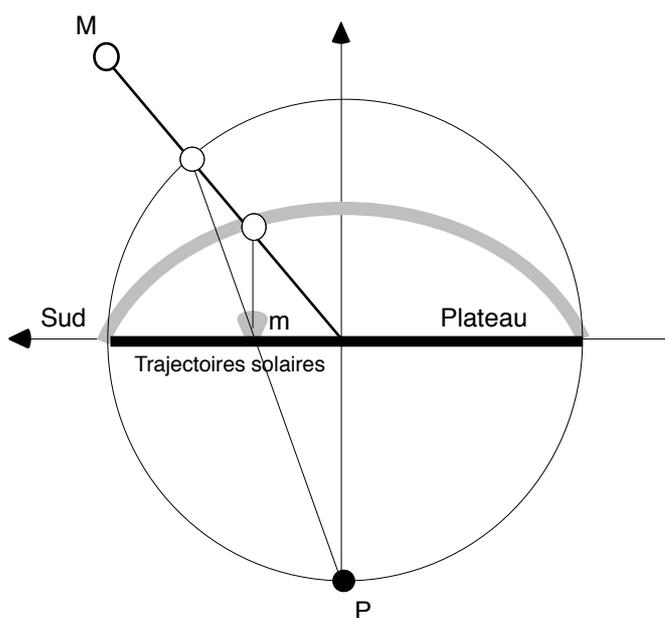


Figure 2.25. Schéma de principe de l'horizontoscope

2.2.3 Les méthodes numériques

Les techniques informatiques et, particulièrement, celles de la géométrie algorithmique et de la synthèse d'image ont notablement amplifié les possibilités de simulation de l'ensoleillement. A la différence des techniques analogiques ou graphiques, elles permettent une connaissance à la fois exacte et formelle (polygones géométriques ou intervalles temporels) des états d'ensoleillement d'une maquette numérique d'objets existants ou projetés. En conséquence, elles offrent de nouvelles possibilités de croisement et de traitement analytique des résultats. Nous examinons ces potentialités dans la section suivante.

Les méthodes numériques reprennent, en les automatisant, les techniques traditionnelles. Nous présentons ici les procédures mises en oeuvre dans le logiciel *Solène* développé au CERMA (Groleau 1987, Péneau 1989, Groleau

& al. 1991, 1992, 1993). Il s'agit d'une part du calcul des projections axonométriques pour la détermination des ombres dans un ensemble de faces (discrétisation du temps), d'autre part du calcul des projections perspectives pour la détermination des périodes d'ensoleillement en un point d'une face (discrétisation de l'espace). Nous proposons en dernier lieu une méthode directe basée sur la technique du lancer de rayon (discrétisation simultanée du temps et de l'espace).

2.2.3.1 Détermination des polygones d'ombre dans *Solène*

Les objets dont on veut simuler les états d'ensoleillement sont représentés par des faces planes à contour polygonal, éventuellement munies de trous. Ces faces sont constituées des coordonnées de leurs sommets successifs dans l'espace. La maquette numérique ainsi produite peut être étudiée dans un héliodon fictif capable de simuler les ombres propres et portées par chaque face, pour un instant et une localisation donnés.

Pour réaliser cette simulation, on considère que le soleil « regarde » la maquette suivant la direction correspondant au temps et au lieu donnés sur la Terre. Dans cette transposition, les parties de la maquette « vues » par le soleil sont les surfaces ensoleillées à cet instant. Les parties « cachées » au soleil (cachées *du* soleil si l'on se place dans la maquette) sont donc les surfaces à l'ombre au même instant.

Le soleil étant supposé placé à l'infini et ses rayons parallèles, l'image « qu'il se fait » de la maquette est une projection perspective cylindrique sur un plan perpendiculaire à l'axe de vue, c'est-à-dire une simple axonométrie (Locquet 1988). Géométriquement, cette projection équivaut à la composition de deux rotations simples autour des axes du repère. On établit facilement la matrice correspondante en fonction de l'azimut et de la hauteur du soleil, soit :

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \cos \alpha \cdot \sin \theta & \cos \alpha \cdot \cos \theta & -\sin \alpha \\ \sin \alpha \cdot \sin \theta & \sin \alpha \cdot \cos \theta & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

avec $\theta = \pi + \text{azimut}$ et $\alpha = \pi/2 - \text{hauteur}$, pour un repère orthogonal avec l'axe des y orienté positivement vers le Nord et l'axe des x vers l'Est.

La maquette numérique transformée par cette matrice fournit un nouvel ensemble de faces « vues du soleil » pour l'instant et le lieu considérés (figure 2.26 a, page suivante). Une procédure géométrique d'élimination des parties cachées permet d'extraire de ces faces les polygones « réellement vus » par le soleil, c'est-à-dire les parties ensoleillées (figure 2.26 b). Par application de la matrice inverse de R , ces polygones sont projetés dans la maquette originale (figure 2.26 c). La différence booléenne entre les faces originales et

les polygones ensoleillés produit les polygones d'ombres recherchés pour l'instant et le lieu considérés. Définis géométriquement, les polygones d'ombre peuvent être visualisés sous n'importe quel angle.

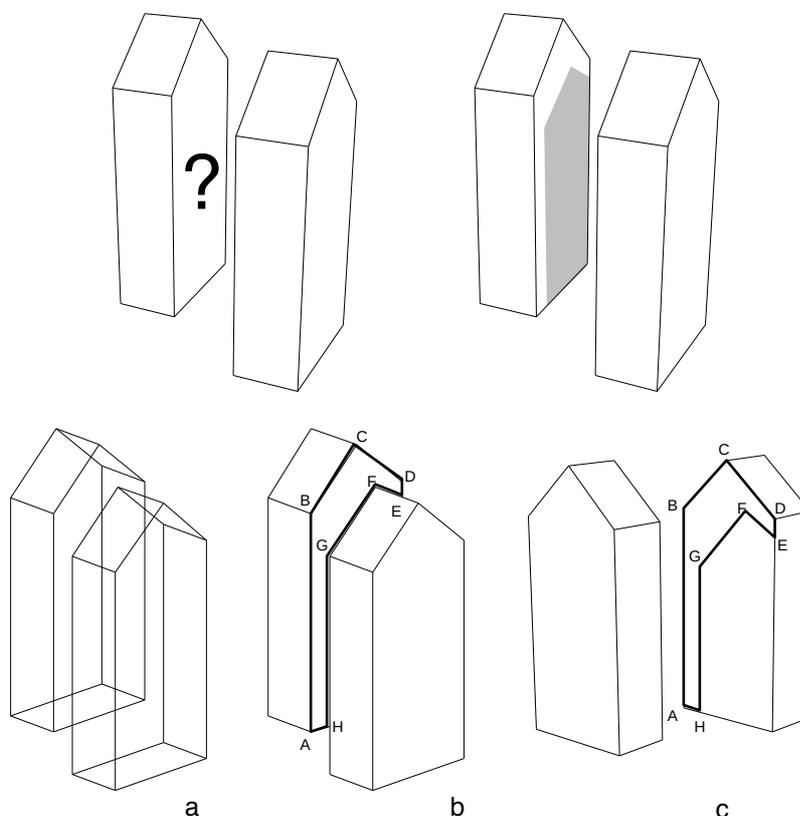


Figure 2.26 (a, b, c). Détermination des polygones d'ombre dans *Solène*

Ce processus de simulation par héliodrom numérique utilise principalement les opérations booléennes entre polygones. Plusieurs algorithmes effectuent ces opérations. Ils apparaissent plus ou moins complexes selon que les polygones considérés sont convexes ou concaves, qu'ils présentent ou non des singularités géométriques (Péroche 1988, Hégron 1985, Preparata 1985). La méthode utilisée dans *Solène* est basée sur l'algorithme d'Atherton et Weiler (1977) qui résout tous les cas. Elle consiste en un parcours alternatif des listes des sommets des polygones, une fois leurs intersections ajoutées. Le contour correspondant aux différences entre deux polygones, à leur union ou à leur intersection résulte simplement du changement de sens du parcours à chaque passage sur un sommet commun (figure 2.27 page suivante).

Une méthode équivalente utilisant un algorithme analogue est proposée par Grau et al (1995) pour la détermination géométrique des ombres portées. Les auteurs ajoutent une fonctionnalité intéressante, envisagée dans *Solène* mais non implémentée : la gestion des transparences des masques. Chaque

masque est qualifié par un facteur de transparence variant de 0 (totalement opaque) à 1 (totalement transparent). Les polygones d'ombre résultants reçoivent un facteur de transparence égal au produit des facteurs de transparence des divers polygones masques. Cette méthode permet de mieux qualifier les ombres portées par des objets de matériaux hétérogènes ou de différentes porosités à la lumière (les masques végétaux par exemple).

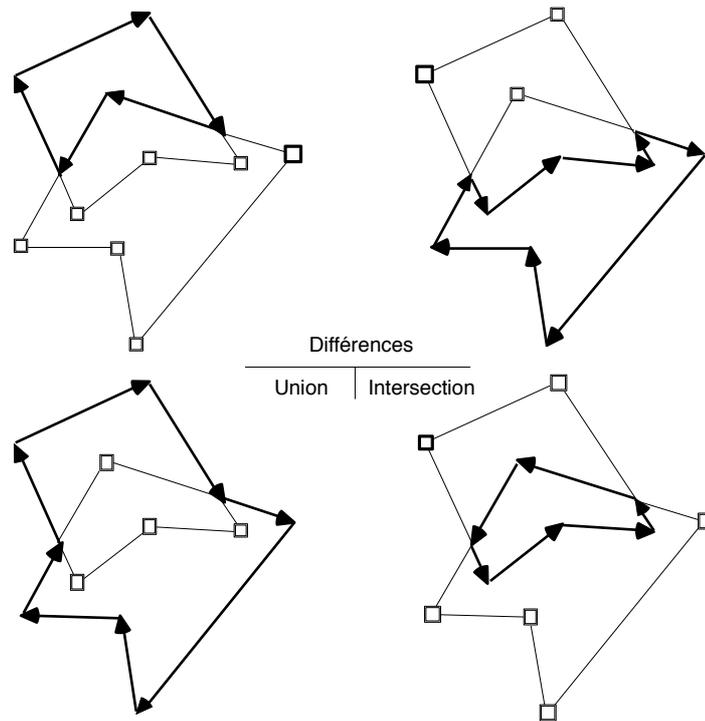


Figure 2.27. Principe de résolution des opérations booléennes entre polygones quelconques (Atherton et Weiler 1977)

2.2.3.2 Détermination des périodes d'ensoleillement dans *Solène*

Les méthodes graphiques et analogiques permettent de reconstituer les périodes d'ensoleillement et d'ombrage en un point de l'espace, par superposition des projections des masques et des trajectoires solaires. Les méthodes numériques utilisent le même principe. Des outils de calcul automatique des projections stéréographiques ont été développés de longue date (Dabat 1982, Dupagne & al. 1985, 1991). Ces systèmes ne reproduisent généralement que les seules constructions graphiques : l'environnement d'un point et les trajectoires solaires sont projetés sur une même figure. Les périodes d'ensoleillement et d'ombrage du point étudié peuvent alors être interprétées visuellement, à l'écran ou sur papier. Ces méthodes ne donnent cependant aucune connaissance numérique des périodes ; elles ne font que préfigurer les méthodes mixtes que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

Le logiciel *Solène* détermine automatiquement et numériquement les périodes d'ensoleillement et d'ombrage d'un point d'une maquette en utilisant une simple projection perspective conique. Pour un cône de vision très ouvert, cette projection produit des déformations des trajectoires et des masques difficiles à interpréter avec précision pour l'oeil humain (figure 2.28 ci-dessous), ce pour quoi elle n'est pas fréquemment mise en oeuvre dans les méthodes graphiques traditionnelles. L'utilisation du calcul numérique permet de lever cette difficulté.

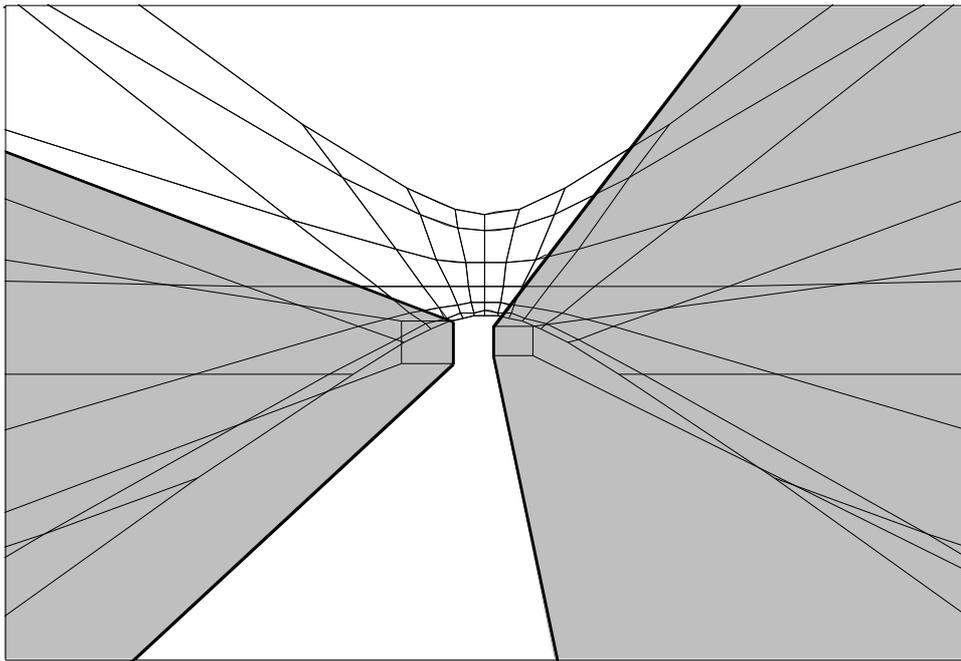


Figure 2.28. Détermination des périodes d'ensoleillement dans *Solène*

La projection perspective conique résulte de la concaténation d'une transformation perspective et d'une projection sur un plan (Gardan 1985). Dans le cas des masques, le centre de la perspective est situé au point étudié, l'axe de visée est vertical et le plan de projection est n'importe quel plan horizontal. En fixant à 1 la distance du plan de projection au point étudié, ces données permettent de réduire la projection perspective à sa plus simple expression : tout point $M(x, y, z)$ appartenant au cône de vision projette une image $M'(x/z, y/z)$.

Les faces masques ainsi transformées, les périodes d'ensoleillement du point étudié peuvent être déterminées de deux manières. La première consiste à calculer les intersections de chaque face masque avec les hyperboles images des trajectoires solaires. Les parties communes aux hyperboles et aux faces correspondent aux périodes d'ombrage du point. La seconde méthode, plus simple, considère l'image perspective d'une position solaire

pour un instant donné. Le point étudié est à l'ombre pour cet instant si l'image perspective de la position solaire correspondante est contenue par au moins une face masquée. Corrolairement, le point est au soleil à cet instant si aucune face masquée ne contient le point image de la position solaire. En itérant cette vérification simple de l'appartenance d'un point à un polygone, on reconstitue plus ou moins fidèlement les périodes d'ombrage et d'enseulement du point considéré. Dans *Solène*, ce calcul est fait pour des instants répétés toutes les deux minutes.

2.2.3.3 Une méthode directe par lancer de rayons

Les méthodes mises en oeuvre dans le logiciel *Solène* reprennent les techniques de projection pour résoudre les problèmes d'enseulement dans les deux dimensions de la table à dessin : la projection cylindrique pour la détermination des polygones d'ombre et les projections perspectives coniques pour celle des périodes d'enseulement. Cependant, le calcul numérique permet de s'affranchir des projections. Pour un instant donné, l'ombre d'un point est en effet donnée directement par l'intersection d'une demi-droite et d'une face. La demi-droite a son origine au point considéré et son vecteur directeur correspond à la direction du soleil à l'instant donné. La face d'intersection est, parmi toutes les faces de la maquette intersectant la demi-droite, celle dont le point d'intersection est le plus proche du point considéré (figure 2.29 ci-dessous).

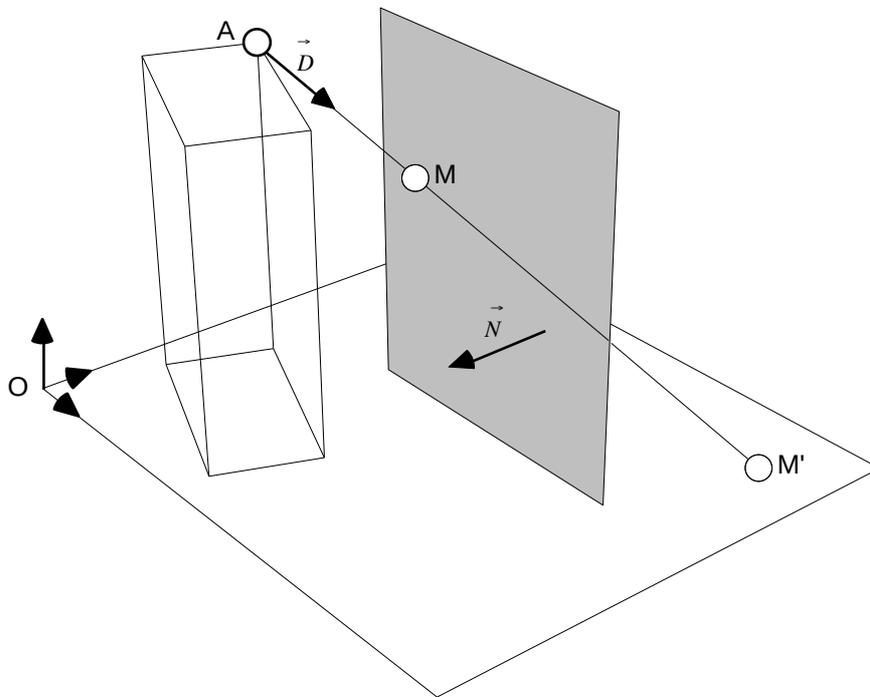


Figure 2.29. Calcul de l'ombre d'un point sur un plan

Cette technique permet a priori de déterminer les polygones d'ombre de n'importe quel objet polyédrique directement en trois dimensions, même si les algorithmes à mettre en oeuvre apparaissent plus complexes que ceux basés sur la projection cylindrique (axonométrie). Elle permet surtout de savoir si un point est à l'ombre ou au soleil à un instant donné, par un simple lancer de rayon. Le point est au soleil si le rayon solaire ne rencontre aucune face de la maquette numérique. Corollairement, le point peut être considéré à l'ombre dès que le rayon solaire intersecte une face.

C'est cette méthode de simulation directe que nous avons mise en oeuvre dans notre prototype *Solimac* pour la construction de ce que nous appelons les cartes spatio-temporelles d'ensoleillement (cf. § 6.1.2.5). Outre sa simplicité, cette méthode lève un grand nombre de problèmes de modélisation géométrique puisque le calcul du point d'intersection d'un rayon solaire et d'une face est indépendant du sens de la normale de celle-ci. Cependant, contrairement aux méthodes basées sur les projections, ce lancer de rayons impose une discrétisation simultanée du temps et de l'espace (le rayon ne peut être lancé que d'un point pour un seul instant). Il ne permet donc de reconstituer la continuité spatiale et temporelle de l'ensoleillement que de manière approchée.

2.2.4 Les méthodes mixtes

Le panorama qui précède donne les principales méthodes de simulation directe de l'ensoleillement sous leurs formes graphiques, analogiques et numériques. D'autres méthodes, que nous désignons comme méthodes mixtes, peuvent également être mises en oeuvre. Ces méthodes résultent de l'adaptation des procédures graphiques et analogiques au support numérique fourni par un logiciel de modélisation géométrique en trois dimensions. Elles ne peuvent être qualifiées de numériques puisqu'elles ne produisent pas une connaissance exacte de la géométrie des polygones d'ombre ou des intervalles temporels d'ensoleillement. Elles offrent cependant des outils intéressants par leurs fonctions de visualisation et d'animation notamment.

Nous avons ainsi développé plusieurs méthodes de simulation directe de l'ensoleillement avec l'aide du modéleur géométrique *Zoom* (version 4.6) distribué par la société *Abvent*. Cet outil offre les fonctions « classiques » de modélisation polyédrique, de visualisation et d'animation utilisées par les architectes. Nous avons détourné ces fonctions pour la représentation des périodes d'ensoleillement en un point et pour la visualisation, statique ou dynamique, des zones ensoleillées d'une scène en un instant. Pour ce faire, nous utilisons un modèle géométrique en trois dimensions des trajectoires solaires apparentes à la latitude de la scène considérée (voir les figures 2.11 et 2.14 et 2.30). Ce modèle est facile à produire dans l'un des formats d'en-

trée du modelleur ou dans un format d'échange standardisé. Les trajectoires sont considérées par le modelleur comme un objet quelconque qui peut être manipulé et visualisé comme n'importe quel autre objet de la scène.

Nous avons expliqué et illustré au paragraphe 2.2.1.2 l'utilisation d'un tel modèle pour la représentation des périodes d'ensoleillement en un point quelconque d'une scène. Il nous suffit de translater les trajectoires au point considéré et d'afficher une vue en perspective conique de la scène centrée en ce point. Les parties des trajectoires visibles représentent les périodes d'ensoleillement pour le point étudié (voir la figure 2.21). L'interprétation de ce résultat se fait visuellement, à l'écran ou sur papier, comme l'imposent par ailleurs les méthodes graphiques conventionnelles.

Nous utilisons le même modèle géométrique des trajectoires solaires pour la visualisation statique et dynamique des zones ensoleillées d'une scène. Nous savons que ces zones peuvent être considérées comme les parties « vues du soleil » de la scène, autrement dit, comme les parties visibles d'une vue axonométrique calculée pour la direction du soleil à l'instant considéré (cf. § 2.2.3.1). Le modelleur *Zoom* offre un mode de visualisation en perspective parallèle (axonométrie) suivant une direction quelconque.

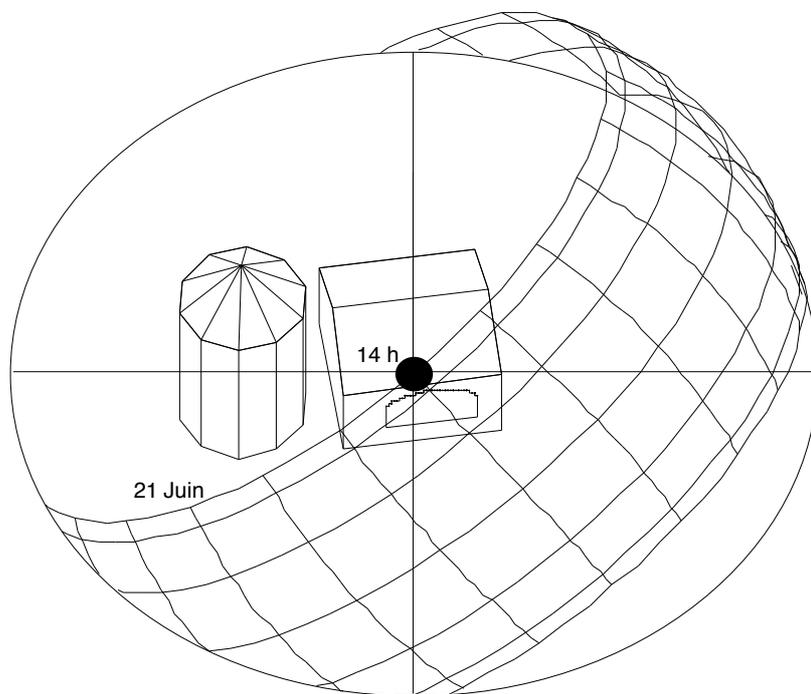


Figure 2.30. Visualisation des parties ensoleillées le 21 juin à 14 heures.

Pour produire les parties ensoleillées d'une scène en un instant donné, il nous suffit d'utiliser les trajectoires solaires comme abaque tridimensionnel. Nous fixons la direction du soleil suivant cet abaque puis nous affichons une vue axonométrique de la scène — en rendu faces cachées — depuis cette direction. Les parties visibles de la scène sont alors les parties ensoleillées pour l'instant considéré. La figure 2.30 page précédente donne une visualisation des parties ensoleillées d'une scène simple le 21 juin à 14 heures. Dans cette représentation, le point représentant l'instant considéré sur les trajectoires solaires et le centre géométrique de la scène sont naturellement confondus.

Nous pouvons systématiser cette procédure en détournant les fonctions d'animation de notre modelleur. Celui-ci permet en effet de constituer une séquence de vues sous la forme d'un « film » pouvant être joué indépendamment. Il utilise pour ce faire une trajectoire de « caméra » et une trajectoire de « visée » : les vues sont calculées pour chaque point de la trajectoire de caméra, dans la direction des points successifs de la trajectoire de visée. Naturellement, il nous est possible de désigner une trajectoire solaire journalière (le 21 mars par exemple) comme parcours de la caméra et un point fixe (le centre des trajectoires) comme point de visée. En utilisant une visualisation axonométrique, on reconstitue alors une sorte d'héliodon dynamique avec affichage en « temps réel » des parties ensoleillées, du matin au soir, pendant la journée considérée. Suivant le même principe, il est possible de choisir les arcs horaires, plutôt que les courbes journalières, comme trajectoires de la caméra. On visualise alors la dynamique de l'ensoleillement pour l'heure correspondant à l'arc choisi, tout au long de l'année. Ainsi le détournement des fonctions de visualisation et d'animation des modelleurs géométriques permet-il la réalisation de simulations directes d'ensoleillement particulièrement simples et efficaces.

2.3 Traitement des résultats

Quelle que soit la méthode qui la supporte, graphique, analogique ou numérique, l'étape de simulation reproduit des états statiques d'ensoleillement : les ombres propres et portées en un instant ou les périodes d'ensoleillement et d'ombrage en un point. Les séquences animées créées par les méthodes mixtes ne sont elles-mêmes qu'une suite d'états statiques enchaînés. Un traitement de ces résultats statiques est généralement nécessaire à l'évaluation pertinente de la dynamique de l'ensoleillement d'une scène complexe (urbaine par exemple) pour une période considérée. Dans sa forme la plus simple, ce traitement vise à reconstituer l'information spatio-temporelle d'ensoleillement par le croisement de plusieurs résultats de simulation. Cette information peut être représentée sous forme d'images ou de bases de données. Dans des formes plus complexes, le traitement des résultats de simulation permet l'analyse d'ensoleillement des objets architecturaux ou des tissus urbains par l'extraction d'indices pertinents. Nous examinons ces deux formes de traitement dans les paragraphes suivants.

2.3.1 Reconstitution des états d'ensoleillement

2.3.1.1 Les images d'ensoleillement

Ces images ont pour objectif de traduire en deux dimensions les états dynamiques d'ensoleillement d'une maquette réelle ou projetée. Suivant que l'on a opéré une simulation par le tracé des ombres ou une simulation par la détermination des périodes d'ensoleillement, deux classes d'images peuvent être produites. La première résulte de la superposition, dans l'espace continu, des différentes ombres calculées en différents instants. Ce traitement peut être simplement graphique, par assemblage de calques, comme le montrent par exemple Dourgon & al. (1961). Les méthodes numériques permettent de systématiser ce principe. Le logiciel *Solène* calcule ainsi les intersections et les différences booléennes d'un ensemble de polygones d'ombre résultant de plusieurs simulations de type héliodon. Pour deux instants t_1 et t_2 , les polygones d'intersection correspondent aux zones géométriques exactes, à la fois à l'ombre en t_1 et t_2 . Les polygones de différence correspondent aux zones à l'ombre exclusivement en t_1 ou en t_2 (figure 2.31 page suivante). Des procédures de synthèse ont été mises au point pour la restitution imagée des résultats (Hierry 1987).

La deuxième classe d'images résulte des simulations effectuées par détermination des périodes d'ensoleillement. Les méthodes numériques permettent d'itérer ces simulations en un grand nombre de points de la maquette

étudiée. Le croisement des résultats offrent différentes interprétations imagées, comme par exemple la restitution des durées d'ensoleillement pour une journée, sur un maillage complet d'un espace urbain (figure 2.32 page suivante).

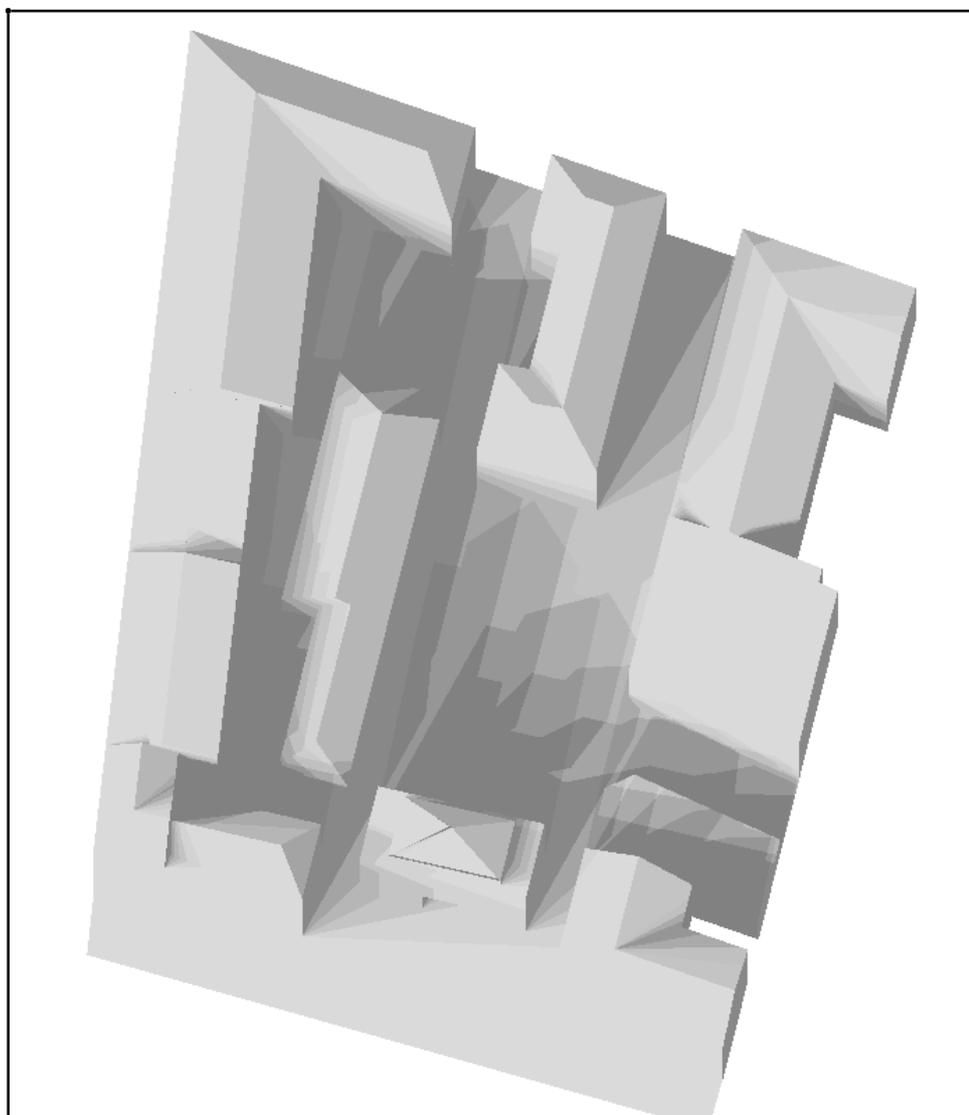


Figure 2.31. Superposition des ombres pour différents instants d'une même journée dans un espace urbain (Document CERMA)

2.3.1.2 Les bases de données d'ensoleillement

La réalisation d'images d'ensoleillement est une manière efficace de rassembler, de croiser et de présenter les résultats de plusieurs simulations. Cependant, en amont de ces images, les méthodes numériques permettent également de constituer des bases de données des états d'ensoleillement de

la maquette étudiée. De telles bases maintiennent une mémoire organisée des états statiques d'ensoleillement (polygones géométriques ou intervalles temporels) résultant de plusieurs simulations. Ces données permettront d'abord de produire des images mais aussi des valeurs ou des indices analytiques (cf. § 2.3.2.1).

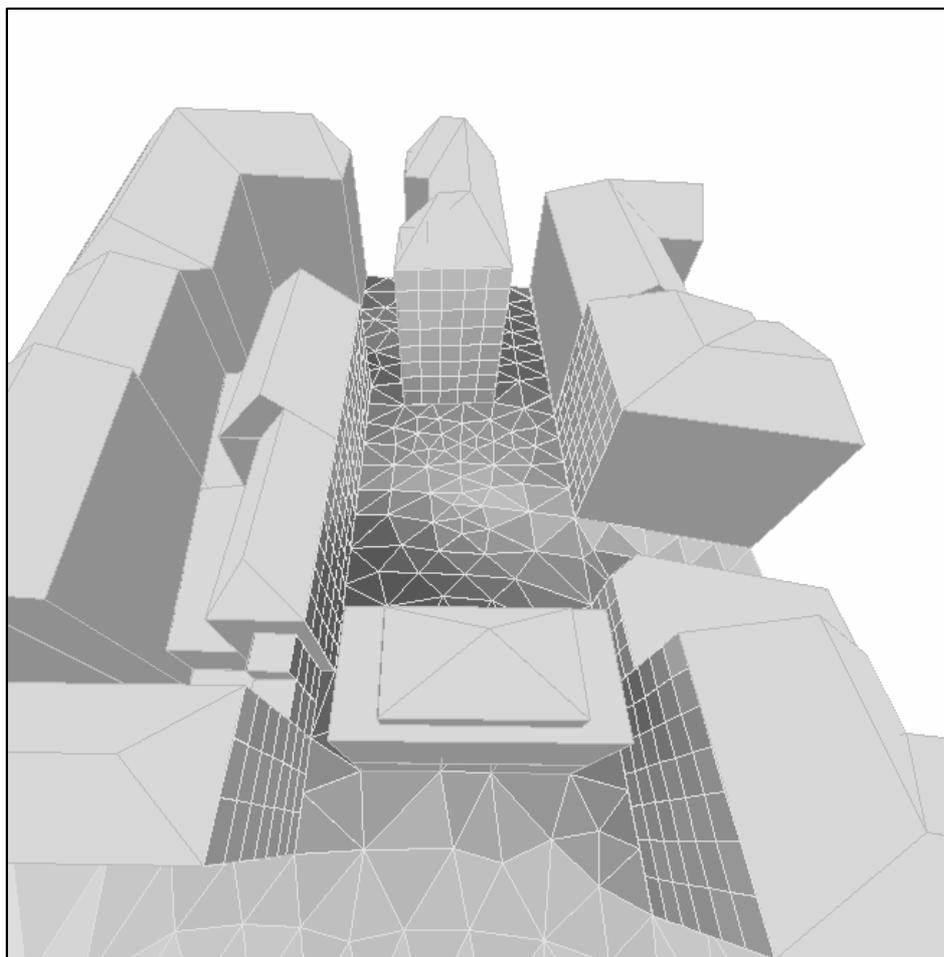


Figure 2.32. Durées d'ensoleillement associées au maillage d'un espace urbain (Document CERMA)

Le logiciel *Solène* permet de constituer ces bases de données d'ensoleillement sous la forme de périodes d'ensoleillement associées à un ensemble de polygones représentant la maquette étudiée. Ces polygones résultent indifféremment du croisement des ombres géométriques exactes dans des simulations de type « héliodon » (auquel cas les périodes d'ensoleillement associées sont approximées) ou du maillage utilisé dans une simulation de type « masques » (les polygones sont des mailles triangulaires ou rectangulaires dont on calcule de manière exacte les périodes d'ensoleillement au centre).

Les données ainsi rassemblées font l'objet de traitements qui génèrent des valeurs répondant à diverses requêtes. Celles-ci peuvent être des requêtes élémentaires — durée d'ensoleillement d'un polygone, puissance solaire directe reçue, etc. — ou composées par des opérateurs logiques, arithmétiques ou relationnels — zones à l'ombre l'été *et* au soleil l'hiver, points ensoleillés plus de quatre heures par jours, etc. La figure 2.33 ci-dessous représente ainsi (en clair) les zones d'un espace urbain à la fois au soleil à 10 heures et ensoleillées plus de trois heures le 21 décembre.

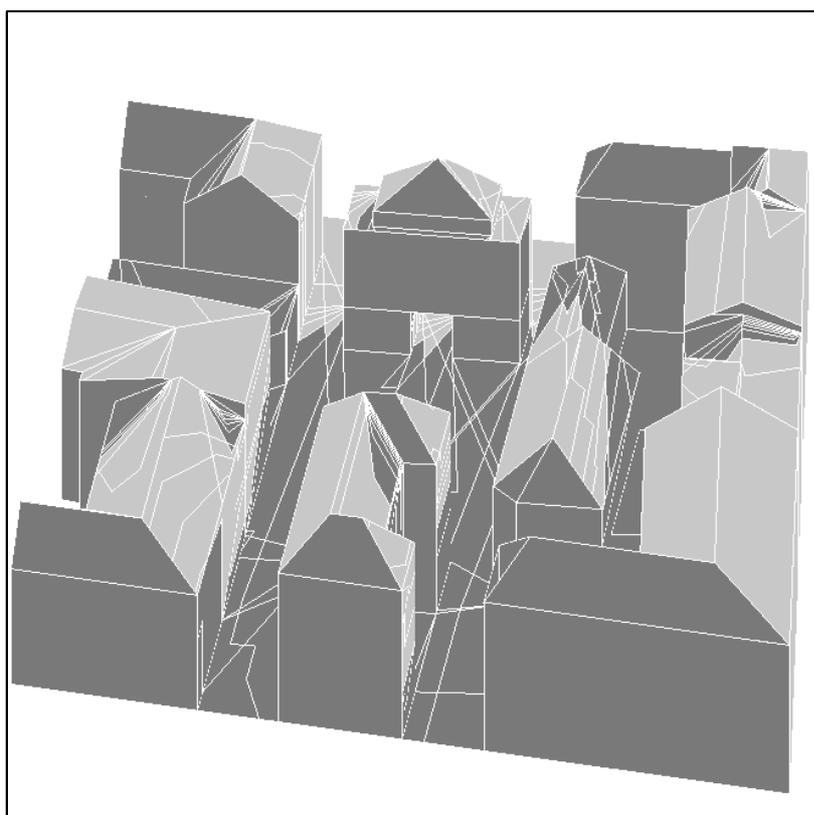


Figure 2.33. En clair : zones au soleil à 10 heures *et* ensoleillées plus de trois heures le 21 décembre (logiciel *Solène*, CERMA)

2.3.2 Analyses d'ensoleillement

2.3.2.1 Les indices d'ensoleillement

La simulation et la reconstitution de données spatio-temporelles vise finalement l'analyse des objets étudiés du point de vue de l'ensoleillement : leur intégration, leur qualité énergétique, d'usage ou plastique, leur possible affinement, etc. Cette analyse d'ensoleillement est généralement réalisée de manière empirique, au vu des résultats produits par les simulations gra-

Méthodes de simulation directe de l'ensoleillement

phiques, analogiques ou numériques. Cependant, l'examen « manuel » de ces résultats ne permet pas toujours une interprétation fiable et rapide, particulièrement lorsque les données sont en nombre important — c'est le cas lorsque l'on étudie des objets géométriquement complexes, comme l'environnement urbain.

La démarche peut être considérablement affinée par l'utilisation d'indices exprimant une information synthétique d'ensoleillement. Ces indices peuvent être calculés automatiquement si l'on utilise les bases de données produites par les simulations numériques. Un premier indice est ainsi donné sous la forme du coefficient d'ensoleillement d'une face plane constituant une partie d'un objet (Groleau 1987, Hierry 1987). Ce coefficient Ce exprime simplement le rapport entre la surface ensoleillée et la surface totale de la face F en un instant t . Il est possible d'intégrer Ce sur une période $[t_1, t_2]$, pour laquelle on définit alors le coefficient d'ensoleillement moyen de la face F considérée :

$$Ce_{moyen}(F) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Ce(F, t) . dt$$

En discrétisant la période $[t_1, t_2]$ en n intervalles égaux en chacun desquels on suppose le soleil immobile, on obtient :

$$Ce_{moyen}(F) = \frac{1}{n.S} \sum_{i=1}^n \frac{Sh(F, t_i)}{\cos \alpha_i}$$

où S représente la surface de la face F , Sh la surface « héliodon » de F à l'instant t_i (i.e. : la projection orthogonale de la surface ensoleillée de F sur un plan perpendiculaire au rayon solaire à l'instant t_i) et α_i l'angle d'incidence du rayon solaire sur F à l'instant t_i .

Cet indice représente la surface moyenne de la face potentiellement ensoleillée pendant la période $[t_1, t_2]$ étudiée. Suivant le même principe, il est possible d'établir un indice énergétique représentant non plus la fraction moyenne d'ensoleillement d'une face mais le flux solaire direct moyen incident sur cette face pendant une période donnée (Hierry 1987). Des procédures de seuillage permettent d'extraire d'une maquette numérique l'ensemble des faces vérifiant une condition particulière sur ces indices.

Le coefficient d'ensoleillement utilise manifestement les données issues d'une simulation de type « héliodon » (discrétisation du temps) pour quantifier les surfaces ensoleillées. Un indice analogue, basé sur une simulation de type « masques » (discrétisation de l'espace), peut être calculé en différents points d'un environnement. Ce facteur de réduction d'ensoleillement représente le rapport entre la durée maximale d'ensoleillement possible pour un point sur une face et la durée effective d'ensoleillement de ce point ; il

peut être calculé simplement pour n'importe quelle période temporelle continue. Le facteur de réduction d'ensoleillement exprime donc la réduction de la durée d'ensoleillement potentielle d'un point par son environnement. Un facteur analogue de réduction du flux solaire direct permet d'exprimer la réduction du gain énergétique potentiel d'un point.

Ces indices très simples peuvent faire l'objet de traitements statistiques lorsqu'un grand nombre de données sont à analyser. Ils ont par exemple été mis en oeuvre pour la comparaison des caractéristiques d'ensoleillement associées à différents types de tissus urbains (Groleau 1995).

De nombreux autres indices peuvent être établis, suivant le type d'analyse d'ensoleillement envisagé et la nature, quantitative ou qualitative, du résultat à interpréter. Grau (1995) utilise les facteurs de transparence associés aux masques (cf. § 2.2.3.1) pour le calcul du coefficient d'ensoleillement. Salazar (1995) propose un indice plus qualitatif exprimant l'efficacité d'un masque par la combinaison d'un facteur d'obstruction géométrique et d'un facteur de réduction énergétique, pour une date et un instant donnés. La performance du masque est représentée graphiquement par l'élévation des valeurs de l'indice sur une grille figurant les dates et heures significatives (figure 2.34 ci-dessous).

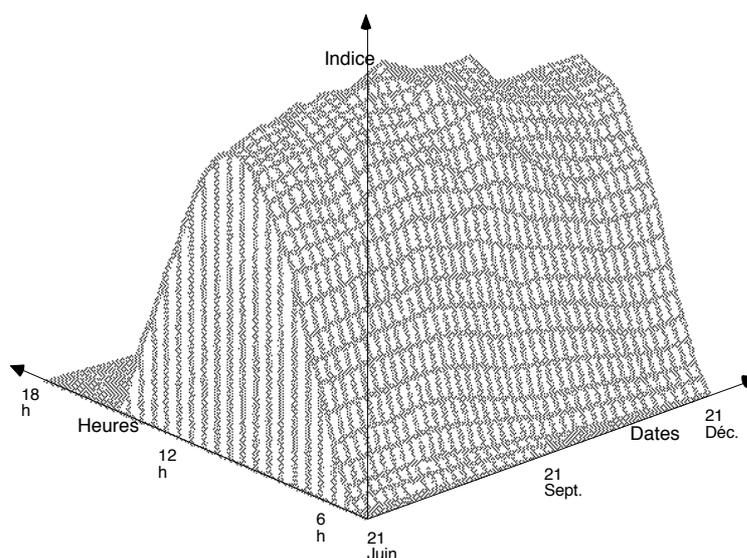


Figure 2.34. Indice de performance d'un masque (d'après Salazar 1995)

2.3.2.2 L'appréciation de l'ensoleillement effectif

Ces indices et l'analyse qu'ils permettent sont établis pour un ensoleillement supposé constant tout au long de l'année, indépendamment des conditions atmosphériques locales. Une appréciation plus réaliste peut être réalisée si

l'on considère la durée *effective* d'ensoleillement au lieu considéré, en fonction de la nébulosité (AFEDS 1980). Celle-ci est mesurée par les héliographes des stations de la Météorologie Nationale et fait l'objet de traitements statistiques dont les résultats sont consignés sous la forme de tableaux ou de cartes. De cette durée effective, on peut extraire le taux (ou fraction) d'ensoleillement qui exprime, pour une journée et un lieu donnés, le rapport entre la durée maximale d'ensoleillement (durée du jour) et la durée effective d'ensoleillement. Ces éléments permettent de corriger les résultats issus des simulations et d'effectuer des analyses plus réalistes des conditions d'ensoleillement d'un objet ou d'un ensemble d'objets.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un état de l'art des méthodes de simulation directe de l'ensoleillement. Sans que l'on puisse prétendre à l'exhaustivité, ce panorama donne l'essentiel des connaissances en la matière. Nous avons par ailleurs exposé les hypothèses relatives aux trajectoires solaires apparentes mises en oeuvre par ces méthodes et quelques traitements possibles des résultats qu'elles produisent.

Ces méthodes de simulation font appel à un ensemble de constructions géométriques, parfois complexes, qui peuvent être mises en oeuvre par diverses méthodes — graphiques, analogiques ou numériques. Elles s'appuient sur une discrétisation du temps ou de l'espace et, suivant le type de discrétisation mis en oeuvre, elles produisent le tracé des ombres en un instant ou les intervalles temporels d'ensoleillement en un point. La nature des résultats détermine leur possible traitement. Ainsi, la simulation numérique permet-elle d'effectuer des analyses fines de l'ensoleillement d'objets architecturaux ou urbains. Ces résultats peuvent encore être utilisés comme données pour d'autres simulations numériques, concernant par exemple la thermique (Fragnaud 1985), l'aérodynamique (Marenne & al. 1995) ou l'éclairage naturel (Miguet 1996, Miguet & al. 1996).

Considérant que les méthodes de simulation directe sont nécessaires mais non suffisantes dans le contexte de la conception architecturale, nous examinons dans le prochain chapitre la position du problème inverse. Nous faisons la synthèse des propositions existantes, qu'elles soient de nature géométrique ou non, et nous remarquons l'absence d'une méthode générale. Notre contribution principale pour cette recherche consiste à mettre en oeuvre une telle méthode, présentée au chapitre 4.

Signalons en dernier lieu que les méthodes de simulation directe de l'ensoleillement peuvent être détournées de leurs fins. Ainsi, les procédures développées dans le logiciel *Solène* ont été mises en oeuvre pour la simulation de l'accessibilité visuelle d'un bâtiment dans son environnement urbain (Morin 1995). L'accessibilité visuelle peut être définie comme la capacité d'un bâtiment à émerger du paysage urbain, suivant différents points d'observation. Si l'on considère que le profil du bâtiment étudié constitue la course apparente d'un « soleil » fictive, on peut déterminer les périodes d'ensoleillement correspondantes en différents points de l'espace urbain. Ces « périodes » représentent la part du bâtiment vue depuis chacun des points pris en compte.

Ainsi, il est possible d'établir une carte d'accessibilité visuelle qui associe à chaque élément du maillage d'un environnement, une quantification de la

visibilité d'un bâtiment (figure 2.35 ci-dessous). Cette empreinte visuelle s'avère particulièrement éloquente sur les relations complexes qu'entretiennent un espace urbain et certains de ses bâtiments marquants.

De manière analogue, nous verrons dans les perspectives ouvertes par cette recherche qu'il est possible de détourner notre méthode de simulation inverse de l'ensoleillement pour réaliser la simulation inverse de l'accessibilité visuelle d'un bâtiment, particulièrement lorsque celui-ci est en cours de conception.



Figure 2.35. Simulation de l'accessibilité visuelle de la cathédrale dans le centre de Nantes (Document CERMA)
(en noir : zones de plus forte visibilité, en blanc : zones de non-visibilité)

Références bibliographiques du chapitre

- AFEDES** (Association Française pour l'Étude et le Développement des applications de l'Énergie Solaire) 1980 — Mémento d'héliothermie, Éditions Européennes Thermique et Industrie, Paris (France), 238 p.
- Atherton P., Weiler K.** 1977 — Hidden Surface Removal Using Polygon Area sorting, *Computer Graphics*, Vol. 11, n° 2, pp. 214-222
- Chauvel P.** 1961 — Diagrammes solaires et Mode d'emploi des diagrammes solaires CSTB, *Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*, Vol. 414, n° 52, 8 p.
- CRMAA** 1979 — Le Girasol : hauteur et azimut du soleil pour toutes les latitudes, construction et applications, CERMA, École d'Architecture de Nantes (France), 55 p.
- CRMAA** 1977 — Projection stéréographique des trajectoires solaires diurnes et des lignes horaires et application à une latitude donnée, CERMA, École d'Architecture de Nantes (France), 16 p.
- Dabat M.-A., Izard J.-L.** 1982 — Système combiné de simulation des ambiances dues au rayonnement solaire, Groupe ABC, École d'Architecture de Marseille-Luminy (France), 52 p. (Rapport de recherche)
- Deltheil R., Caire D.** 1946 — Cours de géométrie (transformations, coniques), J.-B. Baillièrre et Fils, Éditeurs, Paris (France), 303 p.
- Dourgnon J., Chauvel P., Kokka L.** 1961 — Déterminations graphiques et mécaniques de l'enseulement, *Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*, Vol. 407, n° 51, 33 p.
- Dupagne A.** 1991 — A computer package to facilitate inhabitants' participation in urban renewal, *Environment and Planning B : Planning and Design*, Vol. 18, n° 1, pp. 119-134
- Dupagne A., Renon M.** 1985 — Étude des nuisances environnementales d'un projet de construction en site urbain, *Laboratoire de physique du bâtiment*, Université de Liège (Belgique), 35 p. (Rapport de recherche)
- Etzion Y.** 1992 — An improved solar shading design tool, *Building and Environment*, Vol. 27, n° 3, pp. 297-303
- Fragnaud F.** 1985 — Développement de modules complémentaires au logiciel de simulation thermique Simula, CERMA, École d'Architecture de Nantes (France), 95 p. (Rapport de recherche)
- Gardan Y.** 1985 (sous la direction de) — Mathématique et CAO, méthodes de base, Hermès, Paris (France), 164 p.
- Grau K., Johnsen K.** 1995 — General shading model for solar building design, *ASHRAE Transactions*, Vol. 101, Pt. 2, 13 p.
- Groleau D., Marenne C.** 1995 — Environmental specificities of the urban built forms, in *Proceedings of European conference on Integration of*

Renewable Energies in established Urban Structures, Corfou (Grece), 8 p.

Groleau D., Marenne C., Gadilhe A. 1993 — Climatic simulation tools : an application for a building project in an urban space, in *Solar Energy in architecture and urban planning*, Proceedings of 3th European conference on architecture, Florence (Italy), pp. 346-349

Groleau D., Marenne C. 1992 — Simulation numérique de l'ensoleillement dans les projets urbains, in *Actes des séminaires interchercheurs*, Réseau Recherche Informatique Architecture, GIP Acacia, Paris (France), pp. 159-171

Groleau D., Marenne C. 1991 — Solène et la simulation solaire, CERMA, École d'Architecture de Nantes (France), 250 p. (Rapport de recherche)

Groleau D. 1987 — Modélisation des interactions entre les formes urbaines et les facteurs physiques de l'environnement, in *Proceedings of 1st European Conference on Architecture*, Munich (Germany), pp. 547-552

Hégron G. 1985 — Synthèse d'image : algorithmes élémentaires, Bordas, Paris (France), 199 p.

Hermant A. 1943 — Les mouvements du soleil, *Technique et Architecture*, n° 7-8 (Numéro spécial Le Soleil), pp. 173-176

Hierry P. 1987 — Utilisation des techniques de synthèse d'image pour la visualisation des phénomènes solaires et énergétiques, Rapport de CEEA, École d'architecture de Nantes (France), 48 p.

Jungmann J.-P. 1995 — Ombres et lumières, Éditions de la Villette, Paris (France), 151 p.

Lespinard V., Pernet R., Gauzit J. 1957 — Cours d'algèbre et de cosmographie, Classe de philosophie, Librairie A. Desvignes, Lyon (France), 8^{ème} édition refondue

Locquet J.-J., Perrot N. 1988 — Perspectives cavalières et axonométriques, *Technique et Documentation*, Lavoisier, Paris (France), 180 p.

Marenne C., Lefeuvre M., Groleau D. 1995 — 3D Air flow simulation with solar constraints in a large covered street, in *Proceedings of 2nd International Conference on Indoor Air Quality-Ventilation and Energy Conservation in Buildings*, Montréal (Canada), pp. 937-945

Mazria E. 1981 — Le guide de l'énergie solaire passive, Éditions Parenthèses, Roquevaire (France), 339 p.

Miguet F. 1996 — Eclairages énergétiques et lumineux en milieu urbain, CERMA, École d'Architecture de Nantes (France), 67 p. (Rapport de recherche)

Miguet F., Groleau D., Marenne C. 1996 — A combined sunlight and skylight tool for microclimatic analysis in urban architectures, in *Solar Energy in architecture and urban planning*, Proceedings of 4th European conference on architecture, Berlin (Germany), pp. 338-341

Morin M. 1995 — Lecture de la tour Bretagne, développement d'un outil de lecture de la ville, École d'Architecture de Nantes (France), 68 p.

(Travail personnel de fin d'études)

Oudenot G. 1983 — Les cadrans solaires classiques, *L'Astronomie*, pp. 419-428

Oudenot G. 1995 — 17 cadrans solaires à découper et à plier, Éditions du lézard, St Jean-Pied-de-Port (France), 29 p.

Péneau J.-P. 1989 — Imagerie numérique de l'ensoleillement en milieu urbain, in MICAD'89, Actes de la 8^{ème} conférence internationale sur la CFAO, l'infographie et les technologies assistées par ordinateur, Paris (France), pp. 417-429

Péroche B., Argence J., Ghazanfarpour D., Michelucci D. 1988 — La synthèse d'images, Hermès, Paris (France), 295 p.

Preparata F. P., Shamos M. I., 1985 — Computational geometry, an introduction, Springer-Verlag, New York (USA), 398 p.

Ruegg A., Burmeister G. 1993 — Méthodes constructives de la géométrie spatiale, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne (Suisse), 134 p.

Salazar J.H. 1995 — Sunlighting evaluation in buildings, *Building Research and Information*, Vol. 23, n° 3, pp. 182-187

Steadman P. 1992 — Design, Principles and practice, The Open University, Milton Keynes (UK), Block 4 Chapter 5, *Heating, the forms of houses and the path of the Sun*, pp. 106-130

Tworowski M. 1967 — Soleil et architecture, Dunod, Paris (France), 175 p.