
Département Maintenance Industrielle

SUPPORT DE COURS EN

RESISTANCE DES MATERIAUX

SOMMAIRE

Chapitre 1 ::INTRODUCTION A LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

- 1- But de la RDM.
- 2- Principe du calcul de RDM.
- 3- Hypothèses générales de la RDM.
- 4- Efforts intérieurs (torseur de cohésion).
- 5- Composantes du torseur de cohésion.
- 6- Vecteur contrainte en un point.
- 7- Sollicitations simples et composées

Chapitre 2 ::LA TRACTION SIMPLE

- 1- Définition.
- 2- Essai de traction.
- 3- Etude des déformations.
- 4- Etude des contraintes.
- 5- Relation Contrainte - Déformation.
- 6- Caractéristiques mécaniques d'un matériau.
- 7- Condition de résistance en traction.
- 8- Condition de rigidité en traction.
- 9- Concentration de contrainte.

Chapitre 3::LA COMPRESSION SIMPLE

- 1- Définition.
- 2- Etude des contraintes.
- 3- Etude des déformations.
- 4- Condition de résistance en compression.

Chapitre 4 : LE CISAILLEMENT SIMPLE

- 1- Définition.
- 2- Essai de cisaillement.
- 3- Etude des déformations.
- 4- Etudes des contraintes.
- 5- Relation Contrainte — Déformation.
- 6- Condition de résistance au cisaillement

Chapitre 5 : LA TORSION SIMPLE

- 1- Définition.
- 2- Essai de torsion.
- 3- Relation Contrainte – Déformation.
- 4- Equation de déformation.
- 5- Relation Contrainte -moment de torsion.
- 6- Condition de résistance à la torsion.
- 7- Condition de rigidité.
- 8- Concentration de contrainte.

Chapitre 6 : LA FLEXION SIMPLE

- 1- Définition.
- 2- Etude des contraintes.
- 3- Relation Contrainte - moment de flexion.
- 4- Condition de résistance à la flexion.
- 5- Concentration de contrainte.
- 6- Déformation en flexion.
- 7- Condition de rigidité en flexion.
- 8- Théorème de superposition des déformations.

Chapitre 7 : SOLLICITATIONS COMPOSÉES

- 1- Flexion&torsion
- 2- Traction&torsion.

Chapitre 8 : LE FLAMBEMENT

- 1- Etude du flambement.
- 2- Elancement.
- 3- Charge critique.
- 4- Contrainte critique.
- 5- Condition de résistance.

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXE 1 : Copie à remettre aux étudiants.

ANNEXE 2 : Transparents pour rétroprojecteur.

INTRODUCTION A LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

Objectifs :

- ✚ Comprendre les notions de base de la RDM.

Prérequis :

- ✚ Modélisation des actions mécaniques.
- ✚ Le principe fondamental de la statique.

Eléments de contenu :

- 1- But de la RDM.
- 2- Principe du calcul de RDM.
- 3- Hypothèses générales de la RDM.
- 4- Efforts intérieurs (torseur de cohésion).
- 5- Composantes du torseur de cohésion.
- 6- Vecteur contrainte en un point.
- 7- Sollicitations simples et composées

Parmi les objectifs visés par l'étude mécanique des systèmes matériels est le dimensionnement des différents solides constituant le système.

La première modélisation des solides, en solides globalement indéformables, permet, en appliquant le principe fondamental de la statique ou de la dynamique, de déterminer les actions appliquées à ces solides.

Une deuxième modélisation des solides, en poutres droites permet de prévoir leur comportement sous charge. (Déformations, résistance...) et cela grâce aux différentes lois de la résistance des matériaux.

La résolution des problèmes posés par la résistance des matériaux fait appel à de nombreuses hypothèses, nécessaires pour obtenir rapidement des résultats exploitables.

INTRODUCTION A LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

1- But de la résistance des matériaux

La résistance des matériaux est l'étude de la résistance et de la déformation des solides. Elle permet de définir les formes, les dimensions et les matériaux des pièces mécaniques de façon à maîtriser leur résistance, leur déformation tout en optimisant leur coût.

Exemples:

Un pont est vérifié en résistance des matériaux pour:

- Assurer sa résistance sous son propre poids et celui des véhicules ;
- Assurer sa résistance en cas de forte tempête.

Une bouteille est vérifiée en résistance des matériaux pour:

- Assurer sa résistance lorsqu'elle est pleine ;
- Assurer une résistance minimum en cas de chute ;
- Minimiser l'épaisseur de la bouteille pour faire des économies sur la matière première.

2- Principe du calcul de RDM :

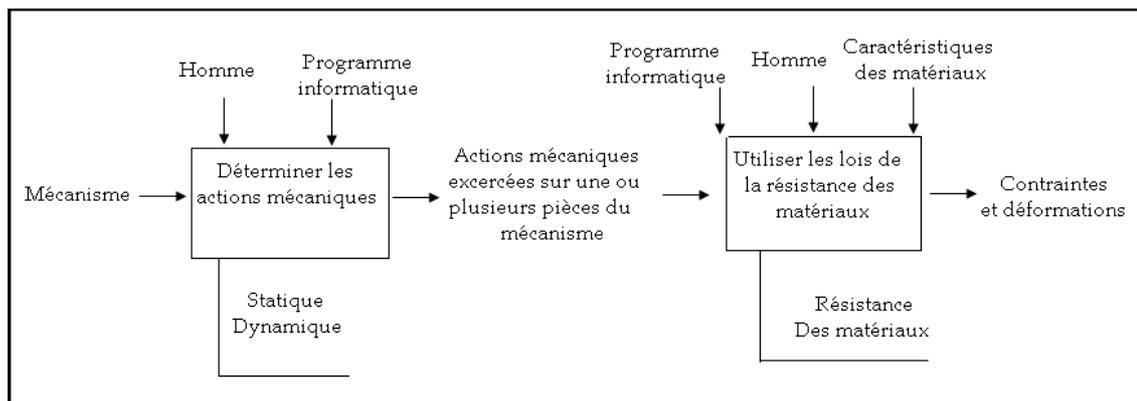


Figure 1.1

Pour réaliser un calcul de résistance des matériaux, nous avons besoin de connaître les actions mécaniques exercées sur le mécanisme (ce sont ces actions qui sont déterminées dans l'étude de statique ou de dynamique) et les matériaux utilisés. L'étude de résistance des matériaux va permettre de définir les sollicitations et les contraintes qui en résultent.

3- Hypothèses générales de la RDM :

Pour faire une étude de résistance des matériaux, nous avons besoin de faire des hypothèses simplificatrices. Une fois que ces hypothèses sont définies, nous pouvons nous lancer dans l'étude.

~~3-1 Hypothèses sur le matériau :~~ Le matériau est supposé continu (ni fissures ni cavités), homogène (tous les éléments du matériau ont une structure identique) et isotrope (en tout point et dans toutes les directions, le matériau possède les mêmes caractéristiques mécaniques).

~~3-2 Hypothèses sur la géométrie des solides :~~ La RDM étudie uniquement des solides en forme de poutres (solide idéal) présentant :

- des dimensions longitudinales importantes par rapport aux dimensions transversales.
- des sections droites constantes ou variables lentement en dimension ou en forme.

Une poutre est engendrée par la translation d'une section droite et plane S dont le barycentre G décrit une ligne L_m (appelée ligne moyenne) droite ou à grand rayon de courbure. La section droite S reste toujours perpendiculaire à la ligne moyenne C . (Figure 1.2).

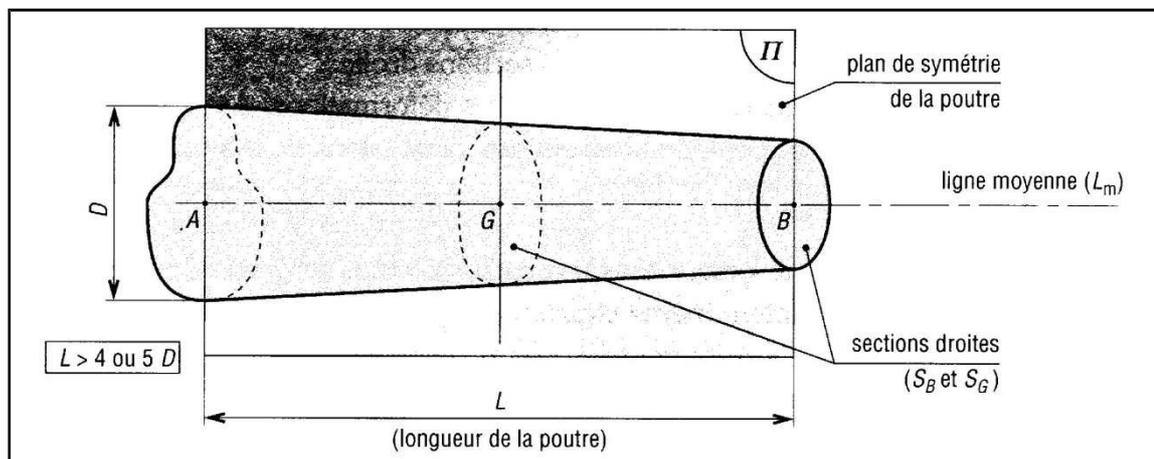


Figure 1.2

1-3 Hypothèses sur les déformations (Hypothèse de Navier-Bernoulli) :

Les sections planes et droites (normales à la ligne moyenne) avant déformation restent planes et droites après déformation.

4-Efforts intérieurs

(Torseur de cohésion) :

Soit une poutre E [AB], en équilibre sous l'effet d'actions mécaniques extérieures. Pour mettre en évidence les efforts transmis par la matière au niveau d'une section S, nous effectuons une coupure imaginaire dans le plan P contenant S. Il la sépare en deux tronçons E₁ (Partie gauche) et E₂ (Partie droite) (Figure 1.3).

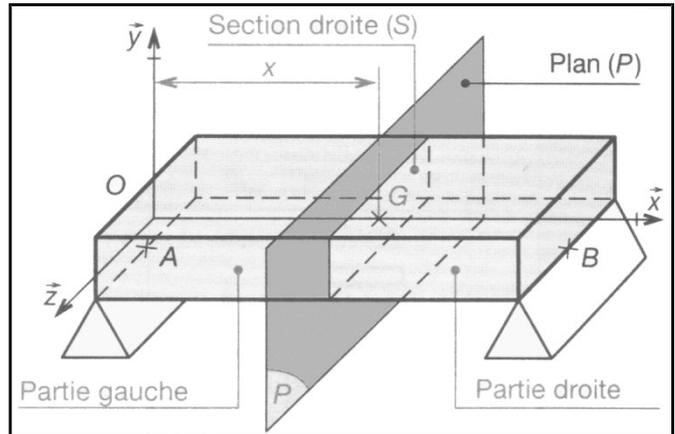


Figure 1.3

On isole le tronçon E₁

- Les actions mécaniques que le tronçon E₂ exerce sur le tronçon E₁ à travers la section droite S sont des actions mécaniques intérieures à la poutre E. Nous en ignorons à priori la nature, cependant la liaison entre E₁ et E₂ peut être modélisée par une liaison complète. On peut donc modéliser l'action mécanique E₂ sur E₁ par un torseur appelé torseur de cohésion et noté $\{ \tau_{coh} \}$ dont les éléments de réduction en G seront R(x) et M_G(x).

$$\{ \tau_{E_2/E_1} \} = \{ \tau_{coh} \} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(x) \\ \vec{M}_G(x) \end{array} \right\}$$

L'équilibre du tronçon 1 se traduit

par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{A} \\ \vec{C} \end{array} \right\}_{E/E_1} + \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\}_{coh} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\}_{coh} = - \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} \\ \vec{C} \end{array} \right\}_{E/E_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R} \\ \vec{M}_G \end{array} \right\}_{coh} = - \left\{ \begin{array}{l} \vec{A} \\ \vec{C} \end{array} \right\}_{\text{actions mécaniques à gauches de } S}$$

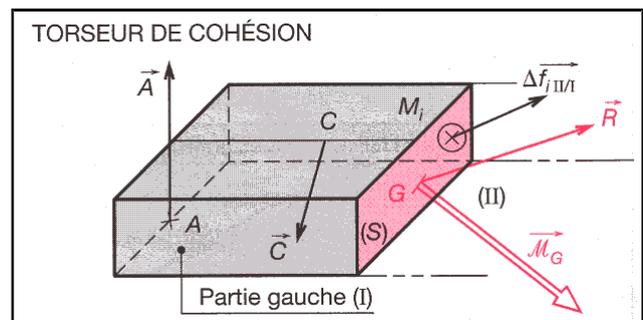


Figure 1.4

Cette relation permet de calculer les éléments de réduction du torseur de cohésion à partir des actions mécaniques extérieures à gauche (connues par la statique).

Remarque : L'équilibre de la poutre E se traduit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{actions mécaniques} \\ \text{à gauche de } S_G \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{actions mécaniques} \\ \text{à droite de } S_G \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{actions mécaniques} \\ \text{à droite de } S_G \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow -\left\{ \begin{array}{l} \text{coh} \\ G \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{actions mécaniques} \\ \text{à droite de } S_G \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{actions mécaniques} \\ \text{à droite de } S_G \end{array} \right\}$$

Alors $\left\{ \begin{array}{l} \text{coh} \\ G \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{actions mécaniques} \\ \text{à droite de } S_G \end{array} \right\}$

Cette relation permet de simplifier le calcul du torseur de cohésion dans le cas où le torseur des actions mécaniques à droite est plus simple à déterminer.

Conclusion :

Chaque tronçon est en équilibre et l'application du PFS, à l'un ou à l'autre, permet de faire apparaître et de calculer le torseur de cohésion au niveau de la coupe.

Remarque :

Le torseur de cohésion est modifié lorsque l'on déplace la coupe le long de la poutre :

- Si une discontinuité d'ordre géométrique (changement de direction de la ligne moyenne) apparaît (exemple: poutre en équerre).
- Si une discontinuité liée à une résultante nouvelle (ou un moment nouveau) apparaît.

5- Composantes du torseur de cohésion :

Le torseur de cohésion exprimé dans le repère $R(G, x, y, z)$ s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{coh} \\ G \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(X) \\ \vec{M}_G(X) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ll} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{array} \right\}_G$$

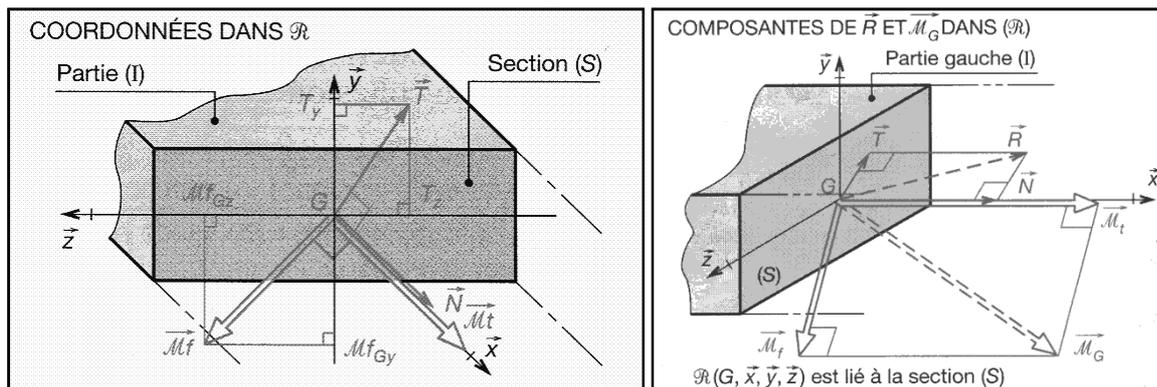


Figure 1.5

N : Effort normal sur (G, x)	M_t : Moment (couple) de torsion sur (G, x)
T_y : Effort tranchant sur (G, y)	M_{fy} : Moment de flexion sur (G, y)

T_z : Effort tranchant sur (G, z)

M_{fz} : Moment de flexion sur (G, z)

6- Vecteur contrainte en un point :

6-1 Vecteur contrainte :

Les actions mécaniques de cohésion sont les efforts que le tronçon E_2 exerce sur le tronçon E_1 à travers la section droite (S) de la coupure fictive. Ces actions mécaniques sont réparties en tout point M de S suivant une loi a priori inconnue. Notons $d\vec{f}$ l'action mécanique au point M et dS l'élément de surface entourant le point. Soit \vec{n} la normale issue de M au plan de la section S , orientée vers l'extérieur de la matière du tronçon E_1 . (Figure 1.6).

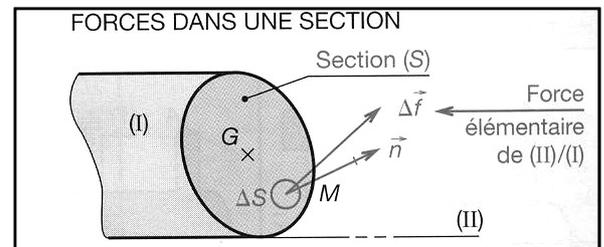
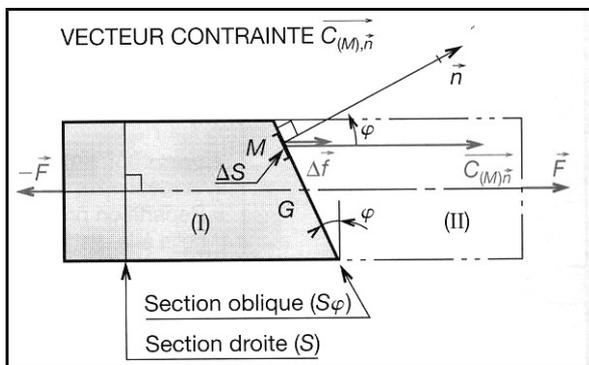


Figure 1.6

On appelle vecteur contrainte au point M relatif à l'élément de surface dS orienté par sa normale extérieure \vec{n} , le vecteur noté $\vec{C}(M, \vec{n})$ tel que :

$$\vec{C}(M, \vec{n}) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta S} = \frac{d\vec{F}}{dS} \text{ (Figure 1.6).}$$

L'unité de la contrainte est le rapport d'une force par une unité de surface (N/mm^2) ou (MPa).

Les éléments de réduction s'écrivent donc, en fonction du vecteur contrainte :

$$\vec{R}(X) = \int_S d\vec{F} = \int_S \vec{C}(M, \vec{n}) dS \text{ et } \vec{M}_G(X) = \int_S \vec{GM} \wedge \vec{C}(M, \vec{n}) dS$$

6-2 Contrainte normale et contrainte tangentielle :

On définit les contraintes normales et tangentielles respectivement la projection de $\vec{C}(M, \vec{n})$ sur la normale \vec{n} , et la projection de $\vec{C}(M, \vec{n})$ sur le plan de l'élément de surface dS . (Figure 1.4) : $\vec{C}(M, \vec{n}) = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t}$

σ : Contrainte normale.

τ : Contraintes tangentielle.

\vec{n} : Vecteur normal à l'élément de surface.

\vec{t} : Vecteur tangent a l'élément de surface.

7- Sollicitations simples et composées :

Une sollicitation est dite simple si le tenseur de cohésion comprend une seule composante non nulle (Torsion par exemple) et une sollicitation est dite composée si le tenseur de cohésion comprend plusieurs sollicitations simples (Traction + flexion par exemple).

Le tableau 1.1 regroupe les sollicitations simples les plus courantes.

Sollicitation	Tenseur de cohésion	Sollicitation	Tenseur de cohésion
Traction/Compression	$\begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$	Torsion	$\begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$
Cisaillement (selon (G,y))	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$	Flexion pur (selon (G,Y))	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{fy} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$

Tableau 1.1

EXERCICE D'APPLICATION :

Soit le guidage en rotation de la roue de guidage d'un système automatisé de transport de personnes (figure 1). On souhaite déterminer les efforts de cohésion dans l'arbre 2 dont la géométrie est représentée en détail dans (la figure 2).

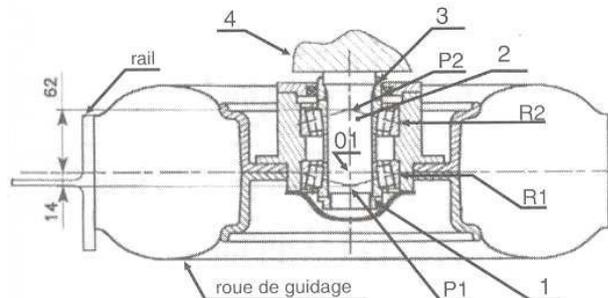


Figure 1

L'arbre 2 est en liaison encastrement avec le support de guidage 4. Une étude statique a permis de déterminer les actions mécaniques qui lui sont appliquées :

Unité : les efforts en Newtons et les longueurs en millimètres

Actions des roulements R_1 et R_2 en P_1 et P_2 :

$$\left\{ \begin{matrix} \mathbf{t}_{(R_1 \rightarrow 2)} \\ \mathbf{F} \end{matrix} \right\}_{P_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 230 & 0 \\ -4900 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{matrix} \mathbf{t}_{(R_2 \rightarrow 2)} \\ \mathbf{F} \end{matrix} \right\}_{P_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 60 & 0 \\ -1140 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

$$\text{Action de l'écrou 1 en T : } \left\{ \begin{matrix} \mathbf{t}_{(1 \rightarrow 2)} \\ \mathbf{F} \end{matrix} \right\}_T = \begin{Bmatrix} 6730 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

$$\text{Action de l'entretoise 3 en F : } \left\{ \begin{matrix} \mathbf{t}_{(3 \rightarrow 2)} \\ \mathbf{F} \end{matrix} \right\}_F = \begin{Bmatrix} -6430 & 0 \\ 230 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

$$\text{Action de support 4 en E : } \left\{ \begin{matrix} \mathbf{t}_{(4 \rightarrow 2)} \\ \mathbf{F} \end{matrix} \right\}_E = \begin{Bmatrix} -300 & 0 \\ -290 & -650240 \\ 6040 & -30820 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

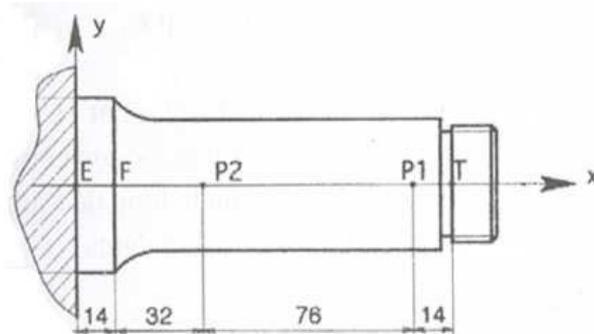


Figure 2

1-Déterminer dans $\mathcal{R} = (x, y, z)$ et en fonction de l'abscisse x , les variations des composantes du torseur de cohésion le long de l'arbre.

2-Tracer les diagrammes correspondants.

LA TRACTION SIMPLE

Objectifs :

- ✚ Déterminer la répartition des contraintes dans la section d'une poutre sollicitée à la traction.
- ✚ Déterminer les conditions de résistance et de rigidité d'une poutre sollicitée à traction.
- ✚ Dimensionner une poutre sollicitée à la traction.

Prérequis :

- ✚ Hypothèses de la RDM.
- ✚ Tenseur de cohésion.
- ✚ Vecteur contrainte.

Eléments de contenu :

- 1- Définition.
- 2- Essai de traction.
- 3- Etude des déformations.
- 4- Etude des contraintes.
- 5- Relation Contrainte - Déformation.
- 6- Caractéristiques mécaniques d'un matériau.
- 7- Condition de résistance en traction.
- 8- Condition de rigidité en traction.
- 9- Concentration de contrainte.

LA TRACTION SIMPLE

1-Définition :

Une poutre est sollicitée à l'extension simple si elle est soumise à deux forces directement opposées qui tendent à l'allonger ou si le torseur de cohésion peut se réduire en G , barycentre de la section droite S , à une résultante portée par la normale à cette section. (Figure 2.1)

$$\left\{ \begin{matrix} \tau_{coh} \\ \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} N0 \\ 00 \\ 00 \end{matrix} \right\}_G$$

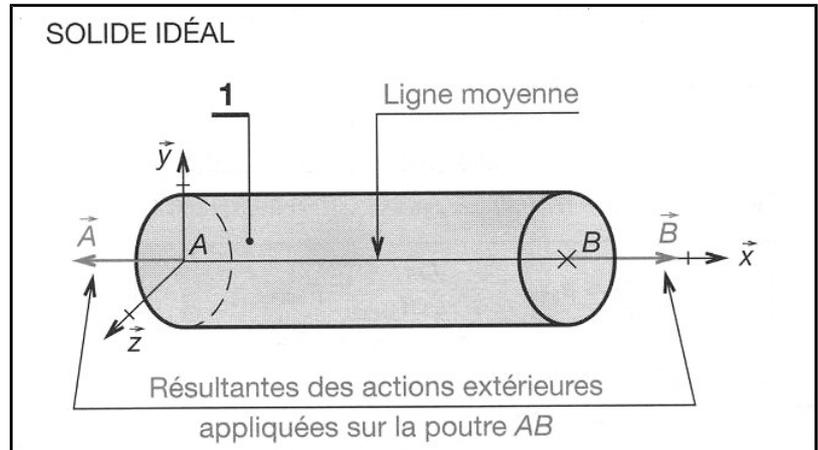


Figure 2.1

2- Essai de traction

2-1 Principe :

L'essai de traction est l'essai mécanique le plus classique. Il consiste à exercer sur une éprouvette normalisée deux efforts directement opposés croissants qui vont la déformer progressivement puis la rompre en vue de déterminer quelques caractéristiques du matériau de l'éprouvette. (Figure 2.2)

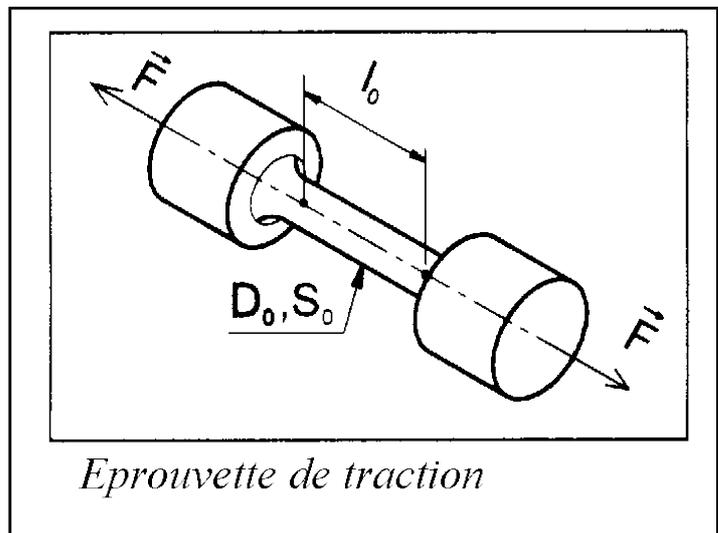


Figure 2.2

2-2 Diagramme effort = déformation.

La déformation se passe en deux phases (figure 2.3) :

-Phase OA : **phase élastique** où la déformation est réversible et l'allongement est proportionnel à la charge. On dit que l'éprouvette dans le domaine élastique.

Phase ABC : **phase plastique** ou la déformation est permanente. L'allongement n'est plus proportionnel à la charge. On dit que l'éprouvette est dans le domaine plastique.

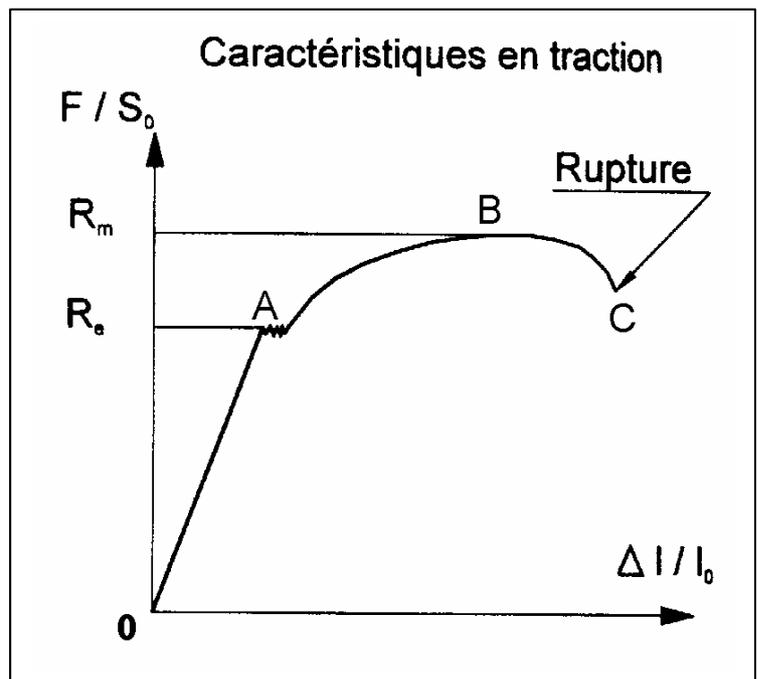


Figure 2.3

3- Étude des déformations

Allongement : $\Delta L = L - L_0$

Allongement relatif : $e = \frac{\Delta L}{L_0}$; $e\% = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot 100$

Déformation selon x : $\varepsilon_x = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \left[\ln L \right]_{L_0}^L = \ln L - \ln L_0 = \ln \frac{L}{L_0} = \ln(1 + e)$

Dans le domaine élastique $\varepsilon_x = e = \frac{\Delta L}{L_0}$;

$\ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon$ si ε tend vers 0)

La déformation longitudinale s'accompagne d'une déformation de contraction transversale tel que :

$\varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x$ et $\varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x$ (Figure 2.4)

ν : Coefficient de poisson et $\nu \approx 0.3$

pour les aciers.

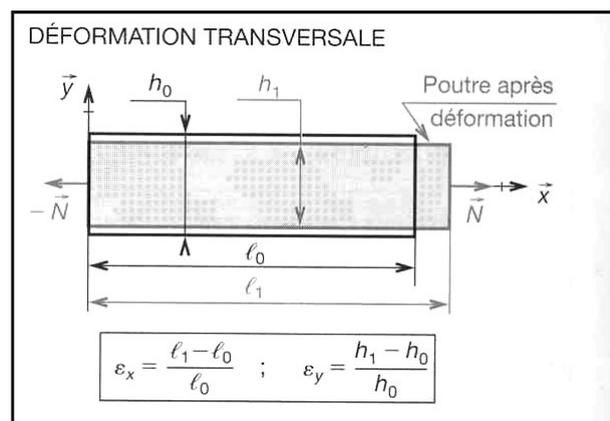


Figure 2.4

4- Étude des contraintes :

Le vecteur \vec{C} se réduit à une contrainte normale à la section et répartie uniformément sur toute la section : $\vec{C} = \sigma \vec{x}$ (figure 2.5)

D'autre

part

$$\frac{d\mathbf{r}}{dS} = \frac{d\mathbf{F}}{dS} = \frac{dN}{dS} \mathbf{x} \Rightarrow \sigma = \frac{dN}{dS}$$

$$N = \int_S dN = \int_S \sigma dS = \sigma \int_S dS = \sigma S \Rightarrow \sigma = \frac{N}{S}$$

N en [N] ; S en [mm²] et σ en [MPa]

Pour une poutre, de section S, sollicitée à la traction simple la valeur de la contrainte normale est égale au rapport de l'effort normal N par la section S.

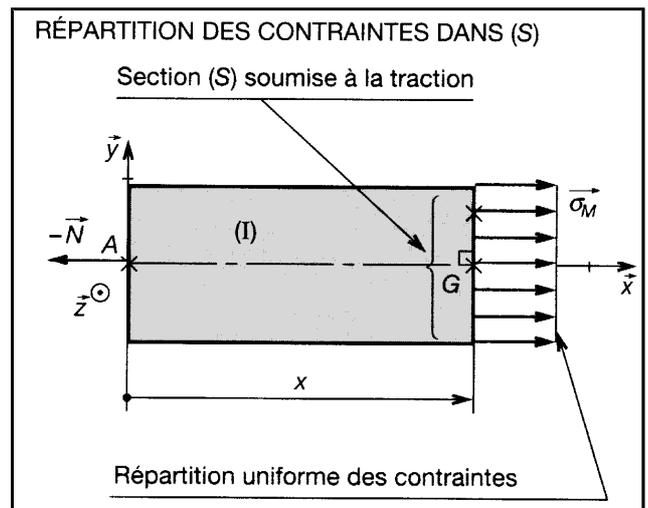


Figure 2.5

5- Relation contrainte-déformation :

Dans la première portion de la courbe (Zone OA), il y a proportionnalité entre la charge et la déformation. La loi de Hooke traduit cette linéarité :

$$\sigma = E\varepsilon$$

E est le module d'élasticité longitudinale ou module d'Young exprimé en [MPa], (voir tableau N°1).

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow F = \frac{ES}{L} \Delta L = K \Delta L \text{ avec } K = \frac{ES}{L}$$

K définit la rigidité en traction de la poutre exprimée en [N/mm].

6- Caractéristiques mécaniques d'un matériau.

Charge à la limite élastique Fe. Il lui correspond la valeur de $Re = \frac{Fe}{S_0}$:

contrainte à la limite élastique ou limite élastique (voir tableau 2.2)

Charge de rupture Fr : Il lui correspond la valeur de $Rr = \frac{Fr}{S_0}$: contrainte à

la rupture ou résistance à la rupture.

Module d'Young E, tel que. $\sigma = E\varepsilon$

Allongement en % après rupture : $A\% = \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100$ ~~La longueur de la~~

poutre après rupture.

Striction : $S\% = \frac{S_u - S_0}{S_0} \cdot 100$

7- Condition de résistance en traction :

Pour des raisons de sécurité la contrainte σ doit rester inférieure à une valeur limite appelé contrainte pratique à l'extension, en adoptant un coefficient s appelé coefficient de sécurité tel que $R_{pe} = \frac{R_e}{s}$, s dépend de l'application. (Tableau2.1) et (Tableau2.2)

D'où la condition de résistance d'une pièce en traction : $\sigma \leq R_{pe}$

Coefficient de sécurité (s)	Conditions générales de calculs (sauf réglementation particulière)
1,5 à 2	Cas exceptionnels de grande légèreté. Hypothèses de charges surévaluées.
2 à 3	Construction où l'on recherche la légèreté (aviation). Hypothèses de calcul la plus défavorable (charpente avec vent ou neige, engrenages avec une seule dent en prise...).
3 à 4	Bonne construction, calculs soignés, haubans fixes.
4 à 5	Construction courante (légers efforts dynamiques non pris en compte. Treuils.)
5 à 8	Calculs sommaires, efforts difficiles à évaluer (cas de chocs, mouvements alternatifs, appareils de levage, manutention).
8 à 10	Matériaux non homogènes. Chocs, élingues de levage.
10 à 15	Chocs très importants, très mal connus (presses). Ascenseurs.

Tableau2.1

VALEURS DES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES MÉTAUX ET PLASTIQUES*					
Dénomination et symbole	$R_{e \min}$ (MPa)	E (MPa)	Dénomination et symbole	R_{\min} (MPa)	E (MPa)
Fonte à graphite lamellaire FGL 200	200	80 000	Acrylonitrile - butadiène - styrène (ABS)	17	700
Fonte à graphite sphéroïdal FGS 600. 3	370	170 000	Polyamide type 6-6 (PA 6/6)	49	1830
Acier non allié (E 24) S 235	215	210 000	Polycarbonate (PC)	56	2450
Acier allié (25 CD 4) 25Cr Mo 4	700	210 000	Polytétrafluoroéthylène (PTFE)	11	400
Bronze : Cu Sn 8P	390	100 000	Polystyrène (PS)	35	2800
Cupro-aluminium Cu Al 10 Ni S Fe 4	250	122 500	Polychlorure de vinyle (rigide) PVC U	35	2450
Duralumin AW-2017 (Al Cu 4 Mg Si)	240	72 500	Phénoplaste (bakélite) PF 21	25	7000
Alpax A S13	80	74 500	Époxyde (araldite)	28	2450

Tableau2.2

8- Condition de rigidité :

Pour des raisons fonctionnelles, il est parfois important de limiter l'allongement. Il doit rester inférieur à une valeur ΔL_{\lim}

D'où la condition de rigidité d'une pièce en traction : $\frac{FL}{ES} \leq \Delta L_{\lim}$

9- Concentration de contraintes

Si le solide présente des variations brusques de section, dans une zone proche de ces variations, la répartition des contraintes n'est plus uniforme. Il y a concentration de contrainte. La contrainte maximale est : $|\sigma|_{\max} = K_t |\sigma|_{\text{nom}}$

K_t est appelé coefficient de concentration de contrainte de traction.

σ_{nom} : Contrainte normale nominale ($\sigma_{\text{nom}} = \frac{N}{S}$)

K_t est fonction de la forme de la pièce (circulaire ou plane) et de la nature du changement de section (épaule, gorge, alésage, etc.) (figure 2.6).

Pour un filetage ISO triangulaire $K_t=2.5$ au fond des filets.

K_t est donné par des abaques. (figure 2.7)

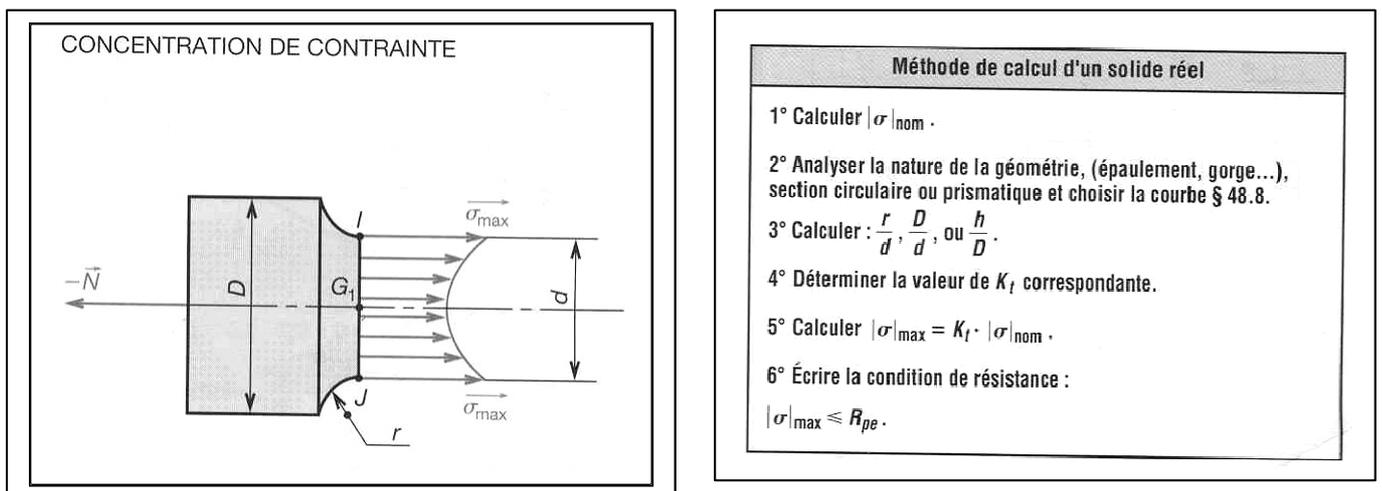


Figure 2.6

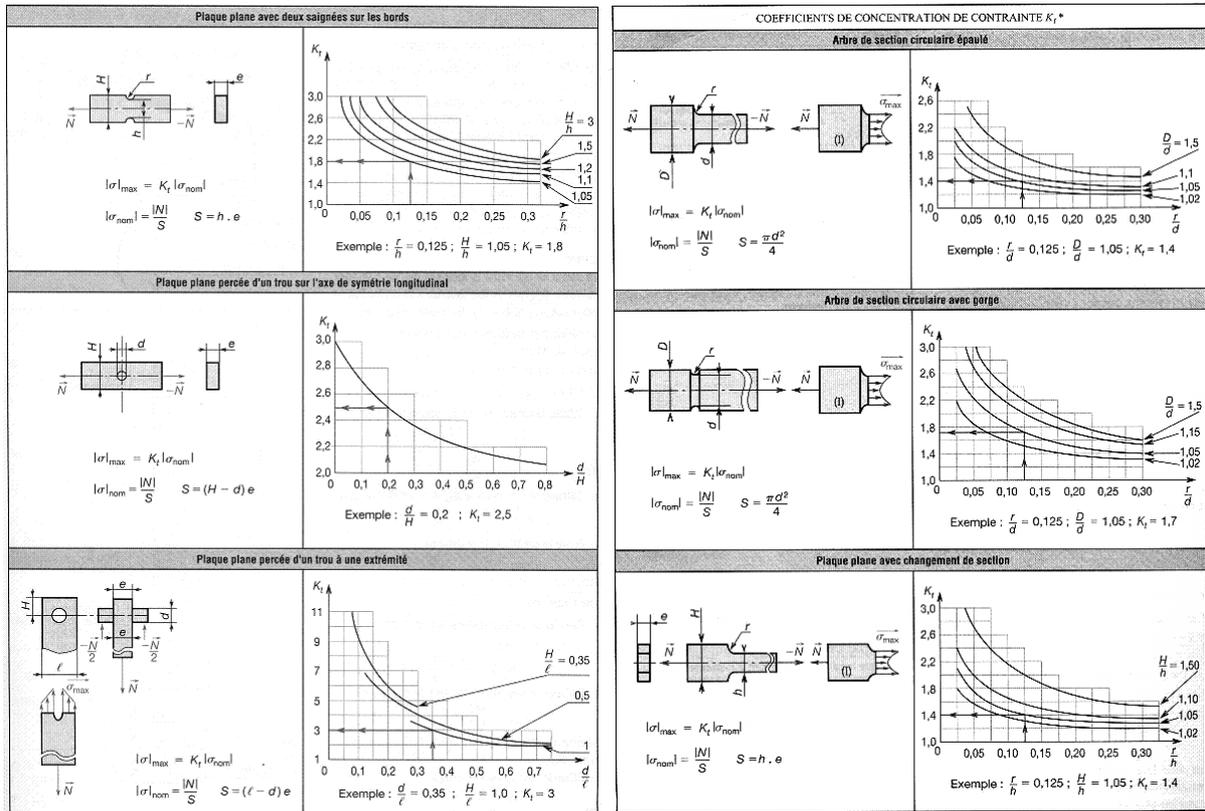
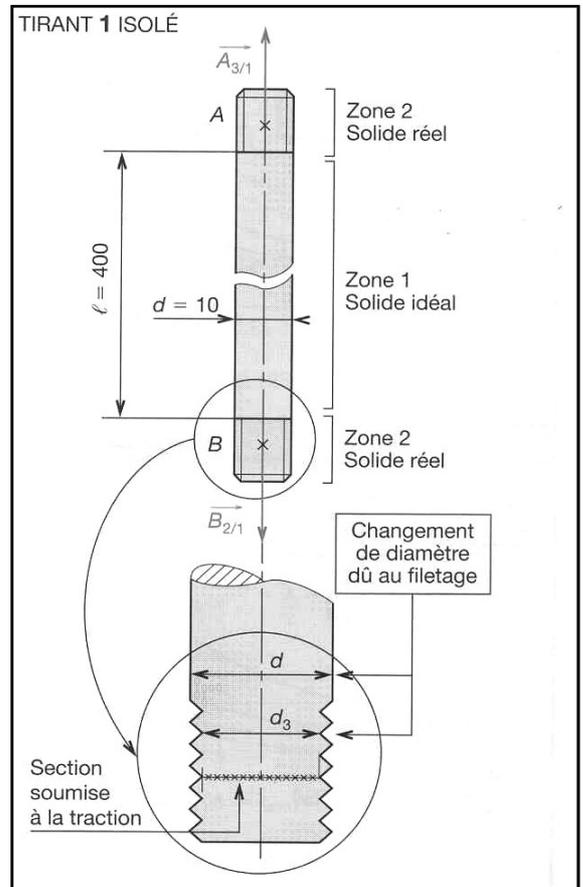
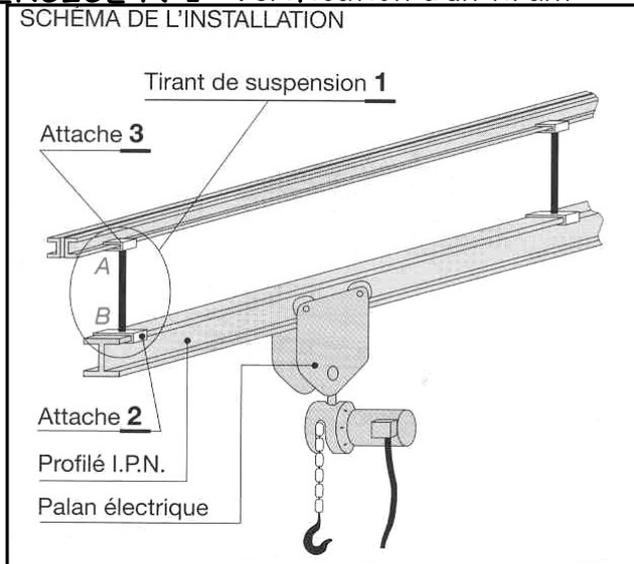


Figure 2.7

EXERCICE N°1 Vérification d'un tirant :



Un profilé IPN, sert de chemin de roulement pour un palan. Il est suspendu par 3 tirants de $\phi 10\text{mm}$ et de longueur 400mm. Ces tirants sont en aciers de résistance élastique $Re=240\text{MPa}$, de module d'Young : $E=2.10^5 \text{ Mpa}$.

Le coefficient de sécurité est : $s=8$ (appareil de levage). Le tirant le plus chargé

supporte une charge verticale de 600N. L'allongement ne doit pas dépasser 0.5mm.

1° Vérifier que ce tirant peut supporter cette charge dans des conditions satisfaisantes de sécurité.

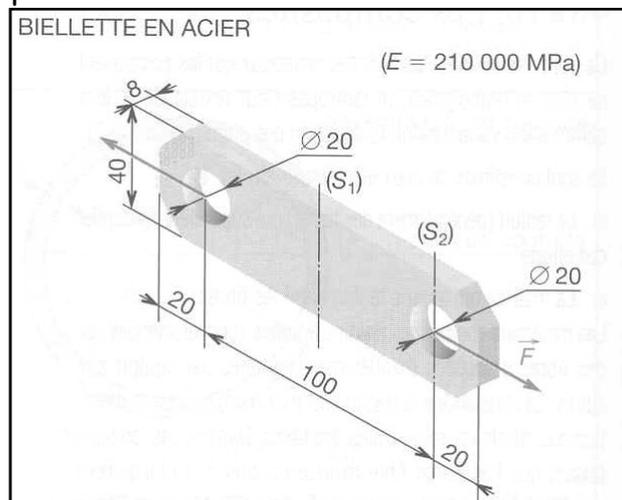
2° Vérifier que l'allongement reste acceptable.

EXERCICE N°2 Vérification d'une

bielle :

La bielle représentée ci_contre est soumise à une traction ($\|\vec{F}\| = 20000N$).

1° Calculer les contraintes dans les sections (S₁) et (S₂).



EXERCICE N°3 Suite de l'exercice du chapitre 1.

On se propose de soumettre l'arbre 2 à une traction de $\|\vec{F}\| = 150000 N$.

Sachant que cette dernière est en acier de résistance élastique $Re = 295 MPa$ et de coefficient de sécurité $s = 3$:

-Calculer les contraintes dans les sections (S₁) et (S₂).

Vérifier si cet arbre peut supporter cette charge dans des conditions satisfaisantes de sécurité.

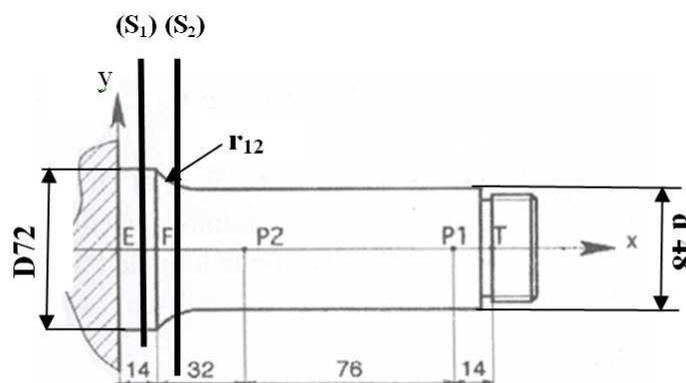


Figure de l'arbre 2

Chapitre 33

LA COMPRESSION SIMPLE

Objectifs :

- ✚ Déterminer la répartition des contraintes dans la section d'une poutre sollicitée à la traction.
- ✚ Déterminer les conditions de résistance et de rigidité d'une poutre sollicitée à traction.
- ✚ Dimensionner une poutre sollicitée à la traction.

Prérequis :

- ✚ Hypothèses de la RDM.
- ✚ Torseur de cohésion.
- ✚ Vecteur contrainte.

Eléments de contenu :

- 1- Définition.
- 2- Etude des contraintes.
- 3- Etude des déformations.
- 4- Condition de résistance en compression.

LA COMPRESSION SIMPLE

1-Définition :

Une poutre est sollicitée à l'extension simple si elle est soumise à deux forces directement opposées qui tendent à l'allonger ou si le torseur de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à une résultante négative portée par la normale à cette section. (Figure 3.1)

$$\left\{ \begin{matrix} \tau \\ \text{coh} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} \vec{N} \\ 0 \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} N0 \\ 00 \\ 00 \end{matrix} \right\}_G$$

$N \leq 0$

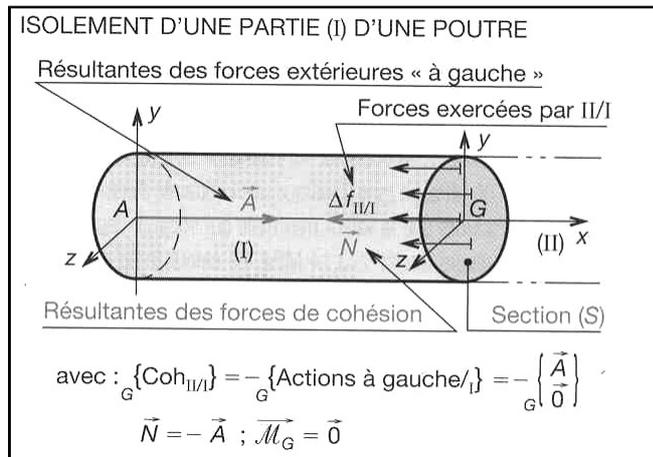
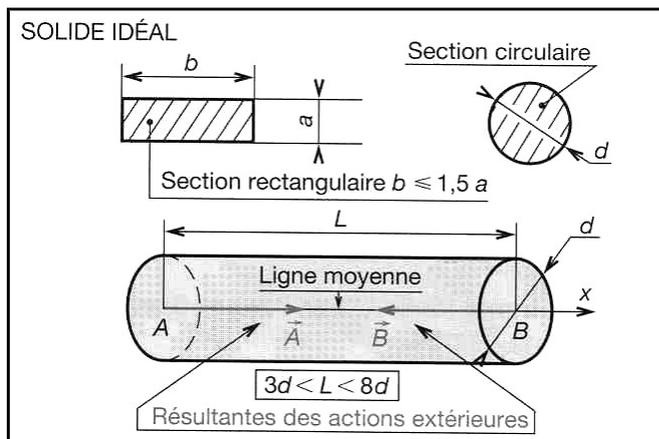


Figure 2.1

Hypothèse :

Le solide est idéal: matériau homogène, isotrope, poutre rectiligne et de section constante, de forme voisine du carré ($b < 1,5 a$) ou des sections

circulaires conviennent parfaitement. La longueur L doit être comprise entre 3 et 8 fois la dimension transversale la plus faible pour éviter le risque de flambage. Les actions



extérieures dans les sections extrêmes sont modélisables par deux résultantes A et B appliquées aux barycentres de ces sections, dirigées selon la ligne moyenne, vers l'intérieur de la poutre.

2- Contraintes dans une section droite :

Elles sont normales à (S) et uniformément réparties dans cette dernière.

La contrainte σ_M (MPa) a pour valeur : $\sigma_M = \frac{N}{S}$ avec $N < 0; \sigma_M < 0$

N : effort normal (N),

S : section droite soumise à la compression (mm^2).

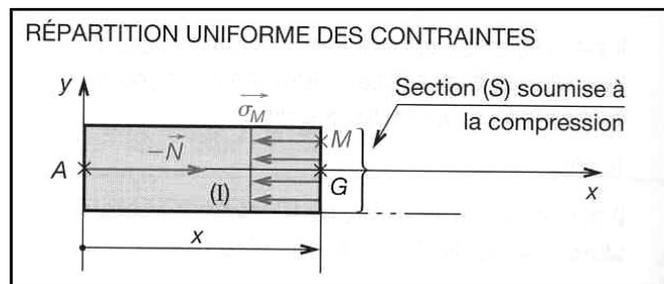


Figure 2.1

3- Déformation d'une poutre

Dans le domaine élastique, les contraintes et les déformations sont proportionnelles, Le raccourcissement Δl (mm) est:

N : effort normal (N) ;

l_0 : longueur initiale de la poutre (mm).

S : section droite soumise à la compression (mm^2),

E : module d'élasticité longitudinale (module d'Young) (MPa).

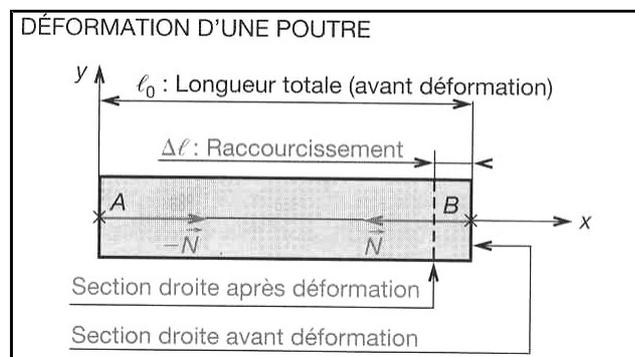


Figure 2.1

4-Condition de résistance :

Pour des raisons de sécurité, la contrainte normale doit rester inférieure à la résistance pratique à la compression R_{pc} . On définit R_{pc}

par le rapport suivant : $R_{pc} = \frac{R_{ec}}{S}$

R_{ec} : résistance élastique à la compression (MPa).

S : coefficient de sécurité (sans unité).

La condition de résistance est : $|\sigma| \leq R_{pc} \quad \frac{|N|}{S} \leq R_{pc}$

Les aciers doux et mi-durs ont la même résistance élastique R_{ec} en traction et en compression.

Le béton et la fonte ont des résistances élastiques très différentes en traction et en compression, ainsi que tous les matériaux non homogènes et non isotropes.

Si le poids de la poutre verticale n'est pas négligeable (câbles d'ascenseurs de grands immeubles, piles de ponts, cheminées

d'usine..), la condition de résistance est : $\frac{|N|}{S} + \frac{|P|}{S} \leq R_{pc}$

P : poids total de la poutre (N).

Solides réels :

Ce sont des solides qui s'écartent des conditions idéales.

SECTIONS BRUSQUEMENT VARIABLES :

RÉSISTANCE ÉLASTIQUE DU BÉTON				
Les valeurs ci-dessous sont fonction des dosages en kg de ciment par m ³ de béton en place après 28 jours d'âge.				
Dosage (kg/m ³)	Bétons non contrôlés		Bétons contrôlés	
	Compression (en MPa)	Traction (en MPa)	Compression (en MPa)	Traction (en MPa)
250	15	1,5	18	1,8
400	25	2	30	2,4
RÉSISTANCES ÉLASTIQUES DE LA FONTE				
Nuance	À la compression (MPa)		À la traction (MPa)	
FLG 150	150		20	
Ft 15	150		20	
Poutres verticales	Poids négligé		Poids propre P non négligé	
Contrainte	$ \sigma = \frac{ N }{S}$		$ \sigma = \frac{ N }{S} + \frac{ P }{S}$	
Déformation (si S est constant)	$ \Delta \ell = \frac{ N \cdot \ell_0}{E \cdot S}$		$ \Delta \ell = \frac{ N \cdot \ell_0}{E \cdot S} + \frac{1}{2} \cdot \frac{ P \cdot \ell_0}{E \cdot S}$	

La section est de forme proche du carré ou du cercle, comme en traction, dans les zones de changement de section, la répartition des contraintes n'est plus uniforme. Cette concentration de : contrainte est peu dangereuse en compression; elle est, en général, négligée.

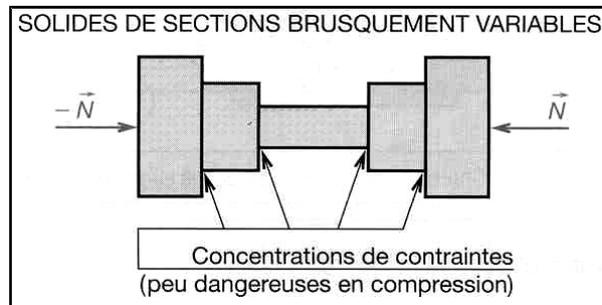


Figure 2.2

SECTIONS TRÈS PLATES :

Dans le cas d'une poutre plate (par exemple $b = 10 a$), si $3b < L < 8b$, on a : $30a < L < 80a$.

Sous l'action de N , la poutre se fléchit selon RMS . Sa sollicitation de flambage remplace la compression simple.

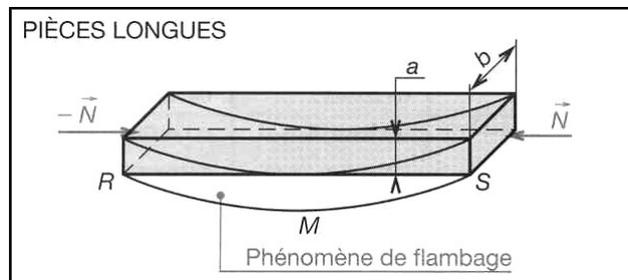


Figure 2.3

SOLIDES TRÈS MINCES :

Si h devient très petite, on n'obtient plus de déformation significative. **Tout se passe comme si on maintenait la pièce latéralement par des parois solides.** La sollicitation de compression est remplacée par du matage.

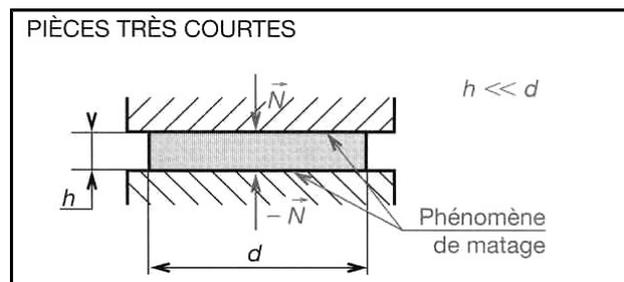


Figure 2.4

Chapitre 4

LE CISAILLEMENT SIMPLE

Objectifs

- ✚ Déterminer la répartition des contraintes dans la section d'une poutre sollicitée au cisaillement.
- ✚ Déterminer la condition de résistance d'une poutre sollicitée au cisaillement.
- ✚ Dimensionner une poutre sollicitée au cisaillement.

Pré requis

- ✚ Hypothèses de la RDM.
- ✚ Torseur de cohésion.
- ✚ Vecteur contrainte.

Éléments de contenu

- 1- Définition.
- 2- Essai de cisaillement.
- 3- Etude des déformations.
- 4- Etudes des contraintes.
- 5- Relation Contrainte — Déformation.
- 6- Condition de résistance au cisaillement.

LE CISAILLEMENT SIMPLE

1- Définition

Une poutre est sollicitée au cisaillement simple lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées, perpendiculaire à la ligne moyenne, et qui tendent la cisailer; ou lorsque le torseur de cohésion peut se réduire en G , barycentre de la section droite S , à une résultante contenue dans le plan de cette section. (Figure 4.1)

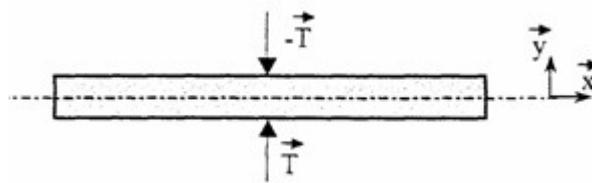


Figure 4.1

$$\left\{ \begin{matrix} T \\ 0 \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} T \\ 0 \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ T_y \\ 0 \end{matrix} \right\}_G$$

2- Essai de cisaillement.

2-1 Principe

L'essai de cisaillement consiste à soumettre une éprouvette de section rectangulaire à deux charges et F et $-F$ distantes de Δx . L'éprouvette se déforme comme l'indique la figure 4.2, les encastremets en (A_1, B_1) et (A_2, B_2) empêchent la rotation des sections droites.

On augmente F et on relève la valeur du déplacement Δv correspondant.

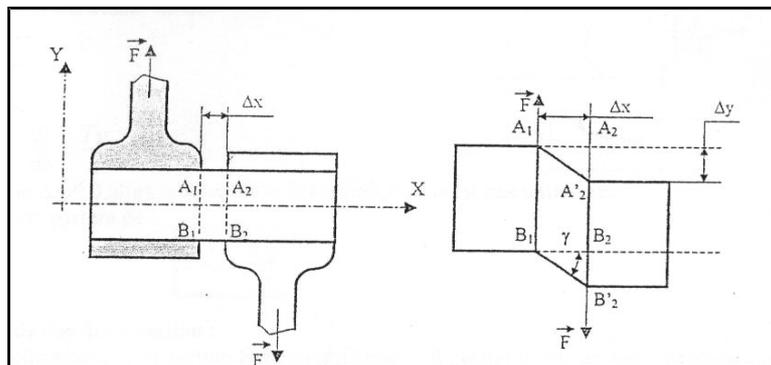


Figure 4.2

2-2 Diagramme effort-déformation

La déformation s'effectue en deux phases (Figure 4.3)

- Zone OA : zone de déformations élastiques : le glissement est proportionnel à la charge.
- Zone ABCD zone de déformations permanentes (plastiques).

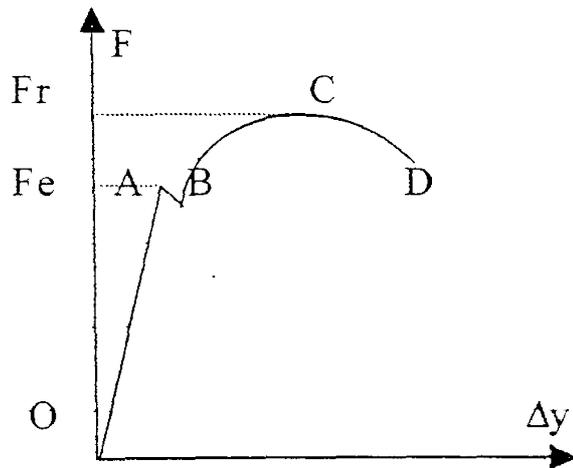


Figure 4.3

3- Etude des déformations

La section S cisailée se déplace dans son plan. Ce déplacement est un glissement. Il est défini par un angle de glissement γ . Cet angle de Δy et Δx tel que $\text{tg } \gamma = \Delta y / \Delta x$.

Dans le domaine élastique, γ reste faible, on peut confondre γ et $\text{tg } \gamma$ d'où $\gamma = \Delta y / \Delta x$

4- Etudes des contraintes

L'effort tranchant \vec{T} s'écrit $\vec{T} = T_y \vec{y} = F \vec{y}$ et le vecteur contrainte $\vec{C}(M, \vec{x}) = \tau_{xy} \vec{y}$ D'autre part $\vec{T} = \int_S \vec{C}(M, \vec{x}) ds = \int_S \tau_{xy} ds \vec{y}$

Il en résulte $T_y = \int_S \tau_{xy} ds$

Pour l'hypothèse d'une répartition uniforme de contraintes τ_{xy} , on aura $\tau_{xy} = \tau_{moy}$

$$T_y = \int_S \tau_{moy} ds = \tau_{moy} S \text{ d'ou } \tau_{moy} = \frac{F}{S}$$

F en [N] ; S en [mm²]; τ_{moy} en [MPa]

Pour une poutre, de section S, sollicité au cisaillement simple la valeur de la contrainte tangentielle est égale au rapport de l'effort F par la section S.

5- Relation contrainte _Déformation

Dans la première portion de la courbe (Zone OA), il y a proportionnalité entre la charge et la déformation. La loi traduisant cette linéarité est : $\tau_{moy} = G\gamma$
 G est le module d'élasticité transversale ou module de Coulomb exprimé en en [MPa].

Cette relation peut s'écrire encore : $\frac{F}{S} = G \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$

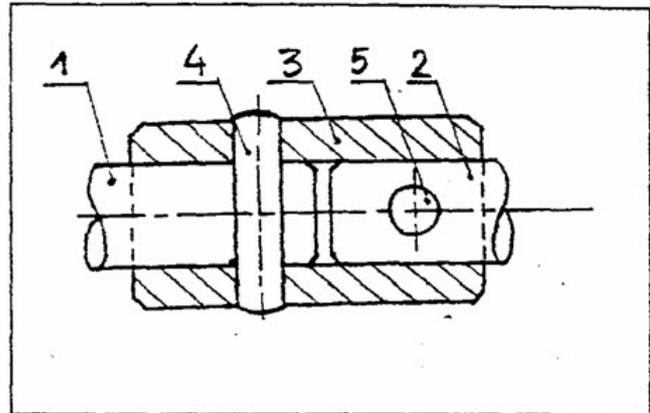
6-Condition de résistance au cisaillement

Pour une pièce sollicitée au cisaillement, la valeur de la contrainte tangentielle τ_{moy} ne doit pas dépasser la valeur de la contrainte maximale admissible appelée encore résistance pratique au glissement R_{pg} ($R_{pg} = \tau_e / S$). S est le coefficient de sécurité.

D'où la condition de résistance d'une pièce au cisaillement : $\tau = < R_{pg}$

EXERCICE 1 Accouplement

Pour protéger la chaîne cinématique d'une machine on utilise au niveau de la liaison des arbres (1) et (2) un dispositif de sécurité qui comprend un manchon (3) et deux goupilles (4) et (5). Le diamètre des arbres (1) et (2) est de 20 mm. On fixe la valeur



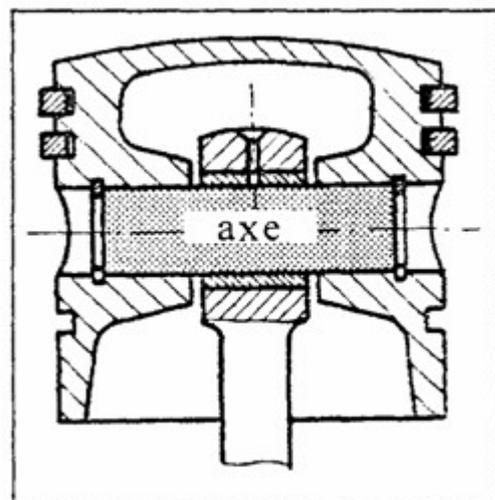
maximale du moment du couple à transmettre à $M_{1-2} = 60 \text{ N.m}$. Les goupilles (4) et (5) ont le même diamètre d . Elles sont en acier A33 pour lequel $R_{eg}=150 \text{ MPa}$.

Questions

- 1°) Déterminer l'effort tranchant dans les sections des goupilles sollicitées au cisaillement.
- 2°) Déterminer le diamètre d des goupilles. Le coefficient de sécurité est $s=3$.

EXERCICE 2 Articulation en chape

La figure ci contre représente l'axe d'articulation d'un piston équipant un compresseur. Le diamètre du piston est $D=56 \text{ mm}$ et la pression maximale qui s'exerce sur le piston est $P=7\text{bars}$. Le diamètre de l'axe est $d=17.5\text{mm}$ (déterminé d'après la condition de non matage). Il est construit en un matériau de résistance $R_{eg} 220\text{Mpa}$. Le coefficient de sécurité est $s=5$.



Questions

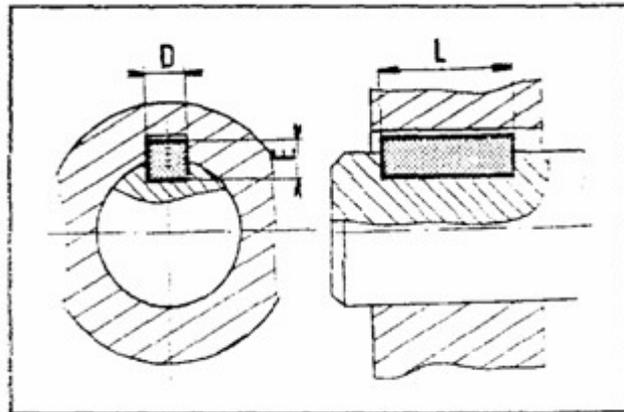
1°) Déterminer l'action exercée par le piston sur l'axe et en déduire la nature de la sollicitation.

2°) Vérifier la résistance de l'axe.

3°) Vue la faible contrainte moyenne sur la section on se propose d'évider l'axe. Déterminer le diamètre intérieur de l'axe.

EXERCICE 3 Calcul d'une clavette

Un arbre transmet un mouvement de rotation à un moyeu par l'intermédiaire d'une clavette. Le diamètre d de l'arbre est connu et les normes donnent les dimensions D et E de la section transversale de la clavette. Il ne reste qu'à chercher la longueur L de la clavette. Le couple maximal transmis par cette liaison est C_0 .



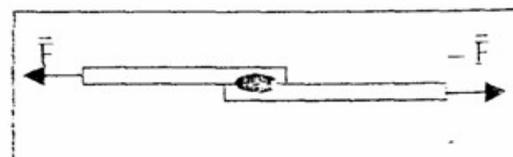
Questions

1°) Prouver, avec un simple schéma, que la clavette est sollicitée au cisaillement.

2°) Déterminer la longueur L de la clavette si elle est construite d'un matériau de résistance pratique au glissement R_{pg} .

EXERCICE 4 (Résistance d'un point de soudure)

Deux plaques, liées par N points de soudure, sont soumises à deux efforts. Elles sont de matériau de résistance R_{pg} . Le diamètre d'un point de soudure est d . Déterminer le nombre de points nécessaires N .



Chapitre 55

LA TORSION SIMPLE

Objectifs :

- ✚ Déterminer la répartition des contraintes dans la section d'une poutre sollicitée à la torsion.
- ✚ Déterminer la condition de résistance d'une poutre sollicitée à la torsion.
- ✚ Dimensionner une poutre soumise sollicitée à la torsion.

Prérequis :

- ✚ Hypothèses de la RDM.
- ✚ Torseur de cohésion.
- ✚ Vecteur contrainte.

Éléments de contenu :

- 1- Définition.
- 2- Essai de torsion.
- 3- Relation Contrainte – Déformation.
- 4- Equation de déformation.
- 5- Relation Contrainte -moment de torsion.
- 6- Condition de résistance à la torsion.
- 7- Condition de rigidité.
- 8- Concentration de contrainte.

LA TORSION SIMPLE

1-Définition :

Une poutre est sollicitée à la torsion simple si elle est soumise à deux couple de moments opposés qui tendent à la tordre ou lorsque le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G , barycentre de la section droite S , à un moment porté par la normale à cette section. (Figure 5.1)

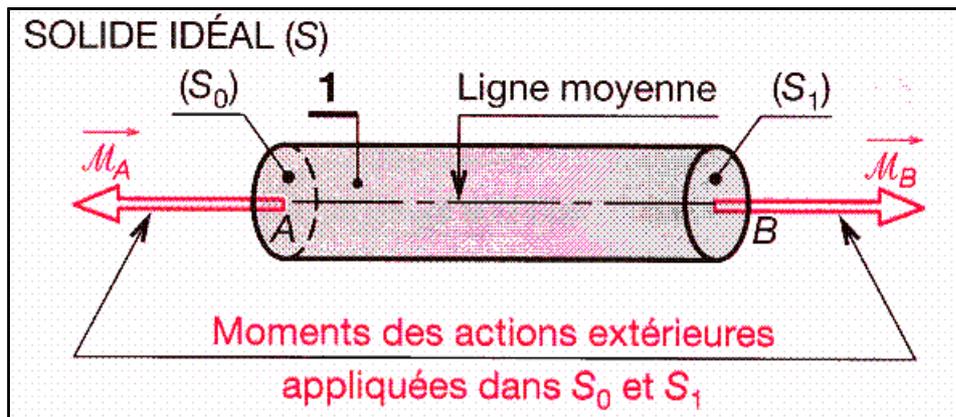


Figure 5.1

$$\left\{ \begin{matrix} \tau \\ \text{coh} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \\ M_t \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} 0M_t \\ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \end{matrix} \right\}_G$$

Au cours de ce cours on va traiter uniquement la torsion des poutres de section circulaire.

2- Essai de torsion :

L'essai de torsion est réalisé sur une éprouvette cylindrique de révolution soumise à deux moments opposés. (Figure 5.2).

Constatations

- La distance entre deux sections droites reste constante.
- Les sections droites restent planes et normales à la ligne moyenne mais tournent autour de cette ligne.
- Le déplacement relatif de deux sections voisines est une rotation d'angle d^α autour de la ligne moyenne.

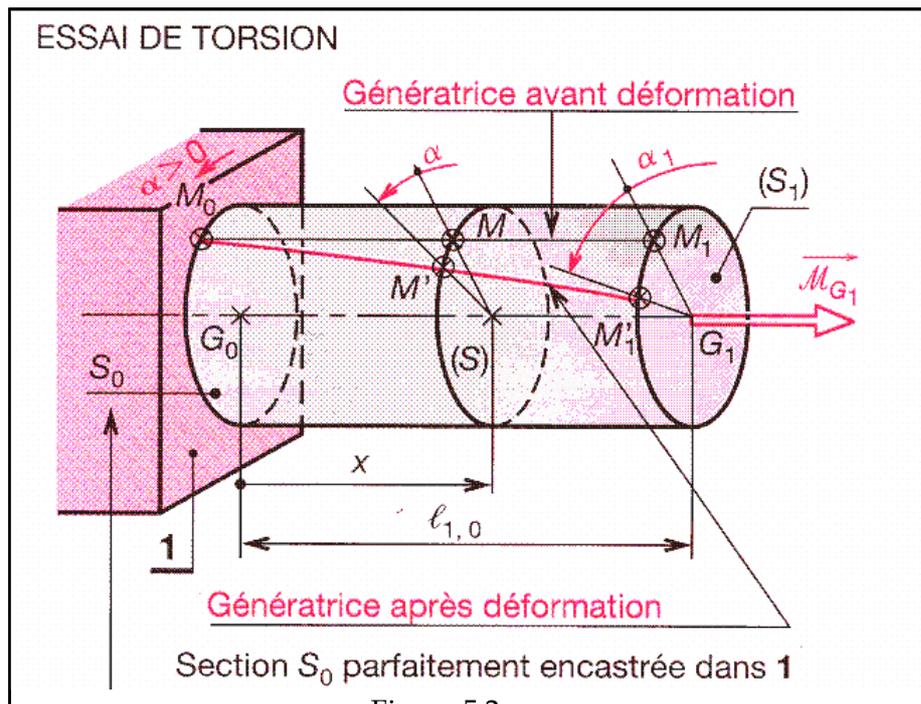


Figure 5.2

La visualisation de la courbe $M_{G1} = f(\alpha)$ permet de distinguer deux zones :

- Une zone élastique où la déformation est proportionnelle au moment:
 $|M_{G1}| = K\alpha$
- Une zone de déformations plastiques. (Figure 5.3)

Remarque

L'angle de rotation α est proportionnel à la distance des sections: $\frac{\alpha}{X} = \frac{\alpha_1}{l_{1,0}} = cte$

On pose $\theta = \frac{\alpha}{X}$; θ est l'angle de torsion unitaire exprimé en [rad/mm].

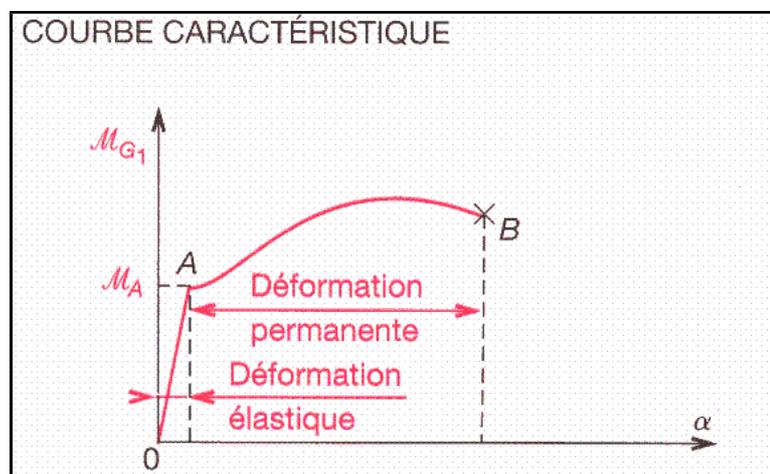


Figure 5.3

3- Relation contraintes déformation :

Soient deux sections droites très voisines séparées par une distance dx .

Elles tournent l'une par rapport à l'autre de l'angle $d\alpha$ (Figure 5.4)

$$\begin{cases} MM' = rd\alpha \\ MM' = \gamma dx \end{cases} \Rightarrow r \frac{d\alpha}{dx} = r\theta = \gamma$$

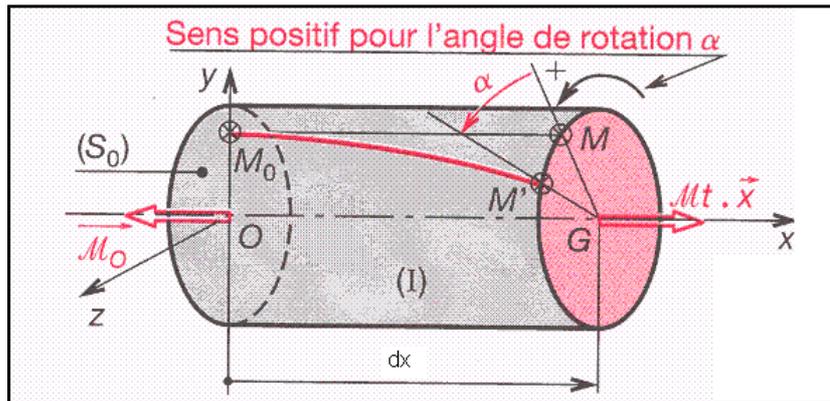


Figure 5.4

Au cours de la déformation chaque génératrice tourne dans le plan tangent d'un angle γ appelé angle de glissement. L'angle de glissement γ est proportionnel à la contrainte tangentielle $\tau = G \gamma$ où G est le module de Coulomb.

Il en résulte : La contrainte est maximale sur le contour extérieur de la section c'est à dire pour $r = R$; $\tau_{max} = G \theta R$

4- Equation de déformation :

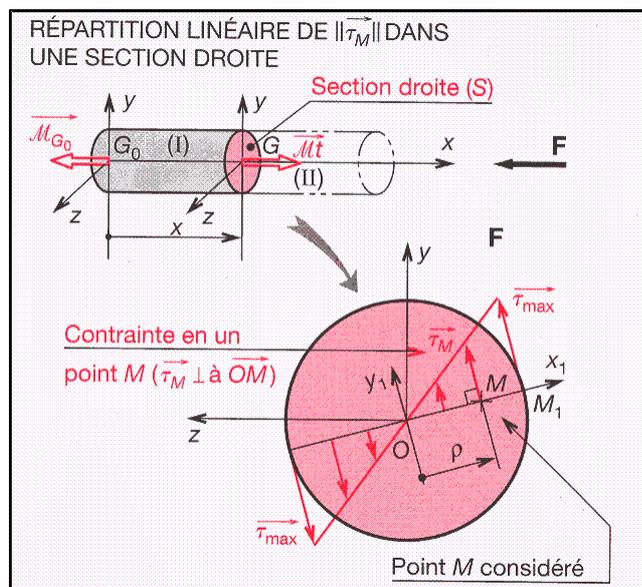


Figure 5.5

En un point M de la section, la contrainte de torsion est $\tau_{(M)} = G^\theta r$

Le vecteur contrainte $\vec{C}_{(M, \vec{x})} = \tau_{(M)} \vec{t} = G^\theta r \vec{t}$

Le moment de torsion est suivant l'axe (0, \vec{x}), s'écrit $\vec{M}_t = M_t \vec{x}$. D'autre part $\vec{M}_t = \int_S G \vec{M} \wedge \vec{C}_{(M, \vec{x})} dS = \int_S r \vec{x}_1 \wedge G^\theta r \vec{t} dS = G^\theta \int_S r^2 dS \vec{x} \Rightarrow M_t = G^\theta \int_S r^2 dS$

Définition :

$\int_S r^2 dS$ est par définition le moment quadratique polaire de la surface S par rapport à son centre de gravité G. Il est noté I_G .

Un simple calcul peut déterminer I_G pour les surfaces circulaires.

Pour une surface circulaire pleine de diamètre D : $I_G = \frac{\pi D^4}{32}$

Pour une surface circulaire creuse (annulaire) : $I_G = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32}$

La relation entre le moment et la déformation (équation de déformation) est: $M_t = G^\theta I_G$

M_t : [N mm]; θ [rad/mm]; G [Mpa] et I_G : [mm⁴]

5- Relation contrainte -moment de torsion :

La contrainte en un point M vaut $\tau_{(M)} = G^\theta r$

Le moment de torsion est $M_t = G^\theta I_G$

Il en découle $\tau_{(M)} = \frac{M_t}{I_G} r$ ou $\tau_{(M)} = \frac{M_t}{r}$

La contrainte maximale de torsion est obtenue pour $r=R$: $\tau_{\max} = \frac{M_t}{I_G} R$

6- Condition de résistance :

Pour des raisons de sécurité la contrainte τ_{\max} doit rester inférieure à la valeur de la contrainte pratique au glissement R_{pg} , en adoptant un coefficient de sécurité s tel que $R_{pg} = R_e/s$, où s dépend de l'application.

D'où la condition de résistance d'une pièce en torsion : $\tau_{\max} \leq R_{pg}$

En d'autre terme : $\frac{M_t}{I_G} R \leq \frac{R_p}{g}$

7- ~~Condition de rigidité :~~

Pour des arbres de grande longueur (arbre de forage des puits de pétrole, arbres de navires...) on évite de trop grandes déformations pour diminuer les vibrations. Elle doit rester inférieure à une valeur θ_{lim} . D'où la condition de

rigidité d'une pièce en torsion : $\frac{M_t}{G I} \leq \theta_{lim}$

8- ~~Concentration de contrainte :~~

Tout changement brusque de section (rainure de clavette, gorge, épaulement...) entraîne une concentration de contrainte au niveau de la section et la condition de résistance vue ci dessus est modifiée.

Un exemple est illustré sur la figure 5.6

pour le cas d'une rainure de clavette

La condition de résistance s'écrit :

$\tau_{eff\ max} \leq \frac{R_p}{g}$ avec $\tau_{eff\ max} = K_t \tau_{th\ max}$

$\tau_{eff\ max}$: Contrainte effective maximale.

$\tau_{th\ max}$: Contrainte sans concentration.

Exemple de calcule :

Déterminer K_t pour une rainure de clavette ayant un congé dans l'angle intérieur $r= 0.3$ et pour arbre de diamètre $d=20$ mm.

INFLUENCE D'UNE RAINURE DE CLAVETTE

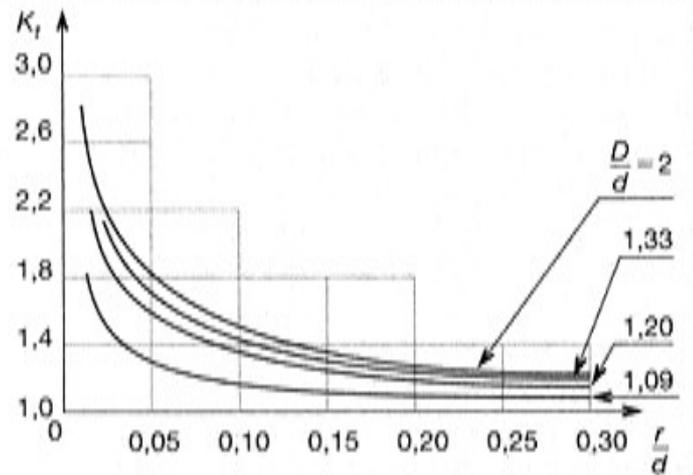
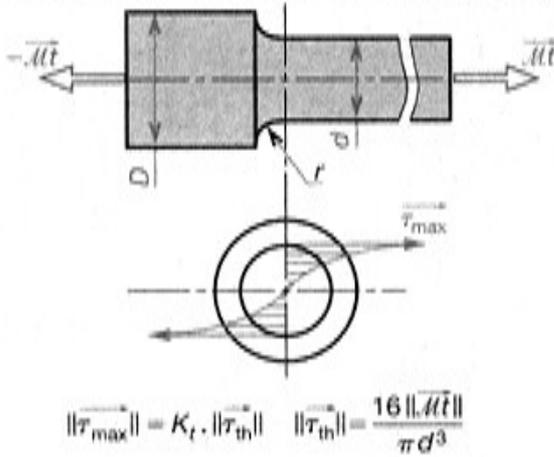
K _t POUR RAINURES DE CLAVETTES				
Rayon congé Profondeur rainure = $\frac{r}{c}$	0,5	0,3	0,2	0,1
Coefficient K _t	2,1	2,7	3,5	5,4

MÉTHODE DE CALCUL D'UN SOLIDE RÉEL

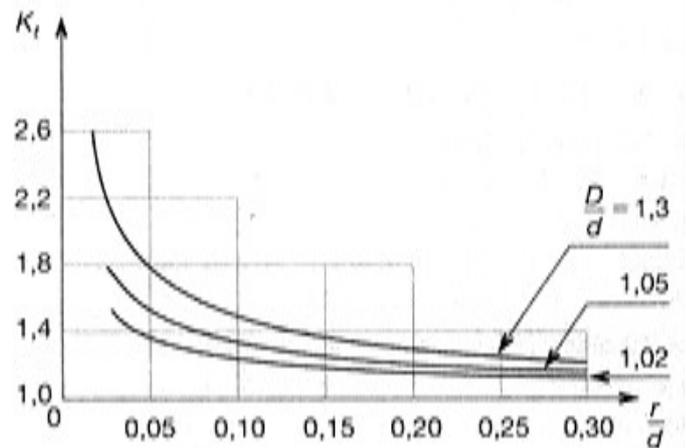
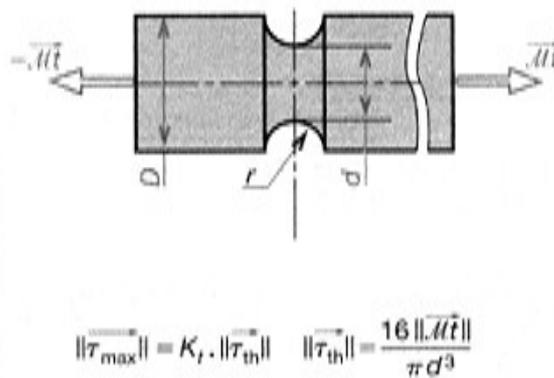
- 1° Calculer τ_M ou τ_{max} .
- 2° Analyser la nature de la géométrie (épaulement, gorge...) et choisir la courbe ou le tableau correspondant.
- 3° Calculer $\frac{D}{d}$, $\frac{r}{d}$, $\frac{d}{D}$.
- 4° Déterminer la valeur de K_t correspondante.
- 5° Calculer $|\tau_{eff\ max}| = K_t \cdot |\tau_{théorique}|$.
- 6° Écrire la condition de résistance $|\tau_{eff\ max}| \leq R_{pg}$.

COEFFICIENTS DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES K_t^*

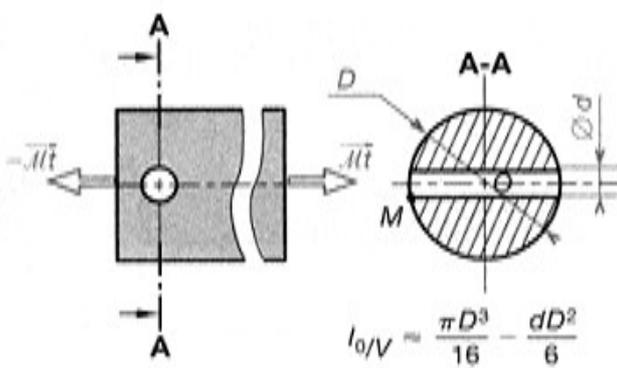
Arbre avec épaulement



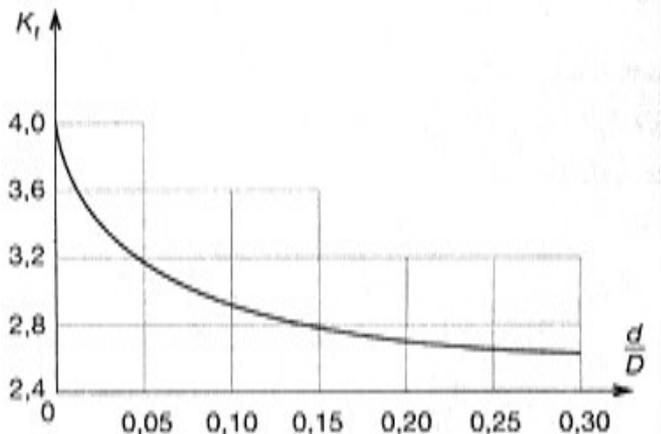
Arbre avec gorge



Arbre avec trou de goupille



La courbe ci-contre donne la valeur de K_t pour le point M



ÉVALUATION :

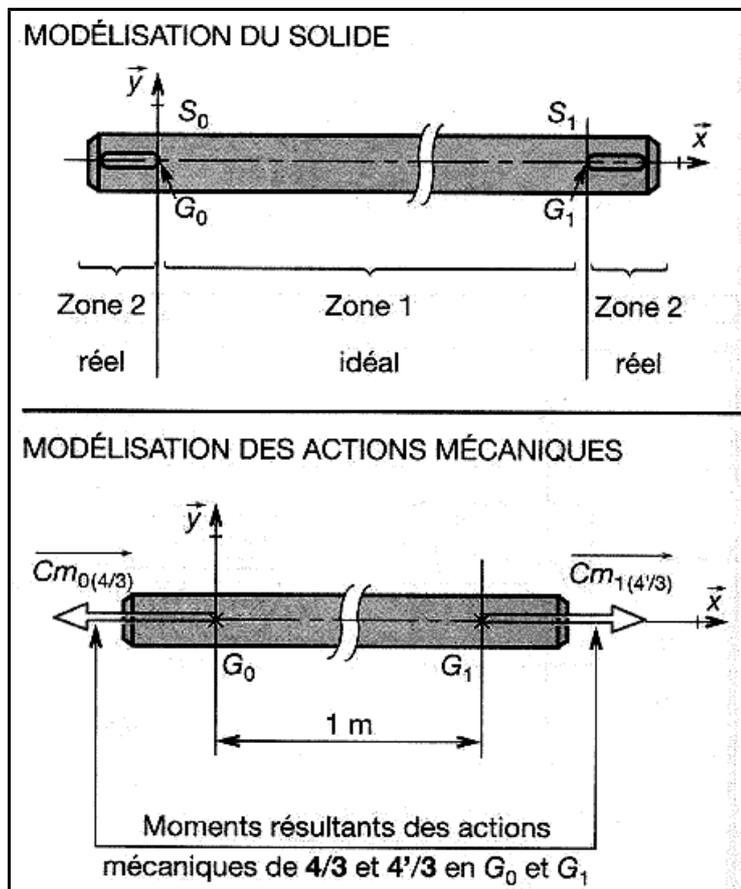
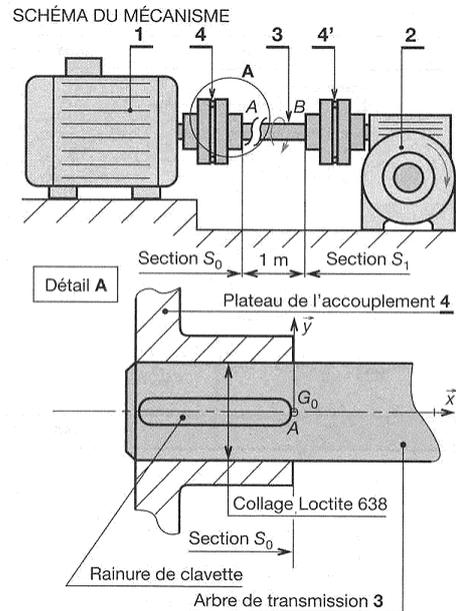
Exemples

Arbre de transmission

Un moteur électrique **1** transmet à un renvoi d'angle **2** une puissance de 15 kW à la fréquence de rotation $n = 1\,500$ tr/min par l'intermédiaire d'un arbre de transmission **3** de diamètre d . Ce dernier est lié au moteur et au récepteur, par deux accouplements élastiques **4** compensant les défauts d'alignement dus à la déformation du support. La distance séparant les deux accouplements est de 1 m. La résistance pratique au glissement du matériau de l'arbre est $R_{pg} = 100$ MPa, le module élasticité transversal est 80 000 MPa. Les rainures de clavette nécessitées par la liaison des accouplements élastiques avec l'arbre, provoquent une concentration de contrainte ($K_t = 5,4$).

1° Déterminer le diamètre de l'arbre et calculer l'angle de déformation dû à la torsion entre les deux sections S_0 et S_1 distantes de 1 m.

2° On impose une valeur limite de $0,2^\circ/m$ à l'angle unitaire de torsion. Calculer le diamètre de l'arbre dans ce cas.



Chapitre 6

LA FLEXION SIMPLE

Objectifs :

- ✚ Déterminer la répartition des contraintes dans la section d'une poutre sollicitée à la flexion.
- ✚ Déterminer la condition de résistance d'une poutre sollicitée à flexion.
- ✚ Dimensionner une poutre sollicitée à la flexion.

Prérequis :

- ✚ Hypothèses de la RDM.
- ✚ Torseur de cohésion.
- ✚ Vecteur contrainte.

Eléments de contenu :

- 1- Définition.
- 2- Etude des contraintes.
- 3- Relation Contrainte - moment de flexion.
- 4- Condition de résistance à la flexion.
- 5- Concentration de contrainte.
- 6- Déformation en flexion.
- 7- Condition de rigidité en flexion.
- 8- Théorème de superposition des déformations.

LA FLEXION SIMPLE

1-Définition :

Une poutre est sollicitée à la flexion simple si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G , barycentre de la section droite S , à une résultante contenue dans le plan de la section et à un moment perpendiculaire à cette dernière. Un exemple de poutre sollicitée à la flexion simple est illustré sur la figure 6.1

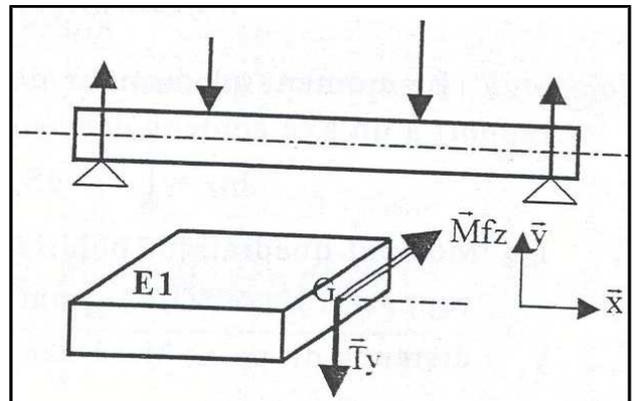


Figure 6.1

$$\left\{ \begin{matrix} T \\ M_{fz} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & M_{fz} \end{matrix} \right\}_G$$

2-Etude des contraintes :

Lorsque la poutre fléchit, (Figure 6.2) la section droite pivote d'un angle $\Delta\phi$ et on constate que:

-Les fibres moyennes ne changent pas de longueur (La contrainte est donc nulle)

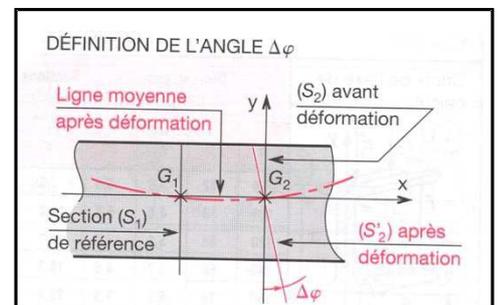


Figure 6.2

-Les autres fibres s'allongent ou se compriment. (Figure 6.3). Les contraintes normales engendrées sont proportionnelles à la distance qui les séparent du plan des fibres moyennes, d'où : $\sigma_M = -E\theta y$

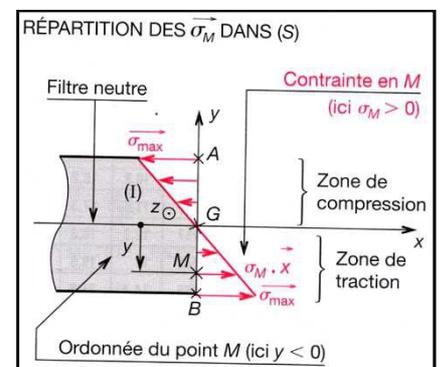


Figure 6.3

- σ_M : Contrainte normale de flexion en M [MPa]
- E : Module, d'Young [MPa]
- Y : Ordonnée de M % à la fibre neutre [mm].

θ : Angle unitaire de flexion [rad/mm]. ; $\theta = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$

3- ~~Relation entre contrainte et moment de flexion :~~

Le vecteur contrainte dans la section droite s'écrit $\vec{C}(M, \vec{x}) = \sigma_x \vec{x} = -E\theta y \vec{x}$

Le moment résultant du torseur de cohésion $\vec{M}_{fc} = M_{fc} \vec{z} = \int_S GM \wedge \vec{C}(M, \vec{x})$

$GM = y\vec{y} + z\vec{z}$; Il en résulte. $M_{fc} = \int_S E\theta y^2 dS = E\theta \int_S y^2 dS$

Or $\sigma_x = -E\theta y \Rightarrow E\theta = -\frac{\sigma_x}{y}$ Donc $M_{fc} = -\frac{\sigma_x}{y} \int_S y^2 dS$

Définition : moment quadratique d'une section.

Le moment quadratique d'une section par rapport à un axe contenu dans son plan est:

$I_{Oz} = \int_S y^2 dS$

I_{Oz} : **Moment quadratique polaire de S** par rapport à l'axe (O, z) [mm⁴]

y : distance du point M à l'axe (O, z) [mm]

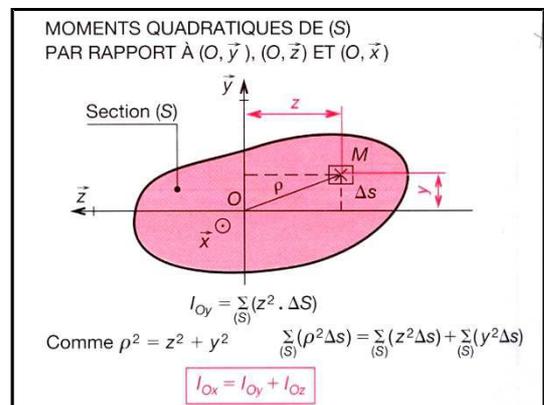


Figure 6.4

$I_{Oz} = \int_S y^2 dS$ et $I_{Oy} = \int_S z^2 dS$

Le moment quadratique polaire de S par rapport à l'axe (O, x) est $I_O = \int_S \rho^2 dS$

Comme $\rho^2 = y^2 + z^2$ alors: $I_O = \int_S (y^2 + z^2) dS = I_{Oy} + I_{Oz}$

Moments quadratiques des sections usuelles

VALEURS DE MOMENTS QUADRATIQUES PARTICULIERS						
SECTIONS PRÉSENTANT UNE SYMÉTRIE CENTRALE						
Sections (S)						
Caractéristiques						
I_{Gy}	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{hb^3 - h'b'^3}{12}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$	$0,784 ab^3$
I_{Gz}	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{bh^3 - b'h'^3}{12}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$	$0,784 a^3 b$
$I_O = I_G$	$\frac{bh}{12} (b^2 + h^2)$	$\frac{a^4}{6}$	$I_{Gy} + I_{Gz}$	$\frac{\pi d^4}{32}$	$\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{4} ab(a^2 + b^2)$

Finalemment $M_{fz} = -\frac{\sigma_x}{y} I_{GZ} \Rightarrow \sigma_x = -\frac{M_{fz}}{I_{GZ}} y$

Les contraintes normales se développent dans les fibres les plus éloignées de la fibre neutre. $:\sigma_x|_{\max} = \frac{M_{fz}}{I_{GZ}} |y|_{\max}$

Pour une section droite donnée, la quantité $W_z = \frac{I_{GZ}}{|y|_{\max}}$ s'appelle module de résistance de la section par rapport à l'axe (0, z) [mm³]. Ce module est donné sur les catalogues des fournisseurs.

La relation la plus utilisée est, donc: $|\sigma_x|_{\max} = \frac{M_{fz}}{W_z}$

4- ~~Condition de résistance~~ **Condition de résistance à la flexion :**

La contrainte σ_x doit rester inférieure à la contrainte pratique à l'extension Rpe telle que Rpe=Re/S

La condition de résistance s'écrit, donc : $|\sigma_x|_{\max} \leq Rpe \Rightarrow \frac{M_{fz}}{I_{GZ}} |y|_{\max} \leq Rpe$

5- ~~Concentration de contrainte~~ **Concentration de contrainte :**

Tout changement brusque de section (rainure de clavette, gorge, épaulement...) entraîne une concentration de contrainte au niveau de la section et la condition de résistance vue ci dessus est modifiée.

Un exemple est illustré sur la figure 6.5 pour le cas d'un arbre avec gorge.

La condition de résistance s'écrit dans ce cas : $|\sigma_x|_{\text{effe max}} \leq Rpe$

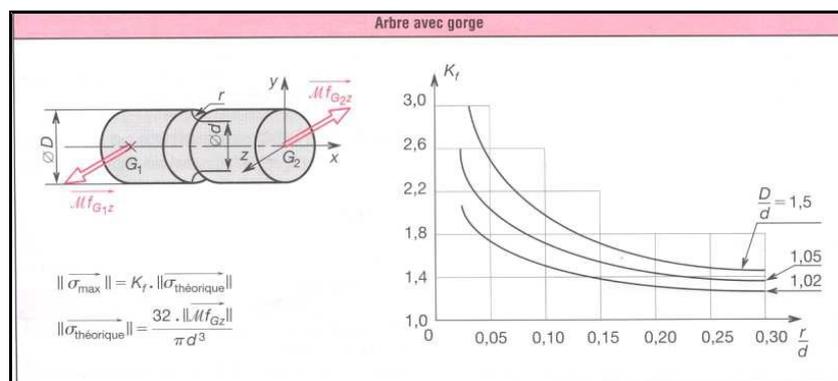


Figure 6.5

6- Déformation en flexion :

6-1 Déformée :

On appelle déformée, la courbe de la ligne moyenne de la poutre après déformation. (Figure 6.6)

L'équation de la déformée est: $y = f(x)$

y est la flèche au point d'abscisse x .

Les dérivées première et seconde sont notées y' et y'' .

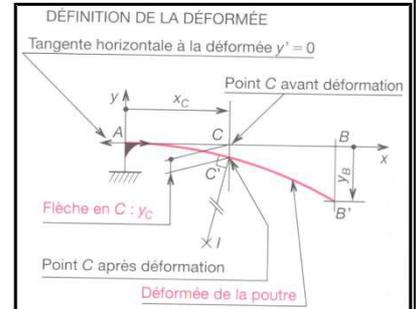


Figure 6.6

6-2 Relation entre flèche et moment fléchissant

On peut calculer la flèche à partir de l'équation de la déformée déterminer par double intégration de l'équation du moment fléchissant. $EI_{GZ} y''(x) = -M_{fz}$

7- Condition de rigidité en flexion

On calcule la flèche maximale et on vérifie ensuite que cette flèche reste inférieure à une valeur limite f_{lim} : $y_{max} \leq f_{lim}$

8- Théorème de superposition des déformations

Théorème

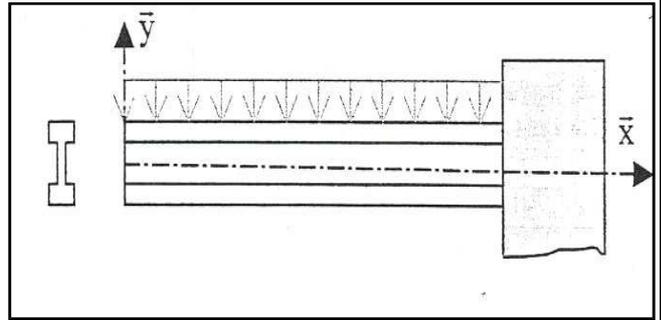
Pour une poutre sollicitée dans son domaine élastique, la déformation due à un système de charges est égale à la somme des déformations dues à l'application successive des charges constituant le système de chargement appliqué initialement.

Remarque :

Ce principe permet de décomposer un système complexe de n forces, en n systèmes simples, avec une force appliquée. On trouve ensuite chaque valeur de flèche et on fait la somme algébrique pour retrouver la flèche du système initial.

EXERCICE 1 Poutre en IPN

Une poutre 1, encastrée dans 2, y est constituée par un IPN de longueur $l = 1.5$ m. Elle supporte une charge uniformément répartie de coefficient $P = 1800$ N/m. Sa résistance pratique est $R_{pe} = 100$ Mpa et son module d'élasticité longitudinale est $E = 200\ 000$ MPa



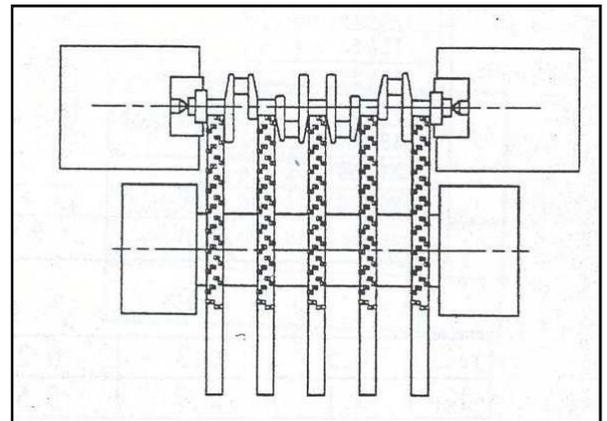
Questions

- 1°) Déterminer l'action de 2 sur 1.
- 2°) Déterminer le torseur de cohésion le long de AB.
- 3°) Tracer les diagrammes des efforts tranchants et des moments fléchissant.
- 4°) Déterminer la hauteur minimale de l'IPN.
- 5°) La flèche maximale est fixée à $L/500$, vérifier l'IPN choisi.

EXERCICE 2

La figure ci contre représente le dessin d'une machine à usiner les portées cylindriques de vilebrequins par arasage.

Pour une première **approche du problème**, on assimile les liaisons vilebrequin-machine, situées aux points de référence, à des appuis simples. On ne considère que l'influence de l'effort de pénétration.



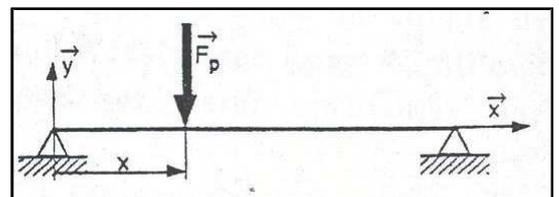
On se limite à une étude qualitative, pour cela on remplace le vilebrequin par une barre cylindrique de moment quadratique en flexion I_{Gz} .

On note:

L : distance entre les appuis.

E : module de YOUNG du matériau.

F_p : l'action de **pénétration** de l'outil sur le vilebrequin.



Questions :

- 1°) Déterminer les actions aux appuis.
- 2°) Déterminer le torseur de cohésion le long de la poutre.
- 3°) Déterminer dans ces conditions la flèche au droit du point d'application de l'effort F_p .
- 4°) Précisez l'écart maxi existant entre la contrainte et le diamètre souhaité pour le cylindre.

Application numérique: $F_p = 2 \cdot 10^3$ N ; $E = 210\ 000$ MPa ; $L = 500$ mm ; $\phi = 40$ mm.

Chapitre 77

SOLLICITATIONS COMPOSÉES

Objectifs :

- ✚ Déterminer la répartition des contraintes dans la section d'une poutre soumise à une sollicitation composée.
- ✚ Déterminer la condition de résistance d'une poutre soumise à une sollicitation composée.
- ✚ Dimensionner une poutre soumise à une sollicitation composée.

Prérequis :

- ✚ Sollicitations simples.

Éléments de contenu :

- 1- Flexion&torsion
- 2- Traction&torsion.

SOLLICITATIONS COMPOSÉES

1- Flexion_torsion :

1-1 Définition :

Un arbre est soumis à une sollicitation de flexion_torsion si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à un moment de torsion et à un moment de flexion (figure 7.1).

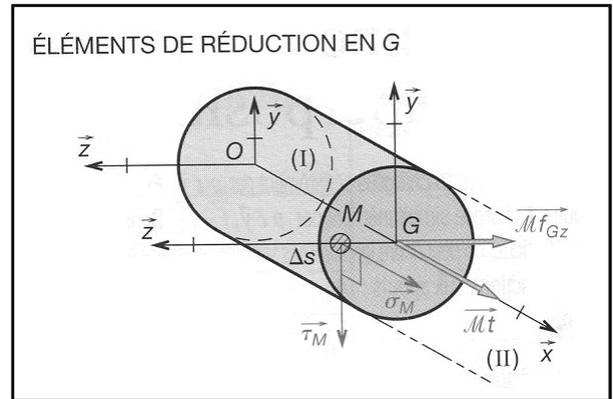


Figure 7.1

$$\left\{ \tau_{coh} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \mathbf{M}_{fc} + \mathbf{M}_t \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} 0 M_t \\ 0 0 \\ 0 M_{fc} \end{matrix} \right\}_G$$

1-2-Moment idéal de flexion :

Les contraintes normales et tangentielles agissent simultanément et il y a majoration de chacune d'elle. On calcule la contrainte normale à partir du moment idéal de flexion défini par la formule suivante :

$$Mf_i = \left(1 - \frac{1}{2\lambda} \right) Mf + \frac{1}{2\lambda} \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$$

Mfi : Moment idéal de flexion [N.mm]

$\lambda = Rpg/Rpe$; Pour les aciers $\lambda = 0.5$, moment idéal de flexion $Mf_i = \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$

CALCUL DU MOMENT IDÉAL DE FLEXION (D'après Mohr-Cacquot)	
Matériau	Expression de Mfi
Acier : $\lambda \approx \frac{R_{pg}}{R_{pe}} \quad \lambda \approx \frac{1}{2}^*$	$Mf_i = \sqrt{Mf^2 + Mt^2} = Mt_i$ (Formule de Coulomb)
Fonte : $\lambda \approx 1$	$Mf_i = \frac{1}{2} Mt + \frac{1}{2} \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$ (Formule de Rankine)
Matériaux moulés : $\lambda \approx \frac{4}{5}$	$Mf_i = \frac{3}{8} Mt + \frac{5}{8} \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$ (Formule de Saint Venant)

1-3 Condition de résistance :

La condition de résistance d'un arbre sollicité à la flexion_torsion s'écrit :

$$\sigma_M \leq Rpe \text{ où } \sigma_M \text{ est déterminée à partir du moment idéal de flexion}$$

1-4-Déformation :

Pour le calcul des flèches verticales, partir de la sollicitation de flexion supposée seule. Vérifier ensuite que cette flèche est acceptable.

$$(y_{\max} \leq f_{\lim})$$

Pour le calcul des angles de torsion, partir de la sollicitation de torsion supposée seule.

Vérifier ensuite que cet angle est acceptable.

$$(\theta_{\max} \leq \theta_{\lim})$$

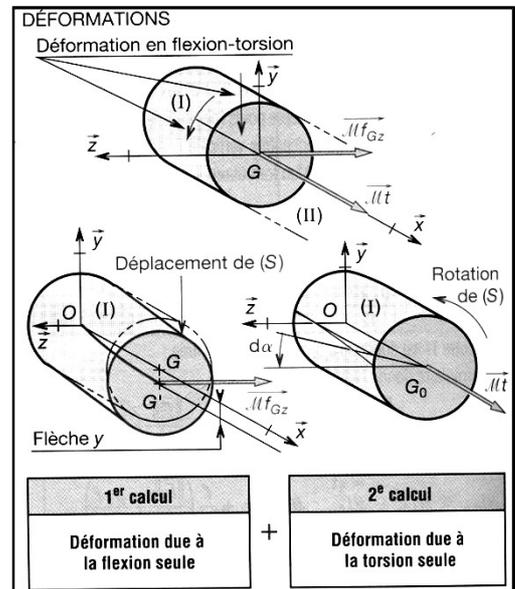


Figure 7.2

2- Traction_torsion

2-1 Définition

Un solide est soumis à une sollicitation de traction_torsion si le torseur associé aux efforts de cohésion peut se réduire en G, barycentre de la section droite S, à un moment de torsion et à un effort normal (figure 7.2).

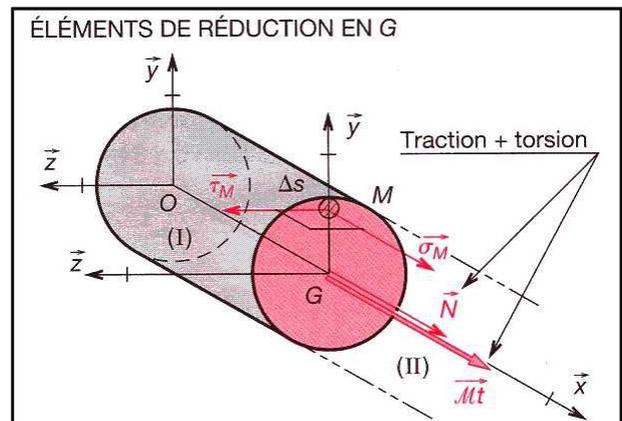


Figure 7.3

$$\left\{ \begin{matrix} \tau_{coh} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{M}_t \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} NM_t \\ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \end{matrix} \right\}_G$$

2-2 Calcul des contraintes :

Toute fibre supporte deux contraintes de nature différente, une contrainte normale et une contrainte tangentielle. On définit la contrainte idéale telle que :

$$\sigma_i \leq \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \text{ Avec } \sigma = \frac{N}{S} \text{ et } \tau = \frac{Mt}{I_0} R$$

2-3 Condition de résistance :

Ma condition de résistance pour ce type de sollicitation s'écrit

$$\frac{\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{e} \leq R_p$$

Remarque : Ce calcul est aussi valable pour une sollicitation de traction - cisaillement. Dans ce cas $\tau = \frac{T}{S}$

EXERCICE D'APPLICATION :

Exemple de calcul

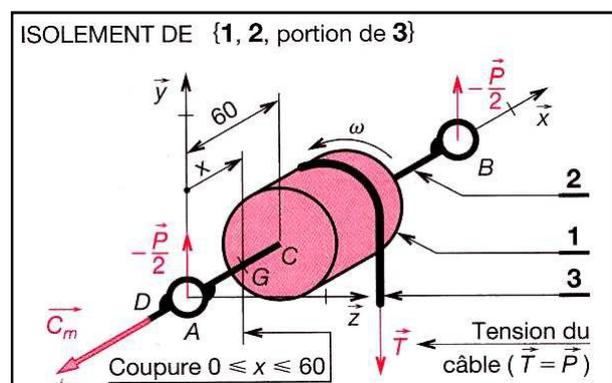
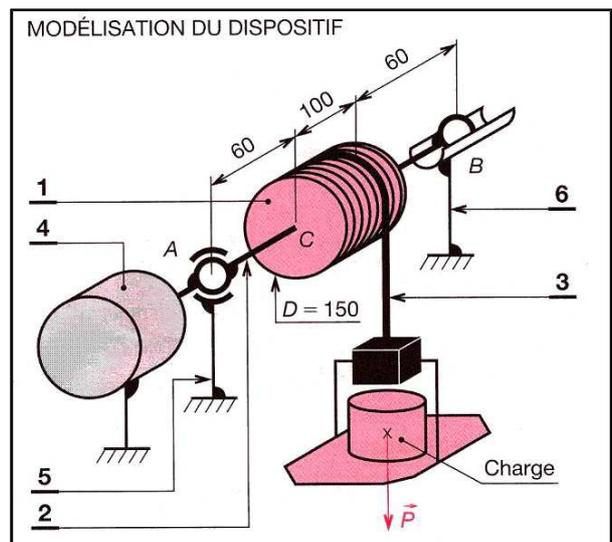
Un dispositif de levage est constitué d'un tambour 1, lié à l'arbre 2, actionné par un motoréducteur 4. Lorsque le tambour tourne, le câble 3 s'enroule dans une rainure hélicoïdale et la charge s'élève. L'arbre 2 est guidé dans les carters 5 et 6 par deux roulements rigides à une rangée de billes.

DONNÉES :

- Diamètre du tambour : $D = 150 \text{ mm}$.
- Charge soulevée $\|\vec{P}\| = 1800 \text{ N}$; $\|\vec{A}\| = \|\vec{B}\| = \|\vec{P}\|/2$.
- Couple moteur : $\vec{C}_m = -135 \vec{x}$ (en N.m).
- Résistance pratique de l'acier de 2 : $R_{pe} = 150 \text{ MPa}$ et $R_{pg} = 75 \text{ MPa}$ (donc $\lambda \approx 0,5$).
- **Hypothèses :** poids des éléments négligés devant la charge.
- L'angle de rotulage des roulements ne dépasse pas 4 et 5°. Le roulement en A, qui assure le positionnement est modélisé par une liaison rotule. Le roulement en B, monté coulissant dans son alésage est modélisé par une liaison sphère-cylindre.
- L'action du moteur électrique 4 sur l'arbre 2 est modélisé par un torseur-couple, $\{\vec{0}, \vec{C}_m\} = \{\vec{0}, -135 \vec{x}\}$.

On demande de :

- 1° déterminer la sollicitation,
- 2° déterminer le diamètre minimum de l'arbre 2.



Chapitre 8

LE FLAMBEMENT

Objectifs :

- ✚ Dimensionner une poutre sollicitée au flambement.

Prérequis :

- ✚ La flexion simple.

Éléments de contenu :

- 1- Etude du flambement.
- 2- Elancement.
- 3- Charge critique.
- 4- Contrainte critique.
- 5- Condition de résistance.

LE FLAMBEMENT

1- Etude du flambement en théorie d'EULER

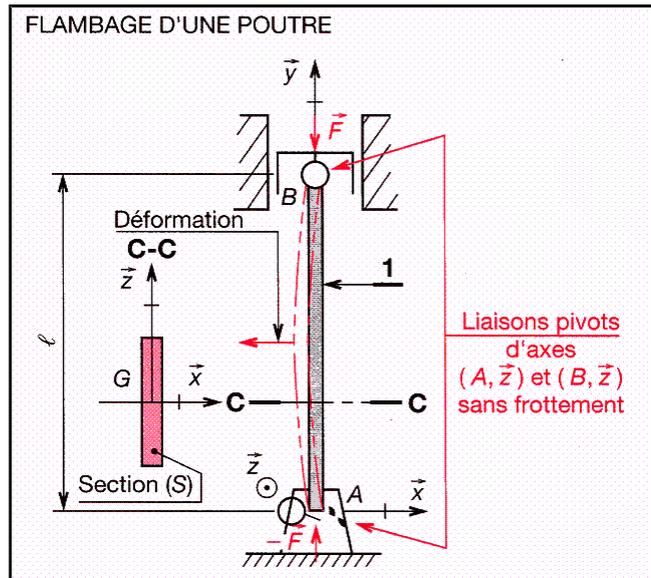
Considérons une poutre de longueur l et rectiligne soumise en A et B à deux glissements (liaisons pivot d'axes (A, z) et (B, z)), directement opposés, qui augmentent progressivement.

On remarque que si :

Si $F < F_c$: La poutre reste sensiblement rectiligne, elle se raccourcit et peut être calculée en compression.

Si $F = F_c$: la poutre fléchit et prend une position d'équilibre élastique.

Si $F > F_c$: instabilité. La poutre fléchit brusquement jusqu'à la rupture. C'est du flambement.



F_c est la charge critique d'Euler.

La flexion se produit selon la direction perpendiculaire à l'axe de la section (S) qui donne le moment quadratique le plus faible.

2- Elancement

La compression est remplacée par du flambement si la poutre est longue et ses dimensions transversales sont faibles. Cette proportion est caractérisée par :

$$\lambda = \frac{L}{\rho}$$

λ : Elancement d'une poutre (sans unité)

L: Longueur libre de flambement [mm]

ρ : Rayon de giration de la section [mm] défini par: $\rho = \sqrt{\frac{I_{GZ}}{S}}$

I_{GZ} : moment quadratique minimal de la section suivant l'axe principale perpendiculaire à la déformation [mm⁴]

3-Charge critique :

En cas de flambage, la charge critique d'Euler F_c est : $F_c = \frac{\pi^2 EI_{GZ}}{L^2}$

E : Module d'Young du matériau [MPa].

I_{GZ} : Moment quadratique de la section [mm⁴].

L : Longueur libre de flambage de la poutre [mm].

REMARQUE:

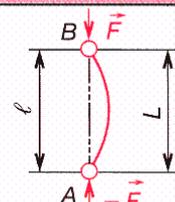
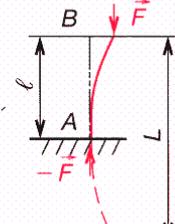
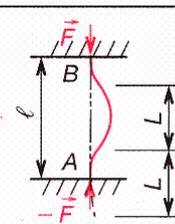
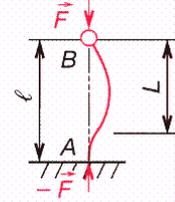
l est la longueur de la poutre, la longueur libre de flambage L , est fonction du type d'appui. Elle est donnée par le tableau suivant.

5- Contrainte critique :

En écrivant que $\lambda^2 = \frac{L^2}{\rho^2} = \frac{L^2}{\frac{I_{GZ}}{S}} = \frac{L^2 S}{I_{GZ}}$

En reportant cette valeur dans l'expression de F_c : $F_c = \frac{\pi^2 ES}{\lambda^2}$

La valeur de la contrainte critique σ_c [MPa] est : $\sigma_c = \frac{F_c}{S} \Rightarrow \sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

LONGUEURS LIBRES DE FLAMBAGE	
Types de liaisons	Valeurs de L
① En A et B : liaisons pivots.	 $L = l$
② En A : liaison encastrement. En B : extrémité libre.	 $L = 2l$
③ En A et B : liaisons encastrement.	 $L = \frac{l}{2}$
④ En A : liaison encastrement. En B : liaison pivot.	 $L = 0,7l$

5- Condition de résistance

En Posant $\sigma_c = R_e$ ou $\frac{\pi^2 E}{\lambda_c^2} = R_e$ on définit $\lambda_c^2 = \frac{\pi^2 E}{R_e}$

λ_c : Élancement critique (grandeur sans dimension ne dépend que de la nature du matériau).

-E: Module d'élasticité longitudinal [MPa].

R_e : Résistance élastique du matériau [MPa].

5-1 coefficient de sécurité

Le coefficient de sécurité k, spécifique au flambage, est le double du coefficient de sécurité habituel s.

$$k=2s \text{ et } s= R_{ec}/R_{pc}$$

R_{ec} : résistance élastique à la compression [MPa].

R_{pc} : résistance pratique à la compression [MPa].

5-2 Condition de résistance

- La charge critique d'Euler F_c ne doit jamais être atteinte.
- F_{adm} : charge admissible sur la poutre.

$$K = \frac{F_c}{F_{adm}} \Rightarrow F_{adm} = \frac{R_{pc}}{2R_e} F_c$$

En remplaçant F_c par sa valeur ainsi que λ_c^2 on trouve: $F_{adm} = \frac{R_{pc} S}{2 \left[\frac{\lambda}{\lambda_c} \right]^2}$

F_{adm} : force admissible d'après Euler [N].

R_{pc} : résistance pratique à la compression [MPa].

S : aire de la section droite [mm²].

λ : Élancement de la poutre (sans dimension).

λ_c : Élancement critique de la poutre (sans dimension).

■ $\lambda_c \approx 100$	poutres en acier (profilés)
■ $\lambda_c \approx 70$	poutres en bois ou en aluminium
■ $\lambda_c = 60$	poutres en fonte

Selon la valeur λ , la charge limite F est donnée par l'une des trois relations (poutres, acier).

Poutres courtes $\lambda < 20$	Poutres moyennes $20 < \lambda < 100$	Poutres élancées $\lambda > 100$
Compression simple :	Formule expérimentale de Rankine :	Formule d'Euler :
$F_{adm} = R_{pc} \cdot S$	$F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$	$F_{adm} = \frac{R_{pc} \cdot S}{2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}$

EXEMPLE DE CALCUL :

Une vis à billes de diamètre à fond de file $d = 32$ mm est guidée à une seule extrémité par deux roulements à billes. Elle est soumise de la part de l'écrou à une charge axiale de compression. L'écrou est au maximum à $\ell = 1\,000$ mm du palier. L'élancement critique est : $\lambda_c = 60$; la résistance pratique de l'acier C 45 est : $R_{pc} = 150$ MPa . Calculer la charge admissible sur la vis pour éviter le risque de flambage.

HYPOTHÈSES :

La vis est encastrée par rapport au bâti côté roulements, libre côté écrou (monté flottant).

BIBLIOGRAPHIE

RESISTANCE DES MATÉRIAUX

Auteurs : M. KERGUIGNAS, G. CAIGNAERT

Edition : BORDAS 1977

GUIDE DU CALCUL EN MÉCANIQUE

Auteurs : D. SPENLE, R. GOURHANT

Edition : HACHETTE 1996

RESISTANCE DES MATÉRIAUX

Auteurs : A. GUIET, L. GEMINARD

Edition : DUNOD 1994

CALCUL PRATIQUE DES STRUCTURES

Auteurs : W.A. JALIL

Edition :

EYROLLES

1983

ANNEXE 1 :

Transparents pour rétroprojecteur.

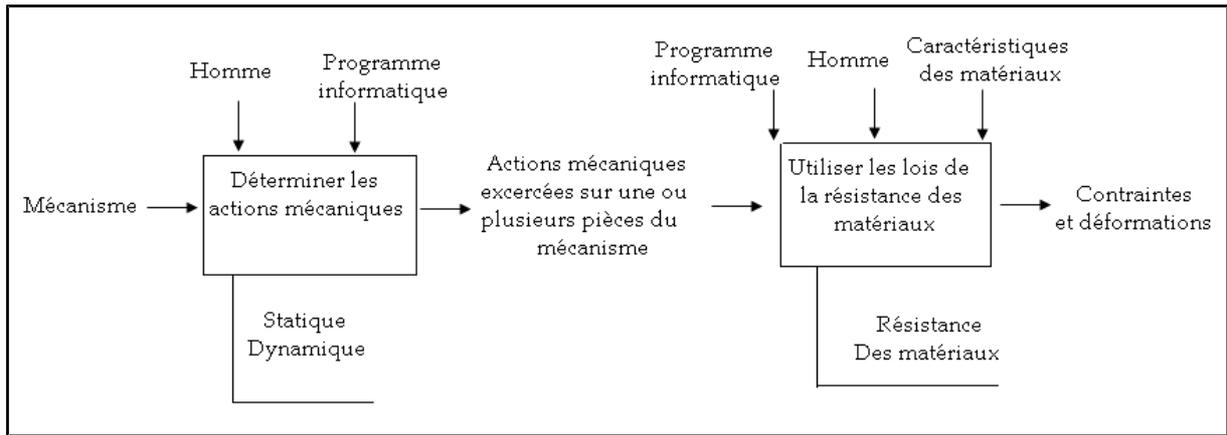


Figure 1.1

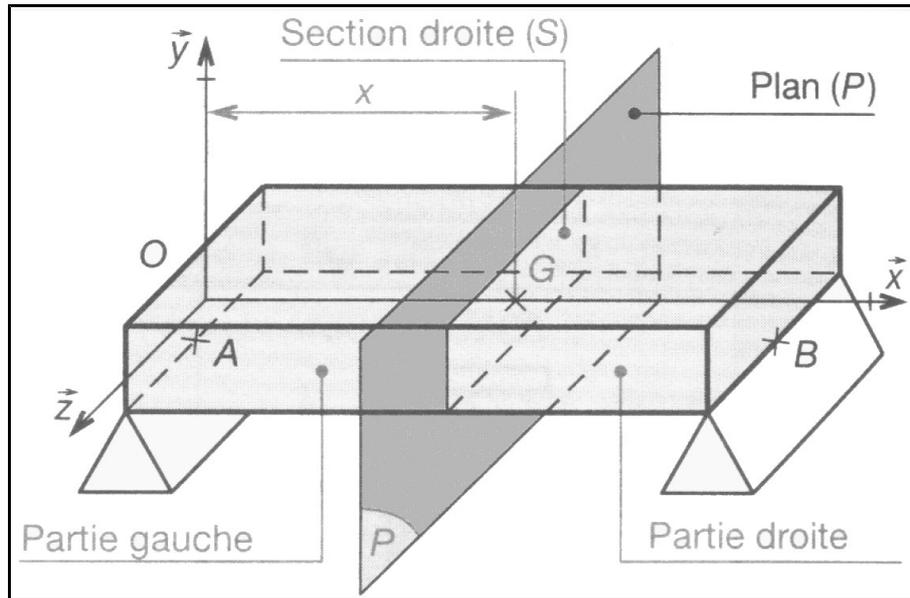


Figure 1.3

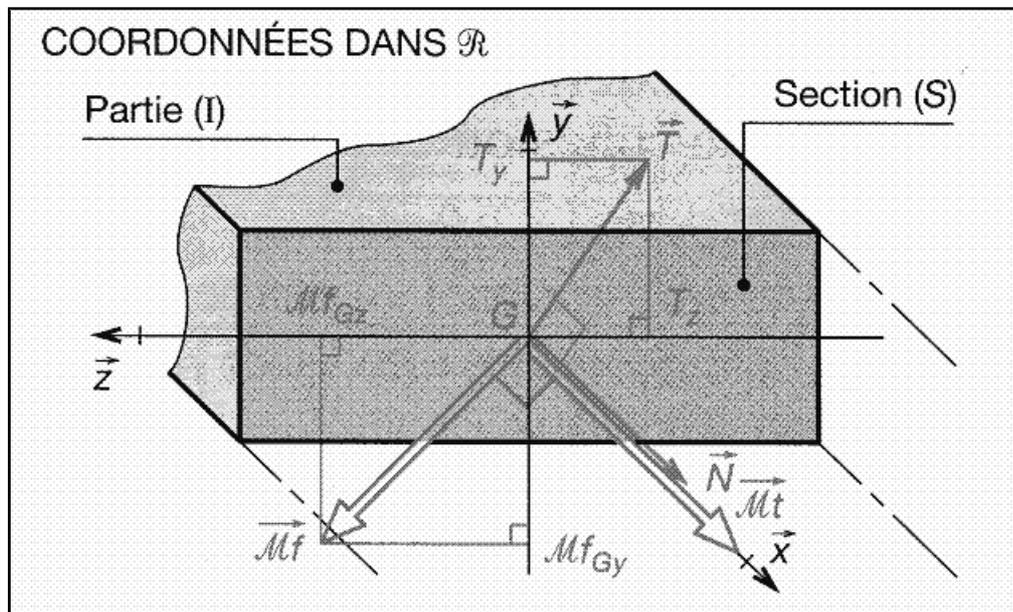
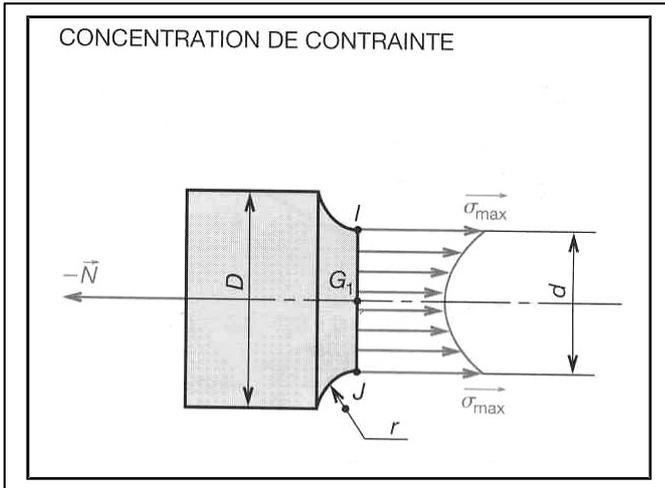


Figure 1.5



Méthode de calcul d'un solide réel

- 1° Calculer $|\sigma|_{nom}$.
- 2° Analyser la nature de la géométrie, (épaulement, gorge...), section circulaire ou prismatique et choisir la courbe § 48.8.
- 3° Calculer : $\frac{r}{d}$, $\frac{D}{d}$, ou $\frac{h}{D}$.
- 4° Déterminer la valeur de K_f correspondante.
- 5° Calculer $|\sigma|_{max} = K_f \cdot |\sigma|_{nom}$.
- 6° Écrire la condition de résistance : $|\sigma|_{max} \leq R_{pe}$.

Figure 2.6

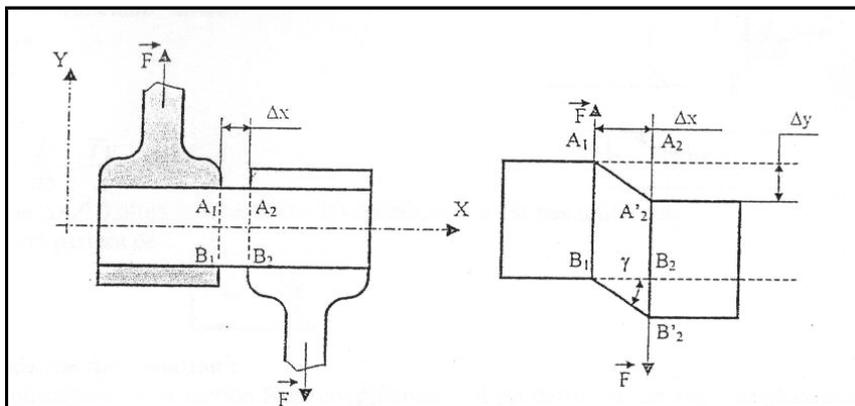


Figure 4.2

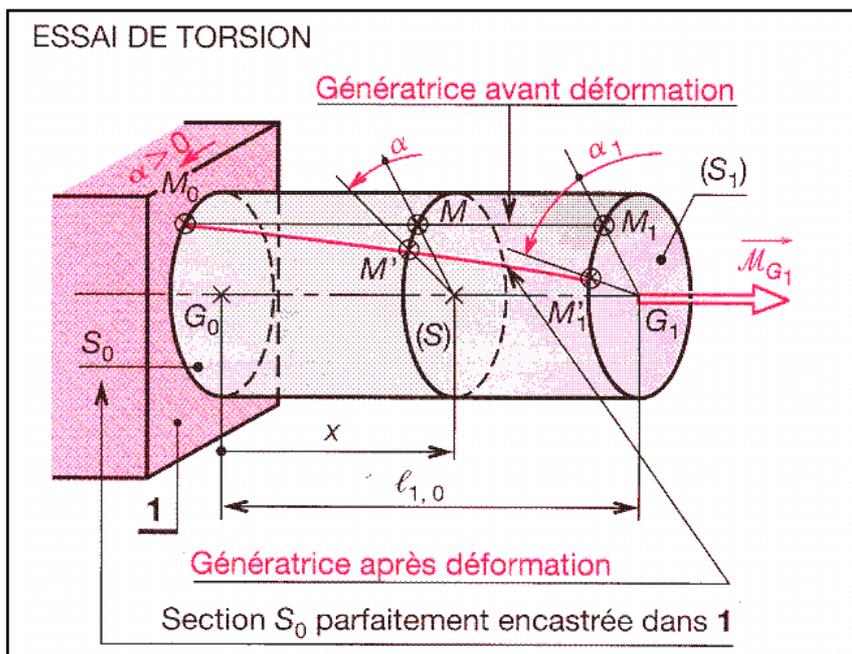


Figure 5.2

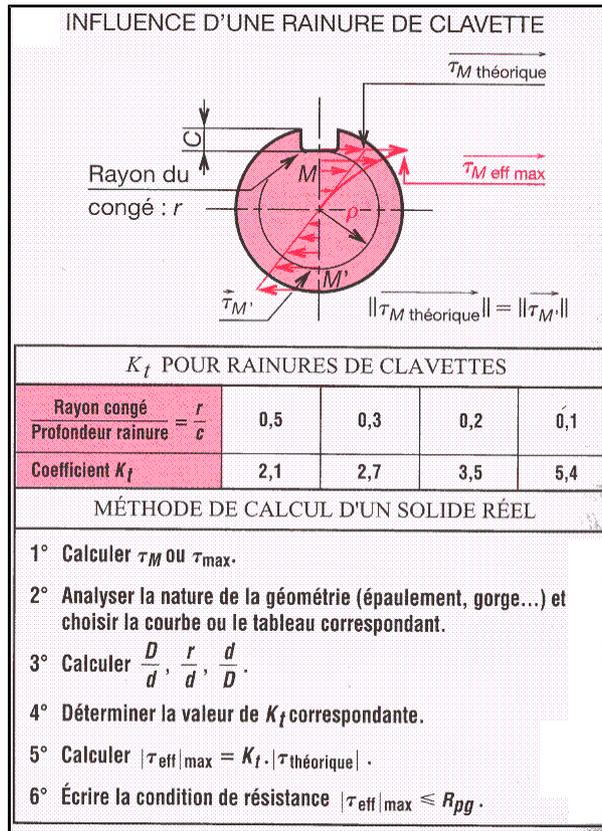


Figure 5.5

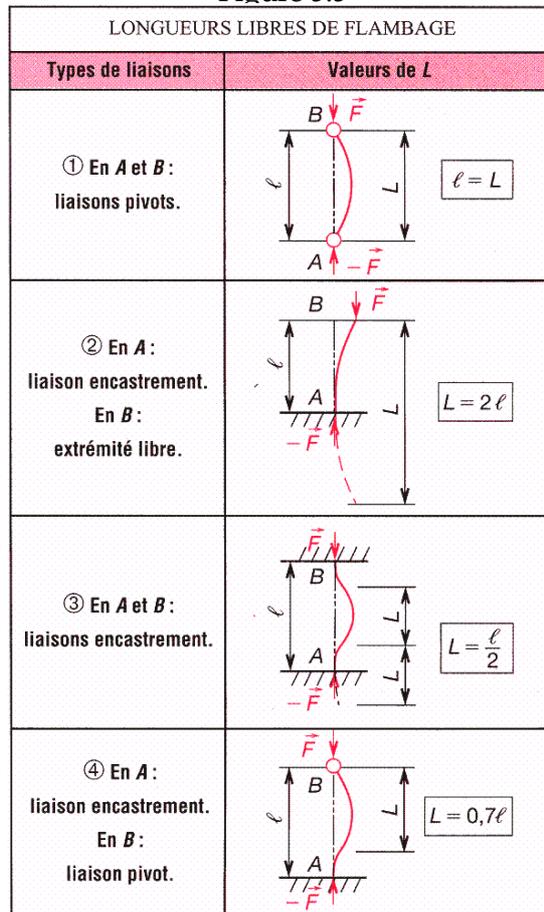


Figure 8.1

ANNEXE 2 :

Documents à fournir aux étudiant

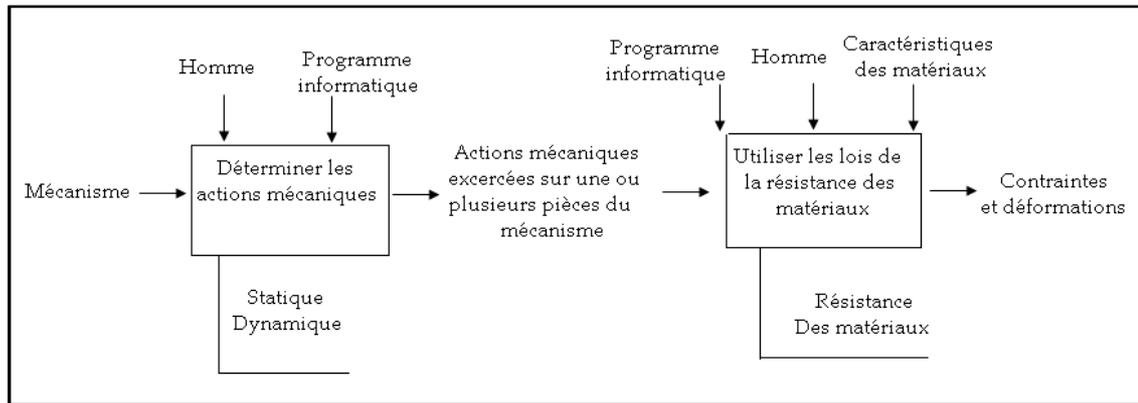


Figure 1.1

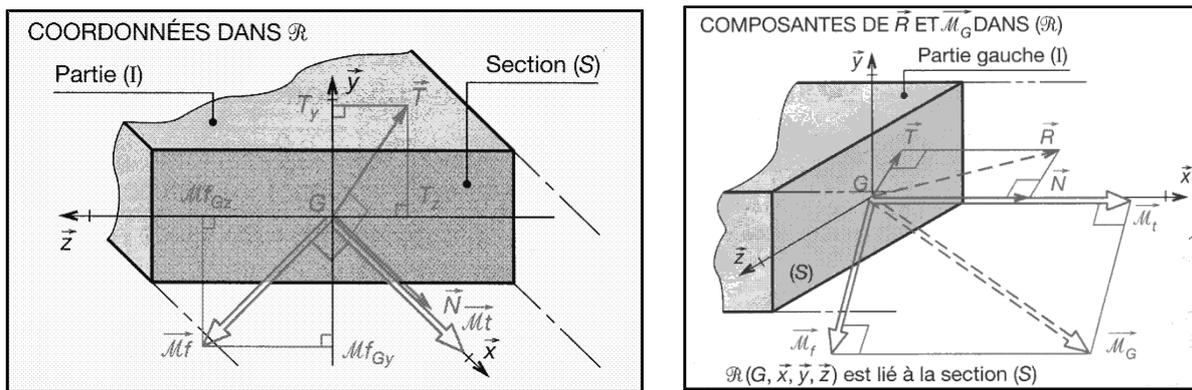


figure1.5

N : Effort normal sur (G, x)	M_t : Moment (couple) de torsion sur (G, x)
T_y : Effort tranchant sur (G, y)	M_{fy} : Moment de flexion sur (G, y)
T_z : Effort tranchant sur (G, z)	M_{fz} : Moment de flexion sur (G, z)

Tableau 1.1

Sollicitation	Torseur de cohésion	Sollicitation	Torseur de cohésion
Traction/Compression	$\begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$	Torsion	$\begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$
Cisaillement (selon (G,y))	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$	Flexion pur (selon (G,Y))	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{fy} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$

Coefficient de sécurité (s)	Conditions générales de calculs (sauf réglementation particulière)
1,5 à 2	Cas exceptionnels de grande légèreté. Hypothèses de charges surévaluées.
2 à 3	Construction où l'on recherche la légèreté (aviation). Hypothèses de calcul la plus défavorable (charpente avec vent ou neige, engrenages avec une seule dent en prise...).
3 à 4	Bonne construction, calculs soignés, haubans fixes.
4 à 5	Construction courante (légers efforts dynamiques non pris en compte. Treuils.)
5 à 8	Calculs sommaires, efforts difficiles à évaluer (cas de chocs, mouvements alternatifs, appareils de levage, manutention).
8 à 10	Matériaux non homogènes. Chocs, élingues de levage.
10 à 15	Chocs très importants, très mal connus (presses). Ascenseurs.

Tableau2.1

VALEURS DES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES MÉTAUX ET PLASTIQUES*					
Dénomination et symbole	$R_{e \min}$ (MPa)	E (MPa)	Dénomination et symbole	R_{\min} (MPa)	E (MPa)
Fonte à graphite lamellaire FGL 200	200	80 000	Acrylonitrile - butadiène - styrène (ABS)	17	700
Fonte à graphite sphéroïdal FGS 600. 3	370	170 000	Polyamide type 6-6 (PA 6/6)	49	1830
Acier non allié (E 24) S 235	215	210 000	Polycarbonate (PC)	56	2450
Acier allié (25 CD 4) 25Cr Mo 4	700	210 000	Polytétrafluoroéthylène (PTFE)	11	400
Bronze : Cu Sn 8P	390	100 000	Polystyrène (PS)	35	2800
Cupro-aluminium Cu Al 10 Ni S Fe 4	250	122 500	Polychlorure de vinyle (rigide) PVC U	35	2450
Duralumin AW-2017 (Al Cu 4 Mg Si)	240	72 500	Phénoplaste (bakélite) PF 21	25	7000
Alpax A S13	80	74 500	Époxyde (araldite)	28	2450

Tableau2.2

CALCUL DU MOMENT IDÉAL DE FLEXION (D'après Mohr-Cacquot)	
Matériau	Expression de Mf_i
Acier : $\lambda \approx \frac{R_{pg}}{R_{pe}} \quad \lambda \approx \frac{1}{2}^*$	$Mf_i = \sqrt{Mf^2 + Mt^2} = Mt_i$ (Formule de Coulomb)
Fonte : $\lambda \approx 1$	$Mf_i = \frac{1}{2} Mf + \frac{1}{2} \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$ (Formule de Rankine)
Matériaux moulés : $\lambda \approx \frac{4}{5}$	$Mf_i = \frac{3}{8} Mf + \frac{5}{8} \sqrt{Mf^2 + Mt^2}$ (Formule de Saint Venant)

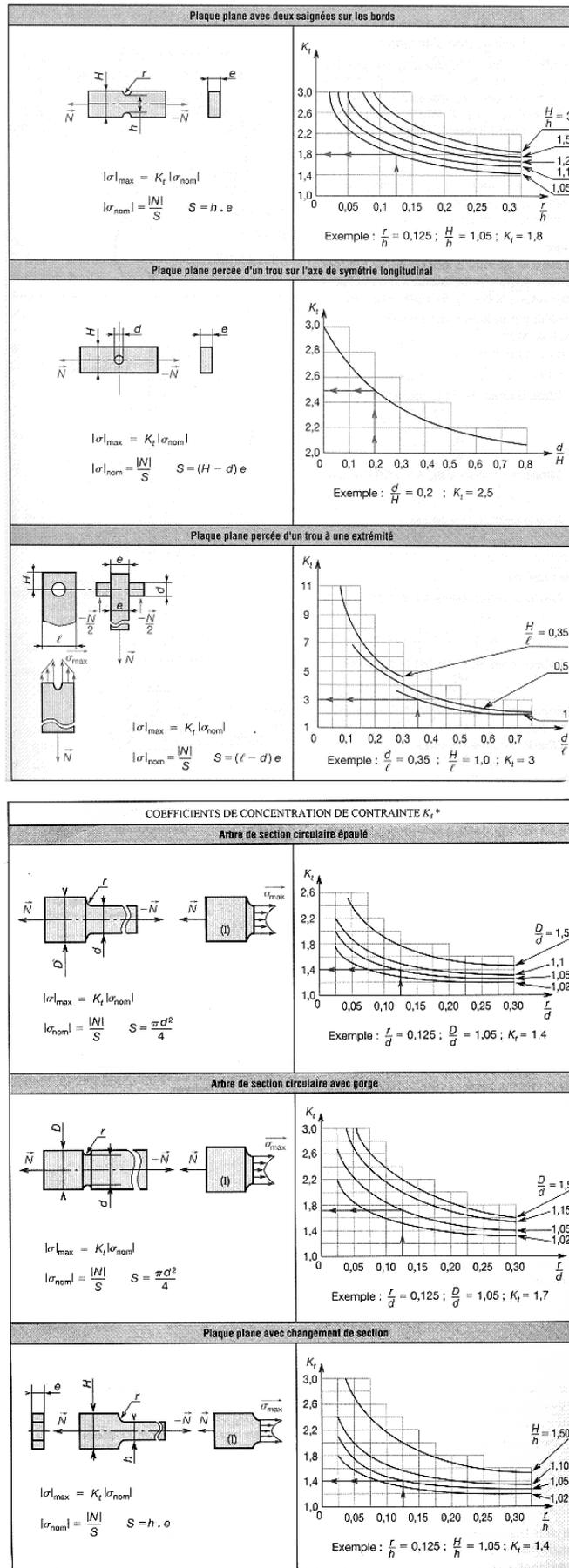
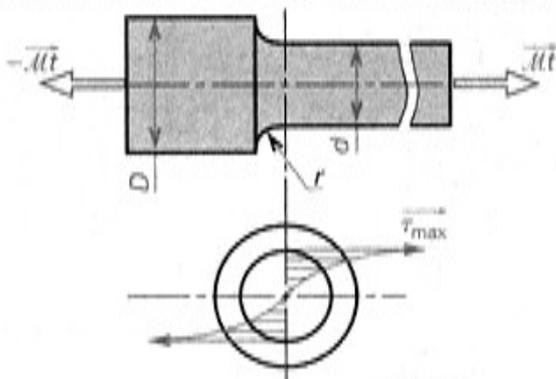


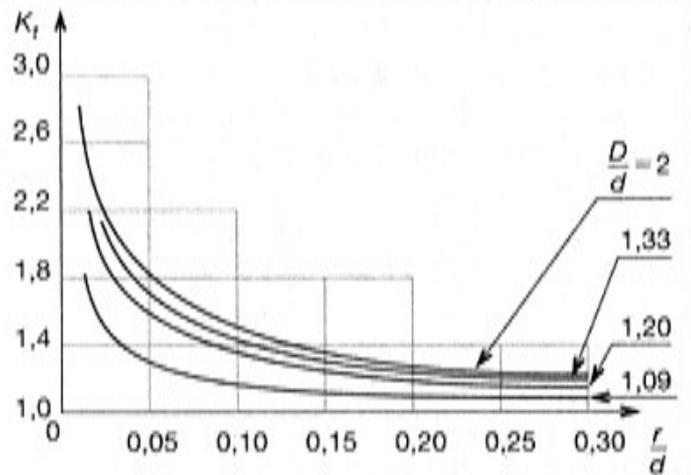
Figure 2.7

COEFFICIENTS DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES K_t^*

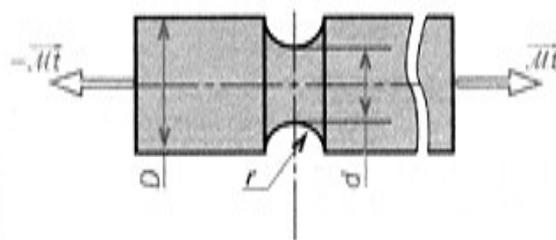
Arbre avec épaulement



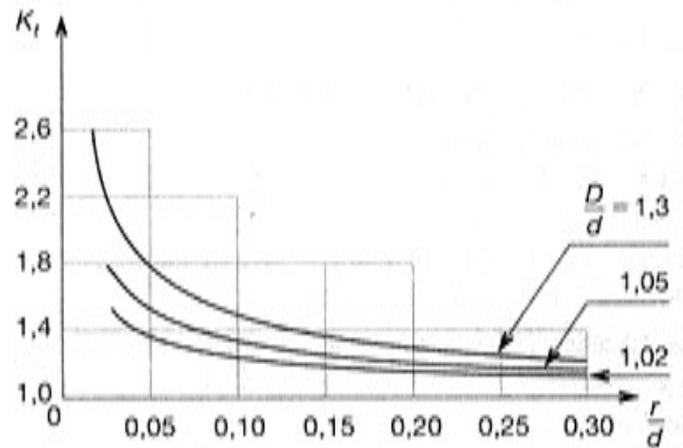
$$\|\vec{\tau}_{\max}\| = K_t \cdot \|\vec{\tau}_{th}\| \quad \|\vec{\tau}_{th}\| = \frac{16 \|\vec{M}\|}{\pi d^3}$$



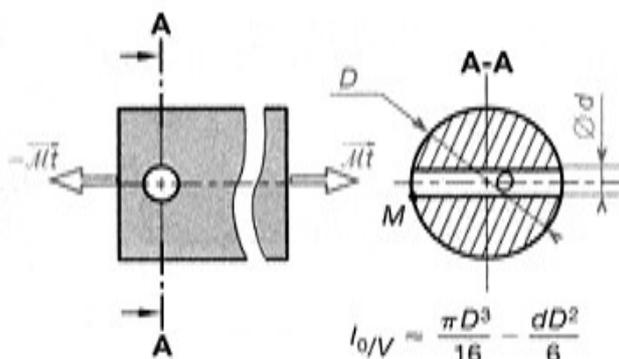
Arbre avec gorge



$$\|\vec{\tau}_{\max}\| = K_t \cdot \|\vec{\tau}_{th}\| \quad \|\vec{\tau}_{th}\| = \frac{16 \|\vec{M}\|}{\pi d^3}$$



Arbre avec trou de goupille



La courbe ci-contre donne la valeur de K_t pour le point M

$$I_{0/V} = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{dD^2}{6}$$

