

LES LIAISONS

MECANIQUES

Partie C du programme :

Principes et comportements :

C11 : *Comportement mécanique des structures et mécanismes*

C111 : *Liaisons mécaniques*

Liaisons normalisées
Mouvements relatifs et actions mécaniques associées.

1. MOBILITES FONCTIONNELLES D'UN MECANISME

Un mécanisme est toujours modélisable. A partir de son modèle, l'étude peut mettre en évidence :

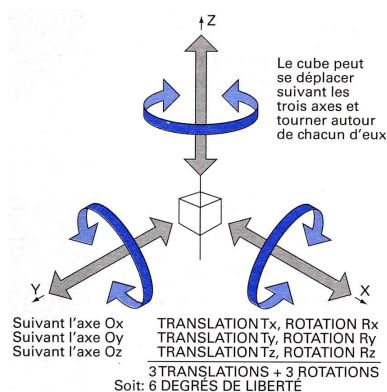
- les **efforts** mis en jeu, c'est le domaine de la **statique**,
- les **mouvements relatifs** de ses composants, c'est le domaine de la **cinématique**,
- les **puissances transmises**, c'est le domaine de la **dynamique**.

La cinématique est l'étude des mouvements possibles entre solides sans tenir compte des causes qui les provoquent.

En cinématique un **solide est considéré comme indéformable**. Il peut correspondre à une **seule pièce** ou à un **groupe de pièces** qui n'ont **aucun mouvement les uns par rapport aux autres au cours du fonctionnement normal**. Ce groupe de pièces est un **sous-ensemble cinématiquement lié**.

2. ETUDE DES LIAISONS MECANIQUES

Pour remplir correctement les différentes fonctions techniques d'un mécanisme, ses constituants doivent être assemblés en respectant certaines conditions qui déterminent leurs **possibilités de mouvement relatif**, c'est à dire leurs **degrés de liberté**.



Une pièce libre dans tous ses déplacements est une pièce qui n'a aucune liaison avec une autre pièce.

Dans ce cas elle peut se déplacer suivant trois axes :

- par **translation** suivant ces **trois axes**
- par **rotation** suivant ces **trois axes**

et chacun de ses déplacements se fait dans les deux sens.

Cette pièce possède six degrés de liberté.

Définir la fonction technique liaison entre deux pièces revient à préciser pour un type de liaison donné, le **nombre de degrés de liberté possibles entre ces deux pièces**. A un **degré de liberté supprimé correspond un degré de liaison**.

Dans tous les cas, dans une liaison entre deux pièces :

$$\text{Nbre de degrés de liberté} + \text{Nbre degrés de liaison} = 6$$

2.1. Liaisons élémentaires

Liaison simple entre deux pièces obtenue par contact entre des surfaces géométriques élémentaires appartenant aux deux pièces. Celle-ci repose sur les hypothèses suivantes :

- le contact s'établit théoriquement en un point, une portion de ligne ou d'une surface de définition géométriquement simple: point, droite, cercle, plan, cylindre, sphère, surface hélicoïdale,
- les surfaces de chacune des pièces sont supposées géométriquement parfaites et le maintien du contact est toujours assuré,
- la liaison est sans jeu.

Ces **surfaces de contact** sont appelées **surfaces fonctionnelles**.

Contact Plan/Sphère donne :
liaison ponctuelle ou Sphère-Plan

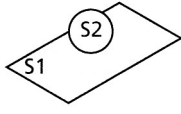
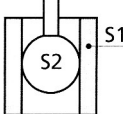
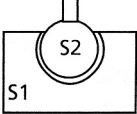
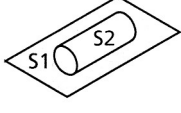
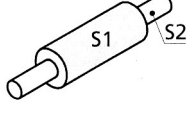
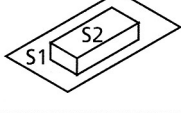
Contact Plan/Cylindre donne :
liaison linéaire rectiligne

Contact Plan/Plan donne :
liaison appui plan

Contact Cylindre /Sphère donne :
liaison linéaire annulaire

Contact Cylindre/Cylindre donne :
liaison pivot glissant

Contact Sphère/Sphère donne :
liaison sphérique

	Plan	cylindre	Sphère
Sphère			
Cylindre			
Plan			

2.2. Liaisons composées

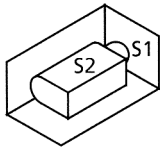
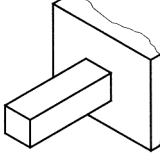
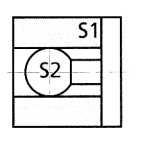
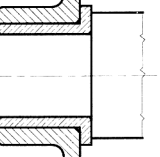
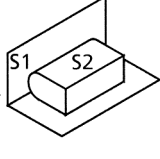
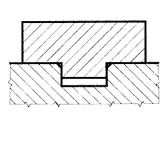
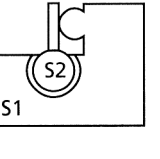
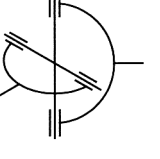
Elles sont obtenues par association cohérente de plusieurs liaisons élémentaires.

Association Appui plan/Linéaire rectiligne/Ponctuelle donne :
liaison complète

Association Appui plan/Linéaire rectiligne donne :
liaison glissière

Association Linéaire annulaire/Appui plan donne :
liaison pivot

Association Rotule/Ponctuelle donne :
liaison sphérique à doigt

Association de liaisons élémentaires	Exemple	Association de liaisons élémentaires	Exemple
 Appui plan + linéaire rectiligne + ponctuelle	 Poutre encastrée	 Linéaire annulaire + appui plan	 Guidage en rotation
 Appui plan + linéaire rectiligne	 Guidage en translation	 Rotule + ponctuelle	 Joint de cardan

3. CARACTERISTIQUES DES LIAISONS MECANNIQUES

Les liaisons mécaniques sont caractérisées par leurs **degrés de liberté** et leur **torseur d'action mécanique transmissible**.

3.1. Torseur d'action mécanique transmissible

Un torseur d'action mécanique transmissible permet d'écrire les efforts et les moments transmissibles par une liaison entre deux solides S1 et S2.

Le torseur $\{T\}$ est composé :

- du vecteur \mathcal{R}_1 somme des actions mutuelles entre ces deux pièces,
- du vecteur \mathcal{M} moment en un point des actions mutuelles entre ces deux pièces.

Son **écriture au centre de la liaison** (centre de réduction) se réduit à ces deux vecteurs que l'on appelle ses **éléments de réduction**.

$$\{T\} = \left. \begin{matrix} \mathcal{R}_1 \\ \mathcal{M} \end{matrix} \right\}_R$$

Ecriture vectorielle du torseur d'action mécanique transmissible

$$\{T\} = \left. \begin{matrix} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{matrix} \right\}_R$$

Ecriture projetée du torseur d'action mécanique transmissible

(X, Y, Z) sont les composantes de \mathcal{R}_1

(L, M, N) sont les composantes de \mathcal{M}

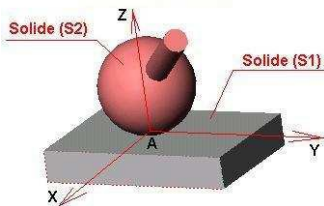
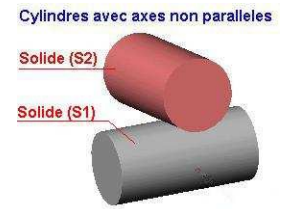
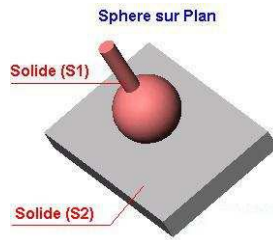
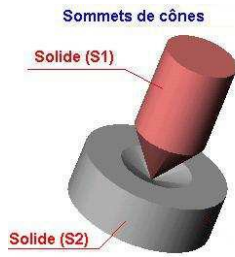
3.1.1. Expression du torseur d'action mécanique transmissible dans une liaison

Le **nombre de paramètres** du torseur est **égal** au **nombre de degrés de liaison**.

- ⇒ A un **degré de liaison en translation** correspond **un paramètre de la résultante** du torseur;
- ⇒ A un **degré de liaison en rotation** correspond **un paramètre du moment** du torseur.

4. ETUDE DES LIAISONS

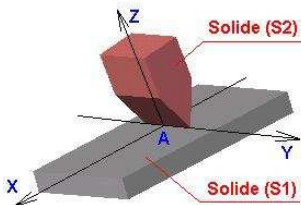
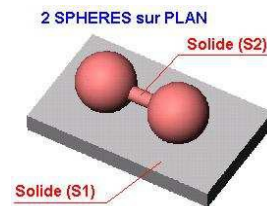
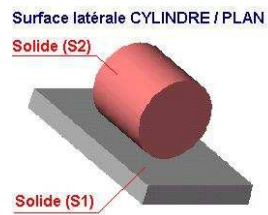
4.1. Liaison ponctuelle ou sphère-plan



Un degré de liaison en translation suivant Az

$$\{T\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}$$

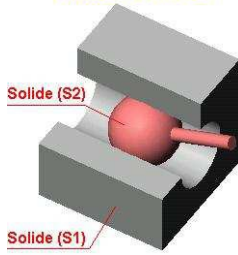
4.2. Liaison linéaire rectiligne



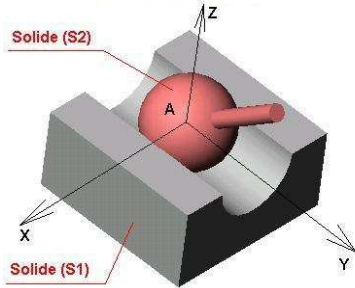
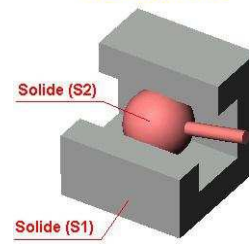
$$\{T\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & L_{2/1} \\ 0 & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}$$

4.3. Liaison linéaire annulaire

SPHERE - CYLINDRE



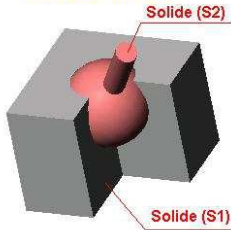
SPHERE - PRISME



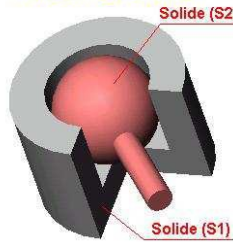
$$\{T\} = \left. \begin{matrix} X_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{matrix} \right\}_A$$

4.4. Liaison sphérique ou rotule

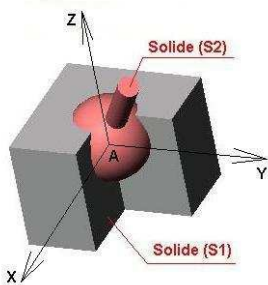
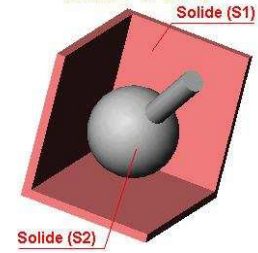
SPHERE - SPHERE



SPHERE - Cercle et Point

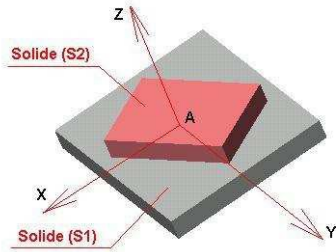
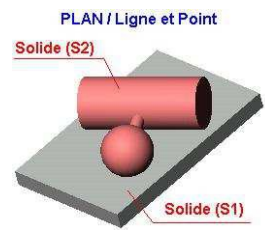
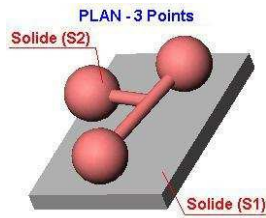
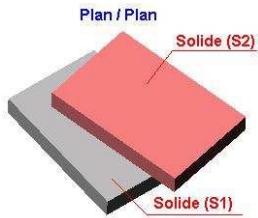


SPHERE - 3 POINTS



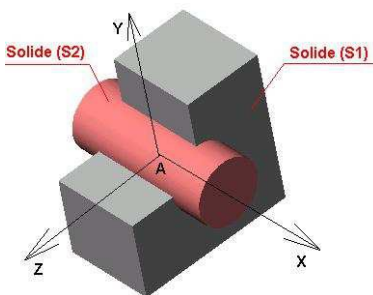
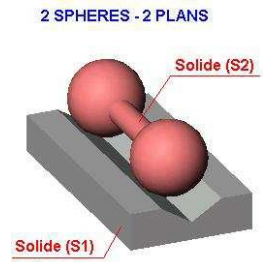
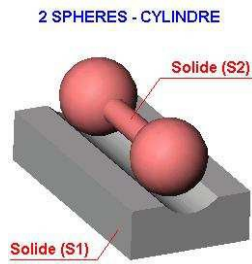
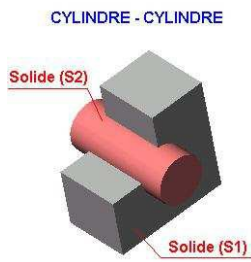
$$\{T\} = \left. \begin{matrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{matrix} \right\}_A$$

4.5. Liaison appui plan



$$\{T\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & L_{2/1} \\ 0 & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}$$

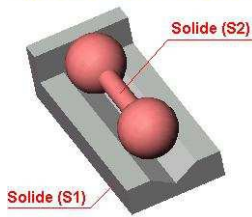
4.6. Liaison pivot glissant



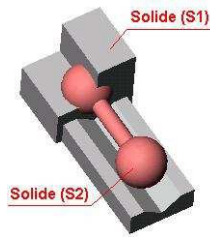
$$\{T\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}$$

4.7. Liaison pivot

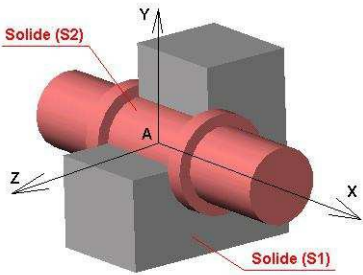
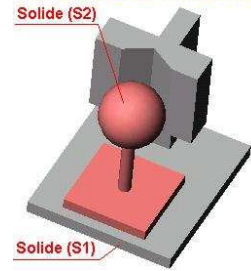
PIVOT GLISSANT + PONCTUEL



ROTULE + L. ANNULAIRE



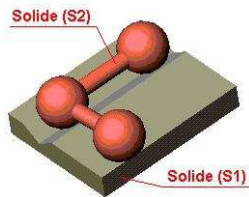
PLAN + LINEAIRE ANNULAIRE



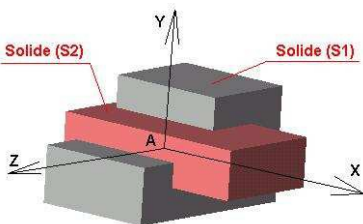
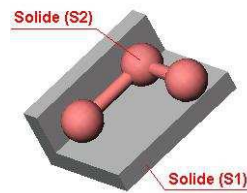
$$\{T\}_A = \begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}$$

4.8. Liaison glissière

PIVOT GLISSANT + PONCTUEL
(Vé+2spheres) + (Plan+sphere)

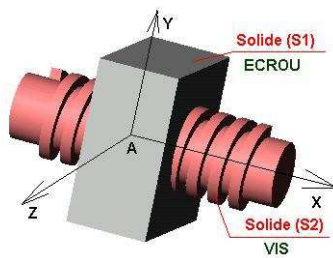
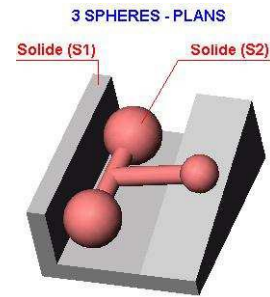
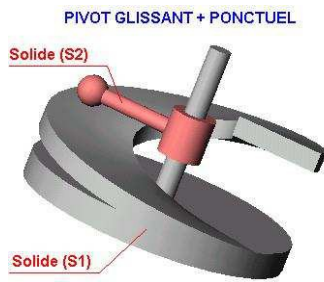


APPUI PLAN+Lineaire Rectiligne
(plan+3points) + (plan+2points)



$$\{T\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}$$

4.9. Liaison hélicoïdale



$$\{T\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{array} \right\} \quad \text{avec } T_x = f(R_x)$$

4.10. Liaison complète ou encastrement

Aucun degré de liberté possible. Ce type de liaison est soit démontable, soit indémontable (mécano-soudé).

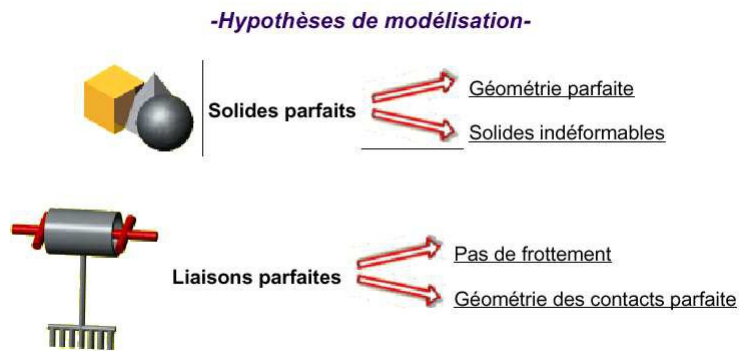
$$\{T\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{array} \right\}$$

4.11. Tableau des symboles normalisés des liaisons mécaniques

Nom de la liaison	Translation	Rotation	Degrés de liberté	Représentation plane	Représentation spatiale	Exemples
Sphère-Plan	2	3	5			
Appui plan	2	1	3			
Pivot	0	1	1			
Pivot glissant	1	1	2			
Glissière	1	0	1			
Linéaire rectiligne	2	2	4			
Linéaire annulaire	1	3	4			
Sphérique	0	3	3			
Hélicoïdale	1+1	1	1			
Complète	0	0	0			

5. MODELISATION CINEMATIQUE

5.1. Hypothèses de modélisation



5.2. Schéma cinématique

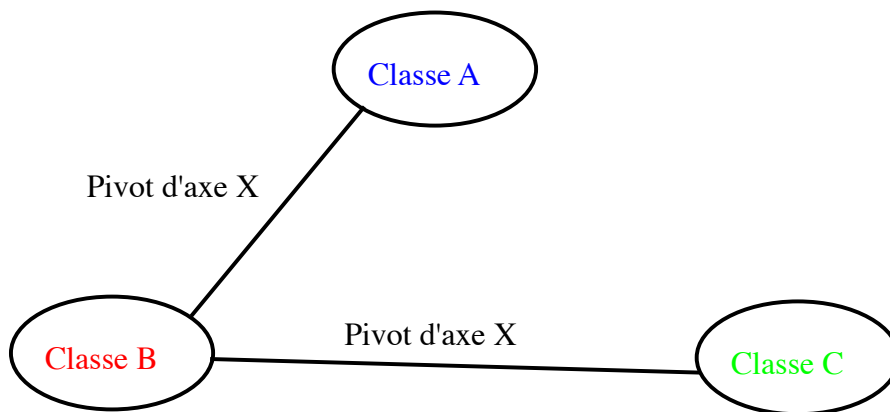
Ce schéma permet d'analyser un mécanisme en faisant **apparaître clairement les mobilités** entre les différents sous-ensembles qui le constituent. Son élaboration s'effectue en deux étapes :

- tracé du **graphe des liaisons**;
- tracé du schéma cinématique.

5.2.1. Graphe des liaisons

Il est impératif avant d'élaborer le graphe des liaisons de **rechercher les classes d'équivalence ou groupe cinématiquement lié** du mécanisme (voir paragraphe 1).

Tracé du graphe des liaisons : Rechercher tous les **couples de classes d'équivalence en contact et leurs mobilités entre eux**. A partir de leurs **degrés de liberté déterminer la liaison correspondante**. Une fois la recherche terminée il est possible de tracer le graphe.



5.2.2. Tracé du schéma cinématique

Placer un repère. Pour chacune des liaisons, placez correctement son axe et son centre. Dessinez le symbole de chacune des liaisons correctement orienté en respectant la norme. Pour une compréhension plus facile vous pouvez conserver le code des couleurs des classes d'équivalence.

